

电离气体理论导论

[法] J.L. 德耳克魯瓦著 周 奇譯

上海科学技术出版社

电离气体理论导论

〔美〕J. 范德格拉夫著 王德一 译

上海科学技术出版社

电 离 气 体 理 論 导 論

〔法〕J. L. 德耳克魯瓦 著

周 奇 譯

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书扼要叙述电离气体理论的一系列基本问题。作者采取统一的观点,即利用玻耳兹曼方程,深入地阐述了电离气体的一系列性质及在其中所发生的各种过程;并且通过对问题的微观分析,对流体动力学方法的基础和所包含的近似法作了清楚的论述。

本书按法文原本译出,并参考英译本作了补充。英译本中加有一个附录,讨论逃逸电子的行为,因对了解本书内容有帮助,故一并译出。

本书供大专学校有关专业的师生和对电离气体理论感兴趣的科技工作者参考。

Introduction a la Théorie
des Gaz Ionisés

J. L. Delcroix

Dunod, Paris, 1959

电 离 气 体 理 论 导 论

周 奇 译

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业许可証出093号

大东集成联合印刷厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/32 印张 4 6/32 排版字数 109,000

1965年4月第1版 1965年4月第1次印刷

印数 1-4,000

统一书号 13119·628 定价(科六) 0.65 元

原 序

电离气体性质的理论研究,可以从两种互相补充的方式着手:一种是采用气体状态的微观描述求出气体内各粒子的速度分布函数,这里要考虑到外加力和碰撞现象,而且要用到气体分子运动论;另一种是以宏观的描述为满足,建立电离气体的流体动力学理论.但后一种描述方法,由于电离气体是好几种组分(电子、离子、中性分子)的混合物,它们之间或多或少地有耦合作用,因而要比通常流体动力学复杂得多.

按照所研究现象的性质,可以选择两种方法中的任何一种;通常人们认为宏观的描述更为有效,因为它较易掌握,并且似乎更接近于实际经验.但事实上,宏观描述方法如果用得不小心,往往可以导致严重的错误.所以只有回到微观的分析,才能对流体动力学方法的基础和所包含的近似法进行清楚的论述.因此,我们编著本书的精神和斯必泽编著的名著《完全电离气体物理学》大不相同.斯必泽的书基本上采用了宏观方程,我们则采取了不同的观点,着重于微观的描述和讨论流体动力学方法的基础.我们希望两书可以互相补充,由于这一原因,我们有计划地略去了一些题目(波的传播,箍缩效应……等等),这些题目至少在初等理论上,应用流体动力学方法是很容易处理的.

最后应指出,本书是根据我们在巴黎师范大学和 Saclay 原子核科学技术学院所担任的教学工作中试用过的讲稿发展和补充而成的.这门课程的来源是我与 Bayet 先生和 F. Denisse 先生在师范大学物理实验室共同进行的一系列工作,对这些同事和实验室主任 Y. Rocard 先生对本书的关怀,谨致以衷心的谢意!

J. L. 德耳克鲁瓦

1958年9月1日于巴黎

07870

英 譯 本 序

关于电离气体理論，已出版的巨著还很少。第一部书是 H. A. 洛倫茲著的《电子論》(1909)。在这本书內除論述其他問題外，作者曾试图发展一种金属理論，但是，由于金属內的电子是簡并的，因而所求得方程更加适用于气体內的电子。在該书的第 29 条注文內，洛倫茲曾利用玻耳茲曼方程（他曾把这方程归之于麦克斯韦）推导出“洛倫茲气体”的分布函数，也即是其质量与所碰撞原子的质量比較可略去不計的电子云的分布函数，并且从中推导出它們的电导率和热导率。

第一本明确地論述气体內电子运动的书是 J. S. 托恩逊著的(1925)。在这本书內詳細地闡明了平均自由程方法。这种方法所依据的是一个平均电子的运动，然后认为“其他电子也一样”，从而得到了气体的宏观性质。电子雪崩就是这种方法的一个最好的例証。

托恩逊強調的是碰撞現象，而 I. 朗繆尔強調的是空間电荷。在微米而不是在毫米的压强范围內，朗繆尔的“等离子体”內的电子被封閉在空間电荷鞘內，而离子則被它們的慣性束縛着。等离子体在某一特征頻率下能充分相干地振蕩。1930 年康普頓和朗繆尔在《現代物理評論》杂志上发表的一篇論文中，已表述了朗繆尔的这一观念。

論述气体放电的唯一全面的著作是馮·恩格耳和斯迪思貝克所著的两卷集，分别出版于 1932 年和 1943 年。这部书虽評述了到当时为止的有关这一論題的全部貢獻，但我在其中却未发现提到玻耳茲曼方程。

这以后曾經有二十年的中断。研究工作所以落后是因为对气体放电中瑰丽的顏色效应发表的論文太多了。但这段时期也是高真空技术和清洁技术发展时期。

我們現在正进入一个新的时期。气体現在能被完全电离（或者极有希望这样假設），等离子体可用磁場禁錮起来。等离子体振蕩被认为到处都有，玻耳茲曼方程已被普遍地采用。L. 斯必澤的《完全电离气体物理学》(1956)（中譯本科学出版社出版——中譯者）是美国出版的新丛书內的第一本，而 J. L. 德耳克魯瓦的《电离气体理論导論》(1958) 則是法国出版的第一本。法国 Dunod 出版社将斯必澤的书与德耳克魯瓦的书列入同一丛书內出版，是非常恰当的。克拉克教授和本丹尼耳先生在德耳克魯瓦的书在法国出版后不久，即各自决定将本书譯成英文出版。这些书本身虽不能称为巨著，但它們是等离子体动力学这门新学科的萌芽。

W. P. 艾立斯

目 录

原 序

英譯本序

第 一 章 两粒子間的彈性碰撞	1
1.1 碰撞中的不变量	1
1.2 碰撞中两粒子的軌道	1
1.3 偏轉角	5
1.4 相互作用势	6
第 二 章 彈性碰撞截面	9
2.1 微分截面和偏轉角	9
2.2 量子力学中截面的定义和計算	12
2.3 动量迁移的总截面和截面	14
2.4 截面的实验結果	15
第 三 章 气体分子运动論簡述	20
3.1 速度分布函数	21
3.2 麦克斯韦分布函数	23
3.3 玻耳茲曼方程	28
第 四 章 关于电离气体的一般概念	31
第 五 章 自由电子气体理論	35
5.1 迭加定理	35
5.2 均匀場內的运动($\mathbf{E}$ 交变, $\mathbf{B}$ 恒定)	36
5.3 漂移速度($\omega=0$)	37
5.4 复数电导率張量($\omega \neq 0$ 和 $\omega \neq \omega_b$)	38
5.5 回轉磁共振($\omega=\omega_b$)	40
5.6 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的相对重要性	42
5.7 在非均匀磁場 $\mathbf{B}$ 內的运动	44
第 六 章 速度分布函数和宏观量	47
第 七 章 弱电离气体理論: 微觀研究	51

7.1	各向异性部分的弛豫频率	51
7.2	电导率张量	54
7.3	分布函数各向同性部分随时间的变化	57
7.4	方法的讨论	61
第 八 章	多元流体一个组分的宏观方程	63
8.1	宏观方程的推导	64
8.2	粒子数守恒方程	66
8.3	动量迁移方程	66
8.4	动应力张量方程	68
第 九 章	弱电离气体理论:宏观研究	71
9.1	电子的运动	71
9.2	离子的运动	74
9.3	双极扩散	75
第 十 章	集合现象的初步理论	81
10.1	德拜长度	81
10.2	等离子体振荡	84
第十一章	强电离气体的理论:微观研究	88
11.1	电子和离子碰撞的预备研究	88
11.2	平衡状态等离子体的一般图示法, 碰撞分类	91
11.3	等离子体的弛豫时间	94
11.4	等离子体的福克-普朗克方程	98
11.5	自-相互作用所引起的电子或离子的“麦克斯韦化”	101
11.6	电导率	104
11.7	包含多种荷电离子的气体	106
11.8	每种模型应用范围的数值讨论	108
第十二章	等离子体:宏观方程	113
12.1	质量和电荷守恒方程	113
12.2	寻常流体动力学方程和广义欧姆定律	114
附 录 一	自由电子气体的电导率张量	117
附 录 二	根据洛伦兹模型计算强电离气体的电导率	118
附 录 三	常用的矢量和张量运算公式	120
附 录 四	逃逸电子	122
参考文献		127

第 一 章

两粒子間的彈性碰撞

在电离媒质理論中,如同在气体分子运动論中一样,两粒子間的碰撞現象起着十分重大的作用,所以本章就来研究两粒子間彈性碰撞的性质. 彈性碰撞是指两个粒子都不改变其內能状态的碰撞. 我們將主要研究两个分子、两个离子或一个电子和一个分子間的碰撞. 相反地,在碰撞时例如有一个分子改变其內电子状态,从基态改变为激发态或甚至被电离,这种碰撞就称之为非彈性碰撞.

在这一章內,我們首先研究經典彈性碰撞理論,把两个相碰撞的粒子看作为质点,它們依照由勢函数 $\varphi(r)$ 导出的各向同性力而相互作用,这个勢 $\varphi(r)$ 只依赖于两粒子間的距离 r .

1.1 碰撞中的不变量

現在我們来研究质量分別为 m_i 和 m_j 的两个粒子 I 和 J , 并且假定在远未碰撞以前, 也即是它們的相互作用能与它們的动能比較可以忽略以前, 两粒子的速度分別为 $\mathbf{w}_i'$ 和 $\mathbf{w}_j'$. 又假設 $\mathbf{w}_i''$ 和 $\mathbf{w}_j''$ 为碰撞以后的速度, 根据力学的普遍原理, 我們得到下列关系式:

$$m_i \mathbf{w}_i' + m_j \mathbf{w}_j' = m_i \mathbf{w}_i'' + m_j \mathbf{w}_j'', \quad (1)$$

这表示沒有外力作用于两分子系統时其綫性动量守恒, 而公式

$$m_i w_i'^2 + m_j w_j'^2 = m_i w_i''^2 + m_j w_j''^2 \quad (2)$$

就表示能量守恒原理.

1.2 碰撞中两粒子的軌道

假設 $\mathbf{F}_i$ 是作用于分子 I 上的力, $\mathbf{F}_j$ 是作用于分子 J 上的力. 根据作用和反作用相等的原理, 这两个力大小相等, 方向相

反，这两个粒子的运动由动力学的普遍方程决定，这方程为

$$\mathbf{F}_i = m_i \ddot{\mathbf{r}}_i, \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_j = -\mathbf{F}_i = m_j \ddot{\mathbf{r}}_j. \quad (4)$$

用 m_j 乘方程 (3)，用 $-m_i$ 乘方程 (4)，并相加，我們得到

$$\mathbf{F}_i(m_j + m_i) = m_i m_j (\ddot{\mathbf{r}}_i - \ddot{\mathbf{r}}_j), \quad (5)$$

或

$$\mathbf{F}_i = \mu \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad (6)$$

此处令

$$\mu = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}. \quad (7)$$

量 μ 称为两粒子系统的約化质量。若两粒子的质量相等， μ 等于 $m/2$ ；如果质量 m_j 远大于质量 m_i ，则 μ 等于两质量中較小一个的质量 m_i 。公式 (6) 在形式上和假想的质量为 μ 的物体在距离 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ 处繞固定点 O 运动的运动方程相同。

然后，我們用 $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ 矢乘 (6) 式，得到

$$\mathbf{F}_i \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = -\mu (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times \frac{d^2}{dt^2} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j). \quad (8)$$

在这公式内，如果假定相互作用力 $\mathbf{F}$ 是有心力 (如我們已假定的)，则第一項等于零。这一假設特別排除了两偶极子間或两伸长分子間所出現的力。考虑到这一假設，我們得到

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times \frac{d}{dt} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right] - \frac{d}{dt} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times \frac{d}{dt} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \\ = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

在这公式内第二項为零，于是由积分得到

$$(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \times (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j) = \mathbf{K}, \quad (10)$$

式中 $\mathbf{K}$ 是一恒定矢量，因而在任何时刻，分子 I 和 J 都是在垂直于固定矢量 $\mathbf{K}$ 的平面内。两分子的重心 G 位于它們中心的联結綫上，也是在这平面内。而且，按照熟知的力学定理，这重心作直綫运动。因此，与矢量 $\mathbf{K}$ 垂直的平面沿矢量 $\mathbf{V}_G$ 的方向运动，如图 1 所示。这图是非常重要的，因为由它可以大大簡化碰撞的描

迹。粒子的两条轨道实际上是三维空间内的两条曲线，因而图上很难画出来。

图 2 是空间中的两条轨道。但是，从下面所示，用与重心一起移动的参照系来描述碰撞是很有用的，因为对这样的观察者来说，碰撞发生在垂直于矢量 $\mathbf{K}$ 的固定平面内。图 3 表示这平面内的轨道。

在这参照系内，两条轨道对 O 点是位形相似的。实际上，因为 O 点是重心，因而容易看出，两个粒子的坐标分别为

$$I \left\{ \begin{aligned} x_i &= \frac{m_j}{m_i + m_j} r \cos \theta, \\ y_i &= \frac{m_j}{m_i + m_j} r \sin \theta, \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$J \left\{ \begin{aligned} x_j &= -\frac{m_i}{m_i + m_j} r \cos \theta, \\ y_j &= -\frac{m_i}{m_i + m_j} r \sin \theta, \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$I \left\{ \begin{aligned} x_i &= \frac{m_j}{m_i + m_j} r \cos \theta, \\ y_i &= \frac{m_j}{m_i + m_j} r \sin \theta, \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$J \left\{ \begin{aligned} x_j &= -\frac{m_i}{m_i + m_j} r \cos \theta, \\ y_j &= -\frac{m_i}{m_i + m_j} r \sin \theta, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

式中 r 为 I 和 J 间的距离， θ 为直线 IJ 与 x 轴间的夹角。我们看到，两条轨道对比值 m_i/m_j 是位形相似的。

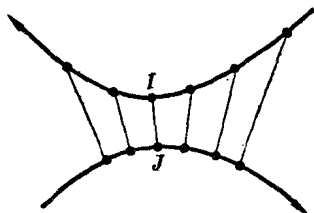


图 2 空间内两个粒子的轨道

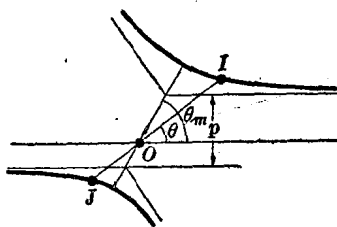


图 3 垂直于矢量 $\mathbf{K}$ 的平面内的轨道

在远未相碰以前，轨道几乎是直线形的，沿着相距为 p 的两条平行线。如果没有相互作用，则两粒子间的最短距离精确地等于 p ， p 称为碰撞的碰撞参量。图上我们选择了 x 轴平行于两初始速度的方向。在这系统内，我们可以容易地算出两粒子的总动能 W 。

为此,只要求出坐标对时间的导数,并应用公式

$$W = \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + \frac{1}{2} m_j (\dot{x}_j^2 + \dot{y}_j^2). \quad (15)$$

然后由简单的计算,我们得到公式

$$W = \frac{1}{2} \mu (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2). \quad (16)$$

用同样方法,我们可以算出总角动量 Γ , 也即是相对于 O 点的动量矩,于是得到公式

$$\Gamma = \mu r^2 \dot{\theta}. \quad (17)$$

我们现在来算出远未碰撞以前的 W 值和 Γ 值; 在公式 (16) 中,我们可以略去第二项,并把 W 写成

$$W = W_0 = \frac{1}{2} \mu g^2, \quad (18)$$

我们称 g 为 $\dot{r}$ 的初始值,也即是两个粒子在质心坐标系内和图 2 坐标系内的相对速率, g 是矢量 $\mathbf{w}'_i - \mathbf{w}'_j$ 的初始模量:

$$g = |\mathbf{w}'_i - \mathbf{w}'_j|. \quad (19)$$

另一方面,在远未碰撞以前, θ 为无穷小:

$$\theta \sim \frac{p}{r}, \quad (20)$$

$$|\dot{\theta}| \sim \frac{p \dot{r}}{r^2}. \quad (21)$$

因此,公式 (17) 在过渡到极限时为

$$\Gamma = \Gamma_0 = \mu p g. \quad (22)$$

显然,公式 (16)、(17)、(18) 和 (22) 和我们研究假想的质量为 μ 的物体绕固定力心 O 运动 (图 4) 时所求得的公式是完全相同的。

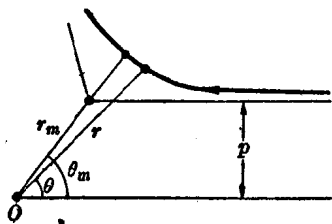


图 4 粒子绕固定力心的运动

于是,两个粒子相碰撞的极为复杂的问题,就可以化为研究这种假想物体的运动。为了研究这种假想物体的运动,我们只要

写出相对于 O 点的角动量守恒方程和能量守恒方程, 也即是写出公式

$$\mu p g = \mu r^2 \dot{\theta}, \quad (23)$$

$$\frac{1}{2} \mu g^2 = \frac{1}{2} \mu (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \varphi(r), \quad (24)$$

这两个方程确定了两个变数 r 和 θ . 在两式中消去 θ 后, 得到关系式

$$\frac{1}{2} \mu g^2 = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \mu g^2 \frac{p^2}{r^2} + \varphi(r), \quad (25)$$

式中的 r 表为时间的函数.

1.3 偏 轉 角

由方程 (23) 和 (24) 消去对时间的依赖关系后, 可以得到轨道方程.

一般说来, 这轨道有一个远核点, 或两个粒子最靠近的点. 当分子间的相互作用势为斥力时, 这个点总是存在的. 在吸力势的情况下, 如果这势是变化很慢的, 比方说, 象库仑势, 这个点也是存在的. 对变化很快的吸力势来说, 这个点不会存在, 图 4 上的一条轨道在经过某一长度的螺旋线后将通过 O 点. 从物理学的观点看来, 这种情况是没有意义的, 并且实际上不会出现.

因此, 假设 r_m 为图 3 和图 4 上所示的最接近距离, θ_m 为相应的方位角, 则偏转角 χ 与 θ_m 的关系为

$$\chi = \pi - 2\theta_m, \quad (26)$$

这个角是我们对碰撞进行统计计算的最主要的量. 现在我们来求出这个基本量为参量 p 和 g 的函数. 方程 (25) 还可以写为

$$\dot{r}^2 = g^2 \left(1 - \frac{p^2}{r^2} - \frac{\varphi(r)}{\frac{1}{2} \mu g^2} \right). \quad (27)$$

我们选择 $\dot{r}$ 为负值, 它描述碰撞的初始条件:

$$\frac{dr}{dt} = -g \sqrt{1 - \frac{p^2}{r^2} - \frac{\varphi(r)}{\frac{1}{2} \mu g^2}}. \quad (28)$$

另一方面, (23) 式可以写为

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{pg}{r^2}. \quad (29)$$

合并(28)和(29)式, 我們得到

$$\frac{dr}{d\theta} = -\frac{r^2}{p} \sqrt{1 - \frac{p^2}{r^2} - \frac{\varphi(r)}{\frac{1}{2} \mu g^2}}, \quad (30)$$

这是用极坐标表示的軌道微分方程。如果(30)式根号內的式子为零, 則半徑矢量对時間或对 θ 角的导数也为零。因此, 最接近的距离 r_m 如果存在的话, 它就是 r 方程的最大解:

$$1 - \frac{p^2}{r^2} - \frac{\varphi(r)}{\frac{1}{2} \mu g^2} = 0. \quad (31)$$

如果它存在, 我們有

$$\theta_m = \int_{r_m}^{\infty} \frac{p \frac{dr}{r^2}}{\sqrt{1 - \frac{\varphi(r)}{\frac{1}{2} \mu g^2} - \frac{p^2}{r^2}}}, \quad (32)$$

最后有

$$\chi(p, g) = \pi - 2p \int_{r_m}^{\infty} \frac{\frac{dr}{r^2}}{\sqrt{1 - \frac{\varphi(r)}{\frac{1}{2} \mu g^2} - \frac{p^2}{r^2}}}. \quad (33)$$

1.4 相互作用势

在前面各节內, 我們曾有意地把势函数写成了普遍形式 $\varphi(r)$ 。現在的問題是对我們下面所研究的各种不同粒子間的碰

撞考察势函数的实际形式.

1. 电子和离子間的碰撞或两个离子間或两个电子間的碰撞
在这情况下,远距离的相互作用势取熟知的庫仑势形式:

$$\varphi = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}. \quad (34)$$

在近距离上,一个电子和一个离子之間或两个离子之間作用着量子力学性质的力,它一般为斥力,例如,当包圍两个离子的电子云相互重叠时,就产生这种力. 这些势随 r 的变化要比庫仑势快得多.

2. 电子和分子間的碰撞

当电子离开分子很远时,相互作用势主要是由于感生偶极子的效应所引起的,电子在距离 r 处产生的电场为

$$E = \frac{e}{r^2}. \quad (35)$$

这电场使分子极化,产生一个偶极矩,由下式表示:

$$\mathcal{M} = \alpha E = \frac{\alpha e}{r^2}. \quad (36)$$

式中 α 是分子的极化率,这偶极子又在分子周圍产生一个势,由下式表示:

$$V = \frac{\mathcal{M} \cos \theta}{r^2}. \quad (37)$$

电子在这偶极子的軸綫上,因而相互作用势可表为下列关系式:

$$\varphi(r) = -eV = -\frac{\alpha e^2}{r^4}, \quad (38)$$

我們在最后的式子內取負号,是因为相互作用力是吸力.

在近距离上,电子和分子以量子力学性质的力相互作用着,对于这些力还很难得到普遍的知識,只知道作为距离的函数,这些力变化很快,而且它們一般为斥力.

3. 两个中性分子的碰撞

在这种情况下, 还存在一种远距离的相互作用力, 它是吸力, 称为范德瓦耳斯力. 相应的相互作用势的形式为

$$\varphi(r) = -\frac{A}{r^6}. \quad (39)$$

我們把这势解释为第一个分子的瞬时偶极子和它在第二个分子上所感生的偶极子之间的相互作用.

在近距离上, 两个分子间作用着变化很快的量子力学性质的力, 而且一般是斥力.

第二章

彈性碰撞截面

在前一章內，我們從經典力學的观点出發，研究了兩個粒子之間的彈性碰撞。在這一章內，我們首先引出碰撞截面這一概念，然後證明前一章內所作的經典描述是不滿意的，並且從量子力學的观点出發，適當介紹碰撞截面的定義及其計算方法。末了，我們指出有關碰撞截面的若干實驗結果。

2.1 微分截面和偏轉角

我們來研究一束平行的單能量粒子；設 Φ_1 為這粒子束的通量，也即是一秒內通過一平方厘米面積的粒子數。假定這粒子束與一個作為固定散射中心的靶粒子相碰撞（換句話說，我們用質心系研究這現象）。於是，入射粒子將向各個方向散射，如圖 5 所示。如果入射通量是均勻的，也即是如果入射粒子的碰撞參量在靶粒子周圍均勻地分布，則被散射粒子的角分布就表征着入射粒子與靶粒子間力律的特性。我

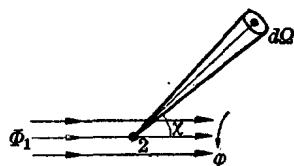


圖 5 一個入射粒子在
平行束中的散射

們利用微分截面的概念來表示這種分布：設 $\frac{dN_1}{dt}$ 為單位時間內在給定方向為中心綫的小立體角 $d\Omega$ 內被散射的粒子數。這方向相對於入射粒子束方向的角度，我們用下列兩個極角來表示：

χ ——偏轉角；

φ ——方位角。

導數 $\frac{dN_1}{dt}$ 顯然正比於 Φ_1 和 $d\Omega$ ，按照定義，我們有

$$\frac{dN_1}{dt} = \Phi_1 \sigma(\chi, \varphi) d\Omega, \quad (1)$$