



高等学校試用教科書

画法几何学

HUAFÄ JIHEXUE

(修訂本)

大連工学院工程画教研室編

張述庆 陈万钟 孙海滨修訂

人民教育出版社

51.54
111

高等学校試用教科書



画 法 几 何 学

HUAFA JIHEXUE

(修訂本)

大連工学院工程画教研室編

張述庆 陈万钟 孙海濱修訂

人民教育出版社

本书系大连工学院工程画教研室編“画法几何学”(高等教育出版社, 1957年)一书的修訂版。修訂的主要依据为 1962 年 5 月审訂的高等工业学校机械类专业适用的“画法几何及机械制图教学大纲(試行草案)”中的画法几何部分。負責本书修訂工作的为張述庆、陈万钟和孙海濱。

本书除緒論外,包括点、直綫、平面、投影变换、曲綫与曲面、几何体的表示法、立体的表面展开、平面与立体相交、直綫与立体相交、两立体相交、軸測投影等部分。

本书可作为高等工业学校机械类各专业的試用教科书,也可作为其他专业的教学参考书。

本书曾經高等工业学校画法几何及制图課程教材編审委员会褚士荃委員审閱。

画 法 几 何 学

(修訂本)

大连工学院工程画教研室編

張述庆 陈万钟 孙海濱修訂

北京市书刊出版业营业許可証出字第 2 号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

上海市印刷四厂印装

新华书店上海发行所发行

各地新华书店經售

統一书号K15010·504 开本 787×1092 1/16 印張 12 2/8

字數 250,000 印數 173,001—182,000 定价(7) 1.20

1957年8月第1版 1963年7月修訂第2版 1963年7月上海第10次印刷

再 版 序

本书的初版是1957年出版的,这次再版时,吸收了几年来使用本书的经验,并根据1962年审订的高等工业学校机械类专业适用“画法几何及机械制图教学大纲(试行草案)”中的画法几何部分,作了较大的修订。

在编写本书的初版时,我们认为作为画法几何教科书的任务,主要是使学生学会分析和解决空间几何问题的思考方法,从而掌握其图示法和图解法。为此,加强了作图的空间分析与说理过程,而在作图步骤上力求简练;每一图例具有明确的目的,而避免形象罗列。同时,编写中加强了课程的基础部分,例如:把展开、截断、相贯等各章的基本问题看作是点、直线、平面各章的基本原理与方法和曲面性质的具体应用。这次修订,我们仍保留了原来的观点和安排。

修订本在内容上主要的变动是加强了平面的非迹表示法。同时对迹线的基本原理和作图法仍作了必要的阐述。为了在教学上对迹线平面便于取舍起见,除将非迹表示法编成为一独立系统外,特将迹线表示法作为一辅助系统,教师可根据教学需要取舍其一部或全部。至于特殊位置的平面,由于用迹线表示有其简单和直观的特点,故仍将它作为主要的表示法。

在投影变换一章中增加了关于无轴投影图(§5-7)的内容。后续各章的投影图则采用有轴和无轴兼用的形式。

在平面一章中增加了小字排印的综合性问题解法讨论(§4-10)一节,作为自学材料,以求对提高学生的解题能力有所帮助。

根据当前教学的实际需要,和贯彻“少而精”的原则,在加强基础理论及不削弱基本内容的前提下,对本书初版的篇幅作了一定压缩,删去了新教学大纲范围以外的内容,对某些次要内容用小号字排印。例如:删去了曲面的切平面,精简和改写了点的三面投影图作法、投影变换中的旋转法和重合法等等。

参加本书初版编写工作的有:张述庆、刘伯馨、陈万钟、孙海滨、冯章材、万祖基、常学谦、孙孝增、袁国樑和王锡祉。此外,清华大学褚士荃同志、北京航空学院郑远燎同志、北京工业学院邓开举同志、北京钢铁工业学院方丁同志、北京铁道学院倪永涛同志、大连海运学院常学谦同志在各方面也给予了很多的帮助。

本书修订过程中又承北京工业学院邓开举同志和清华大学褚士荃同志指正,特此致谢。

大连工学院工程画教研室 1962年11月

学习方法指示

1. 过去部分学生曾經有一种偏見,认为: 只有預先具备了充分的空間想像力,才可能学好画法几何学。事实上,这门課程本身就有培养学生具备空間想像力的特殊使命。所以,具备充分的空間想像力应该是学习画法几何的結果,而不是学习前必須的条件。作为学习本課程的主要前提來說,学生应该具备初等几何的知識(特别是立体几何)。因此,学生在学习过程中,如能經常地把初等几何知識与画法几何原理密切联系起来运用,将会获得良好的效果。

2. 本課程自始至終应用初等几何的原理及投影方法来研究: (1)空間几何問題在平面上的图示法, (2)在平面图样上解决空間几何問題的图解法。因此,在学习过程中,要求我們經常注意空間几何关系的分析和空間問題与平面图样間的对应关系。这种“从空間到平面,再由平面回到空間”的反复研究和思維的过程,就是本課程最有效的学习方法。因为只有这样,才能保证我們的空間想像力得以充分发展。

有些初学者,忽視分析空間几何关系以及空間与平面图样之間的对应关系,就試圖用书本上的某些結論去解决問題。也有些初学者,只注意空間的几何关系,而抛开书本上已經归納起来的投影規律,每解一个具体問題,均企图凭自己用模型比拟空間情况来直接获得答案。这种理論脱离实际和忽視理論的学习方法都会給学习带来困难。

3. 按性质來說,本課程是一門基础技术課,因此它的实践意义是十分重要的。在中学里研究几何問題,是在已有的公理和定理的基础上論证了解題的一般方法,就滿足了。但在画法几何学中,解决問題就必须精确地把图画出来。假如学生只能从理論上叙述和证明問題而作不出图来,那末实际上問題还是沒有解决。为此在整个学习过程中: (1)必須着重研究各种图例,复习时不宜停留在单纯地閱讀,而应在閱讀的同时,用制图工具在图紙上描繪所有的作图方法。这样,不但易于了解課文的内容,而且能确实掌握其原理及具体应用。(2)經常进行系統的投影作图练习,对所学每一章节,必須完成一定数量的习题来巩固它。經過一定阶段后,还应按时完成綜合性的图解作业。(3)有意識地培养踏实、細致和耐心的优良作風,如学习中遇有模糊之处,应借助于模型(可以自制簡單模型)来研究解决;对全部图解作业和习题,必須用圓規和直尺来完成,要求养成作图精确和图面整洁的习惯,不得徒手描繪。

目 录

再版序	v	复习题十	64
学习方法指示	vi	§ 4-10. 綜合性問題解法討論	64
第一章 緒論	1	第五章 投影变换	67
§ 1-1. 画法几何学的任务	1	§ 5-1. 概述	67
§ 1-2. 画法几何学的发展概况	2	§ 5-2. 更換投影面法	68
§ 1-3. 关于投影方法的基本概念	3	复习题十一	75
§ 1-4. 工程上常用的作图方法	5	§ 5-3. 繞垂直于投影面的軸旋轉	76
复习题一	8	复习题十二	83
第二章 点	9	§ 5-4. 繞平行于投影面的軸旋轉	83
§ 2-1. 两投影面体系中点的投影	9	§ 5-5. 繞平面的迹綫旋轉——重合法	85
§ 2-2. 两投影面体系中点的各种位置	10	复习题十三	87
§ 2-3. 三投影面体系中点的投影和坐标	11	§ 5-6. 投影变换小結	88
§ 2-4. 三投影面体系中点的各种位置	14	§ 5-7. 投影面的平行移动及无軸投影图	89
复习题二	16	第六章 曲綫与曲面	91
第三章 直綫	18	§ 6-1. 曲綫概述	91
§ 3-1. 直綫的投影	18	§ 6-2. 圓錐曲綫	93
§ 3-2. 特殊位置直綫的投影	19	§ 6-3. 曲面概述	96
§ 3-3. 一般位置綫段的实长及其与投影面的角度	21	§ 6-4. 直綫面	97
复习题三	23	§ 6-5. 曲綫面	102
§ 3-4. 直綫与点的相对位置·分割綫段成定比	24	§ 6-6. 螺旋綫	105
§ 3-5. 直綫的迹点	25	§ 6-7. 螺旋面	108
复习题四	27	复习题十四	110
§ 3-6. 两直綫的相对位置	28	第七章 几何体的表示法	112
§ 3-7. 重影点和可見性問題	30	§ 7-1. 平面立体的表示法	112
§ 3-8. 相交两直綫所成角度的投影	31	§ 7-2. 曲面立体的表示法	115
复习题五	32	复习题十五	118
第四章 平面	34	第八章 立体的表面展开	120
§ 4-1. 在投影图上表示平面的方法	34	§ 8-1. 平面立体的表面展开	120
§ 4-2. 在平面上取点和直綫	34	§ 8-2. 曲面立体的表面展开——可展曲面的展开	122
§ 4-3. 平面的迹綫	36	§ 8-3. 不可展曲面的近似展开法	126
复习题六	39	§ 8-4. 复合面的展开	129
§ 4-4. 各种特殊位置的平面	40	复习题十六	130
§ 4-5. 平面上的特殊直綫	43	第九章 平面与立体相交	132
§ 4-6. 过已知点或已知直綫作平面	46	§ 9-1. 平面与平面立体相交	132
复习题七	47	§ 9-2. 平面与曲面立体相交	136
§ 4-7. 直綫与平面平行·两平面平行	47	复习题十七	143
复习题八	50	第十章 直綫与立体相交	145
§ 4-8. 直綫与平面相交·两平面相交	51	§ 10-1. 直綫与平面立体相交	145
复习题九	59	§ 10-2. 直綫与曲面立体相交	146
§ 4-9. 直綫与平面垂直·两平面相垂直	60		

复习题十八	149	第十二章 軸測投影	168
第十一章 两立体相交	150	§ 12-1. 概述	168
§ 11-1. 两平面立体相貫	150	§ 12-2. 正軸測投影	170
§ 11-2. 两曲面立体相貫	154	§ 12-3. 斜軸測投影	181
§ 11-3. 用素綫平面法求两直綫面的相貫綫	155	复习题二十	185
§ 11-4. 用平行面法求两曲面立体的相貫綫	158	附录	187
§ 11-5. 用球面法求两迴轉体的相貫綫	160	一. 橢圓的画法	187
§ 11-6. 两曲面立体相貫的小結	161	二. 橢圓的近似画法——四心扁圓法	188
§ 11-7. 两曲面立体相貫的特殊情况	163	三. 正圓錐的截断面实形	189
§ 11-8. 平面立体与曲面立体相貫	163	四. 常用螺旋面	190
复习题十九	165		

第一章 緒論

§ 1-1. 画法几何学的任务

1. 画法几何学的研究对象: 概括地說, 第一, 它研究空間的各种几何要素(点、綫、面)和空間的物体在平面上的各种表示方法及其原理; 第二, 它研究在平面上用几何作图的方法来解决空間的几何問題。所以, 画法几何学是一門研究空間几何問題的图示法和图解法的科学。

2. 在艺术、工业和許多科学研究部門中, 都要繪制图样来表示各种物体的形象。但在不同的場合, 对图样有不同的要求。一般所要求的是滿足下列两个主要条件: (一)图样的直观性, 即图样給人們以逼真的印象或近似于原物本身的形象; (二)图样的度量性, 即根据图样能方便而准确地判別出原物的形状大小。

画法几何学要研究滿足上述条件的图示法。但对工程界应用的图样來說, 图样的度量性具有首要的意义。因为任何建筑工程和机器都必須按照图样进行建造, 所以在工程界的任何生产部門中, 图样成为最主要的技术文件之一, 且被认为是工程界的語言, 而画法几何学則被喻为这种語言的語法。

3. 对工程师來說, 在平面上用几何作图来解决空間几何問題的图解法是非常重要的。因为在技术界和科学界中, 表示出物体的形象往往还不是最終目的。例如用測繪方法画出某一地区的地形图, 它的目的当然不只是为了掌握該地区的地貌而已。根据它, 工程师可以研究铁路或运河綫路的选定, 决定何处填筑路基, 何处开挖沟渠, 并計算出土方数量, 以及解决其他一系列的問題。同样, 机械工程师有了机器的图样, 就有可能按照图样来研究該机器各部分的机械性能, 例如研究机器運轉时各部件或各零件間的互相作用的問題, 并从而提出改进方案。与上述类似的例子, 在各种应用科学部門中都能找到。可以这样說, 所有必須解决(或涉及)空間几何問題的科学部門, 画法几何学的知識都能得到应用。图解法作为工具, 比之計算法來說, 由于作图操作和所用仪器工具的限制, 在精确性上有一定的局限性。但在某些情況下, 既能滿足該項工作所要求的精度, 又比計算法来得特別簡單迅速, 往往还具有明确显示几何形象的优点。因此, 空間几何問題的图解法是科学技术工作者必須熟练掌握的一項基本工具。

4. 以上, 我們已經可以初步看到: 画法几何学将对未来的科学技术工作者的现实活动所起的重要作用。但是除此之外, 画法几何学还有着一般性意义。因为在系統地研究图示法和图解法的过程中, 使我們的观察能力和空間观念得到一定发展, 使我們学会了一些分析与綜合空間几何問題的方法。这样, 就为較深入地認識或进一步地解决有关物质世界的各种空間形象問題, 提供了有利条件。

§ 1-2. 画法几何学的发展概况

1. 大家知道, 欧几里得和阿基米德等古代的数学家所創立的度量几何学是由于测地学和航海学上的实际需要而产生的。其后, 随着人类生产活动不断的发展, 提出了一系列新的有关显示物体形象和大小的几何問題。事实上, 为制造一定形象的物体, 如房屋、工具、兵器 and 机器等就必须預先确定其形状和大小等几何特性, 而这些几何特性要用口头或文字描述是不可能清楚完整的。因此就有必要用繪图方法来表示物体。由于这种客观的需要, 在远古时, 人們就已經找到各种表示物体形象的方法。这些方法通过以后許多工艺劳动者、建筑家、艺术家和科学家的劳动又得到了改进和发展。

科学的唯物主义告訴我們: 任何科学都是从生产实践中产生, 并随着生产发展而前进。画法几何学发展的历史也正是这样。远在画法几何学形成一門独立学科之前, 它的很多方法与規則早已在世界各国的各种領域里获得广泛的应用。直到 1795 年, 画法几何学才以一門独立的学科出現。这应归功于法国几何学者蒙若(G. Monge), 因为他总结和发展了几千年来人类在本門科学領域內的劳动成果。但是也应该指出, 蒙若的成就是与当时法国大革命时代技术的发展和需要分不开的。

2. 中国是文化悠久的国家, 在繪图技术方面, 两千年前就已經有輝煌的成就。虽然远古作品大部已散失湮沒, 但仅存的片断史料也足以說明这一点。比如, 早在春秋时代的一部技术經典著作“周礼考工記”中, 已有关于制图工具“規”“矩”“繩”“墨”等的記載; “周髀算經”里已有“勾三股四弦五”正确繪制直角的方法; 在“史記”中有“秦每破諸侯, 写放其宮室, 作之咸阳北阪上”; 以及在唐代柳宗元“梓人傳”中有“画宮于堵盈尺, 而曲尽其制, 計其毫厘而构大厦无进退焉”等資料。这不仅說明我国古代制图技术上的发展是与历史进程密切結合的, 而且证明早在唐代以前就应用了比例的方法, 在較小的面积上反映巨大的形象, 并达到了一定的精确程度。

这里应该特別提出的是宋代李誠(明仲)所著“营造法式”(公元 1103 年)。这是我国建筑技术的一部經典著作, 是李誠与当代劳动人民密切合作的結晶。书中的图样已相当全面和正确地使用了正投影法和軸測投影法, 与用近代投影法所作的图样相比已几无区别。

嗣后, 明代宋应星編“天工开物”以及其他技术书籍, 也用大量图样表示車舟器械的形象和构造。这时西方文化的傳入也起了一定的积极作用。但自宋末以迄清代, 这一时期生产力发展緩慢, 制图技术和图示理論沒有显著进步。

近百年来, 各門科学的进程是一日千里, 画法几何学也随着生产发展而发展着。但是, 具有悠久文化而勇于創造的中国人民在这个領域里是落后了。这是由于帝国主义入侵后, 中国长期淪为半封建半殖民地, 因之束縛了生产力的发展, 也影响了科学技术应有的发展。在解放前的大学里, 由于理論脱离实践的资产階級思想的影响, 对画法几何学也缺乏应有的重視。所有这些都影响了这門学科在我国应有的发展。

解放以来, 由于党和政府的正确領導和关怀, 已为本門学科的发展創造了有利的条件。

我們知道在社会主义的国家里,一切科学部門都有責任为提高劳动生产率和进一步提高人民的文化和物质生活而努力。当社会主义建設事业日益发展的今天,社会主义建設对画法几何学提出的具体要求是: (一)要进一步研究空間形体与图样之間的对应关系来改进图样繪制的方法,为繪图工作趋向于机械化創造条件; (二)要进一步研究画法几何的方法,使能广泛地应用到其他科学領域里去,为工程上的某些問題的解决提供有利条件; (三)要进一步研究画法几何学的理論,为前两者奠定理論基础。当然,要在任何方面取得成績都需要艰苦的劳动,但是我們完全相信,在中国共产党英明的领导下和生产技术迅速发展的推动下,一定能够改变目前的落后面貌而赶上时代的要求。

从我国古代在繪图技术上的成就来看,从我国党和政府为科学研究工作創造的优越条件和几年来社会主义建設在各个領域所取得的偉大成績来看,在中国,画法几何学是会像其他科学一样地承继先人光荣傳統,并在短期内赶上世界先进水平的。

§ 1-3. 关于投影方法的基本概念

1. 画法几何学的基础是投影法。投影法通常分为两大类,即中心投影和平行投影。

設在空間有定平面 P 和不在該平面上的定点 S (图 1-1)。另外任取一点 A ,連接 SA 并延長之,使交平面 P 于一点 a 。我們称: 点 a 为空間点 A 在平面 P 上的中心投影; 点 S 为投影中心, 平面 P 为投影面, 直綫 SA 为投射綫。这种投影方法就称为中心投影。

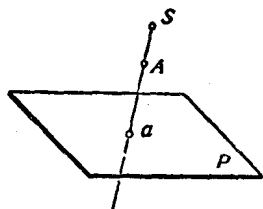


图 1-1

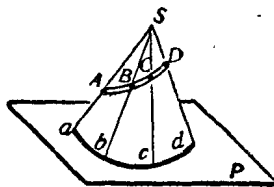


图 1-2

因为綫可以看作点的集合,所以要求出曲綫 $ABCD$ 的中心投影(图 1-2),可取属于此綫上的一系列点,按上述方法一一求出其投影 a 、 b 、 c 、 d 各点。然后,依次連接 $abcd$ 就是所求曲綫的中心投影。

从图 1-2 可見: 中心投影的所有投射綫是經過投影中心的,所有投射綫的集合形成了一个錐形投射面,因此中心投影也称为錐面投影。

如果設想把图 1-2 中的 S 点移向无穷远,显然,所有投射綫 SA 、 SB 、 $\dots$ 将趋于平行,如图 1-3 所示。这些平行的投射綫形成了一个柱形投射面,它与投影面 P 的交綫 $abcd$ 就称为曲綫 $ABCD$ 的平行投影。当投射綫都是相互平行时,这种投影方法称为平行投影,也称为柱面投影。实质上,平行投影是中心投影的特殊情况。

平行投影按投射方向又可分为正投影和斜投影两种。投射方向垂直于投影面 P 的称为正投影(或直角投影),否則統称为斜投影,如图 1-4 所示。

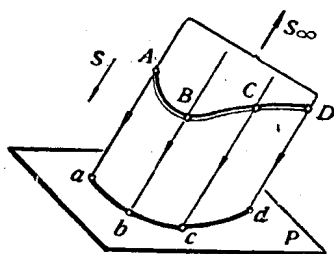
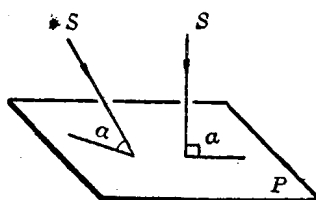


图 1-3



斜投影 正投影
 $\alpha \neq 90^\circ$ $\alpha = 90^\circ$

图 1-4

2. 投影法是在一定的投影条件下, 研究空间各种几何要素(点、线、面)经过投影后保留不变的几何特性。这些不变的特性就是画法几何学用来进行作图的依据, 也可称之为投影规律。

首先举出在任何投影条件下都是正确的两条基本投影规律:

(1) 直线的投影仍为直线, 特殊情况成为一个点。如图 1-5, 直线 AB 在以点 S 为中心、平面 P 为投影面的条件下, 其投影 ab 仍为直线。但当 S 、 C 和 D 三点共线时, 直线 CD 的投影 cd 积聚于一点。又如图 1-6, 在平行投影的条件下也可看出上述规律是正确的。

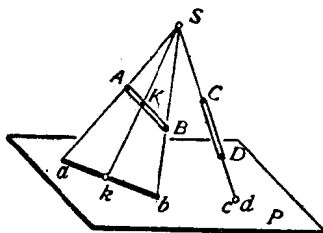


图 1-5

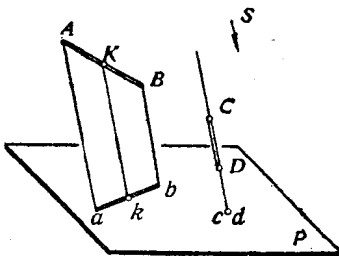


图 1-6

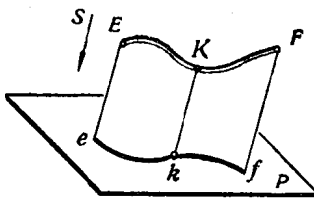


图 1-7

(2) 设一点在某条线上, 则点的投影必定在该线的投影上。如图 1-5 和 1-6, 点 K 是直线 AB 上的点, 那末点 K 的投影 k 在直线 AB 的投影 ab 上。当点 K 在一条曲线上时, 结果也是一样, 如图 1-7 所示。

其次, 可以提出平行投影中的一些普遍规律:

(1) 一直线上两线段之比等于其投影之比。如图 1-8, 设点 A 、 K 、 B 都在直线 AB 上, 其投影为 a 、 k 、 b , 则 $AK:KB = ak:kb$ 。

(2) 两平行直线的投影, 仍互相平行。如图 1-9, 设平行两直线 I 和 II , 则它们的投影 1 和 2 仍互相平行。

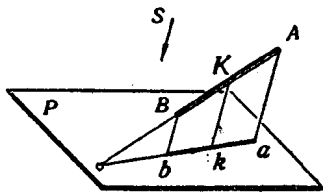


图 1-8

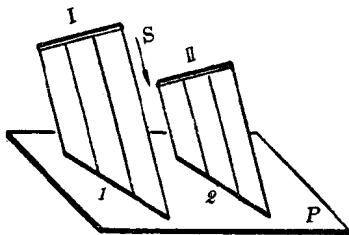


图 1-9

(3) 两平行线段之比等于其投影之比。如图 1-10, 设线段 $AB \parallel CD$, 它的投影各为 ab 和 cd , 则 $AB:CD=ab:cd$ 。

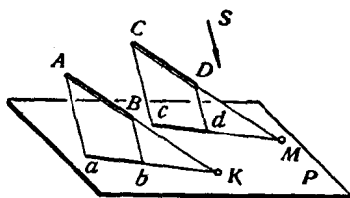


图 1-10

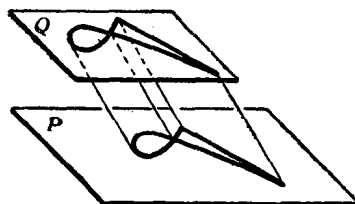


图 1-11

(4) 平行于投影面的任何线(曲线或折线)或图形, 它的投影全同于线或图形本身, 亦即反映线或图形本身的实形(图 1-11)。

所有上述基本的投影规律都可用初等几何的知识得到证明。在解决画法几何问题时, 除经常应用上述基本规律外, 还将结合具体问题探讨很多其他的投影规律。这将在本书以后各章中研究。

事实上, 上述规律只说明了有可能利用某些投影规律来进行作图。这仅是研究画法几何问题中从空间到平面的一个方面, 而另一方面, 更基本和更重要的问题是: 从投影所得的图样能否确定其对应的空间几何要素间的几何关系呢? 我们接着来讨论这一问题。

3. 从图 1-1 可以看出: 在一定投影条件下, 一个空间点具有唯一确定的投影。因为每一条确定的投射线与给定的投影面只能交于一个点。

现在反过来研究, 设按照一定的投影条件, 求出空间一点 A 的投影为 a , 然后移去点 A , 如图 1-12。试问: 在投影条件不变的情况下是否可以从点 S 和 a 重新确定点 A 的原位置呢? 显然在直线 Sa 上的一切点, 如图 1-13 中点 $A_1, A_2, \dots$ 等, 都有同一的投影 a 。因此得不到肯定的答案, 只能得出按照点的一个投影不能确定该点的空间位置的结论。

由于任何图形和立体都可分析为某些点的集合, 因此研究从一点的投影来确定相应点的空间位置问题, 就成为图样能否确切地表达和能否解决空间几何问题的关键。这一问题

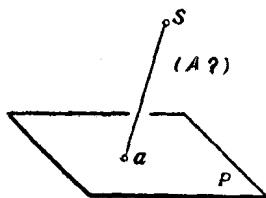


图 1-12

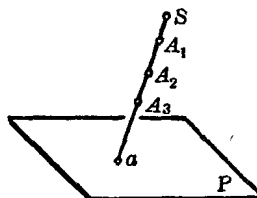


图 1-13

可以用不同的形式和方法来解决, 但以生产上能得到方便为原则。这将在下一节中给以说明。

§ 1-4. 工程上常用的作图方法

工程上表达各种物体时, 如机器、房屋以及与大地有关的土工建筑物, 由于不同的目的

和物体的不同的几何屬性,采用不同的作图方法。常用的作图法有:透視投影、軸測投影、标高投影和正投影等四种。下面分別給予概括的介紹。

1. 透視投影

它属于中心投影法。物体經過放射形光束投射到一个平面上所呈現的图形称为物体的透視图。图 1-14 中图像 ab 就是物体 AB 在 P 平面上的透視图。

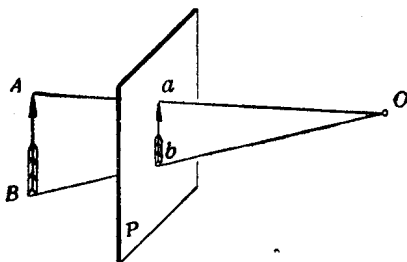


图 1-14

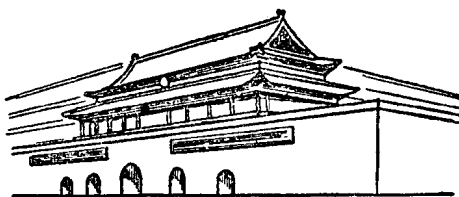


图 1-15

从光学观点来看,透視投影和照相机成影原理是一致的。它的形象符合于人們的视觉,

具有高度的立体感,这是它的优点。它的缺点是作图复杂和不能直接度量。因此透視投影在繪画及繪制大型建筑物(如水电站及大厦等)的形象图时还是經常被采用的。图 1-15 示出了天安門的透視图。

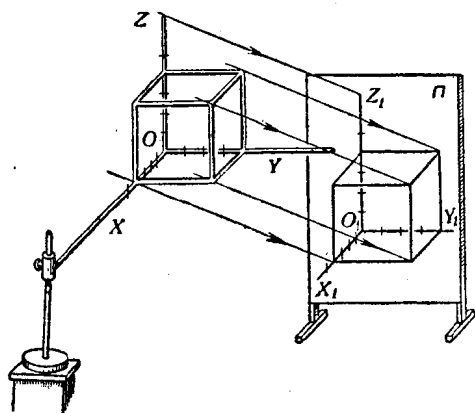


图 1-16

2. 軸測投影

它属于平行投影法(正的或斜的)。物体經過平行光束投射到一个平面上所呈現的图形称为物体的軸測投影图。

图 1-16 显示了用铁絲构成的立方形在平面 Π 上的軸測投影。为了确定点在空間位置和使这种图样便于度量,首先在空間确定了三根互相垂直的坐标軸 OX 、 OY 、 OZ 。并自 O 起以相同的单位长度在每根軸上刻上等分。然后,按选定的投射方向,将各坐标軸連同物体一起投射到平面 Π 上。坐标軸的投影 O_1X_1 、 O_1Y_1 、 O_1Z_1 称为軸測投影軸,它們都附有刻度的投影。根据这些刻度的投影繪制軸測投影图,和在軸測投影图上测量物体各个軸向的长度,軸測投影就由此得名。

軸測投影的优点亦为富有立体感,但沒有透視投影逼真。由于軸測投影属于平行投影,因此度量和作图都比透視投影簡便。所以本书及其他科学书籍經常应用軸測投影来表达物体的形象。

3. 标高投影

它属于正投影法。

以一点的标高投影为例,就是用点 A 在一个水平投影面 H 上的正投影 a ,再附加标志該

点离开 H 平面的高度的数字。如点 A 高出 H 平面为 7 单位长度, 那末它的标高投影就是 a_7 , 如图 1-17 所示。这样, 根据有确定位置的点 a 和数字标记 7 就能确定点 A 在空间的唯一位置。

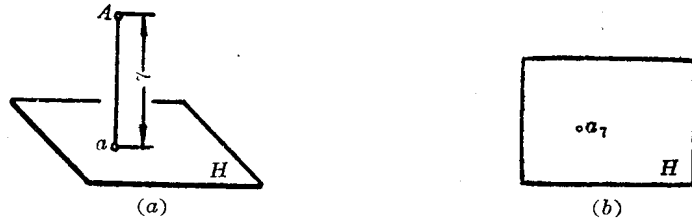


图 1-17

标高投影在表达复杂的曲面时得到广泛的应用。地面是极不规则的曲面, 因此地形图以及和地面发生密切联系的土建工程图经常应用它。图 1-18 表示用等高线绘制地形图的方法就是应用标高投影的具体例子。

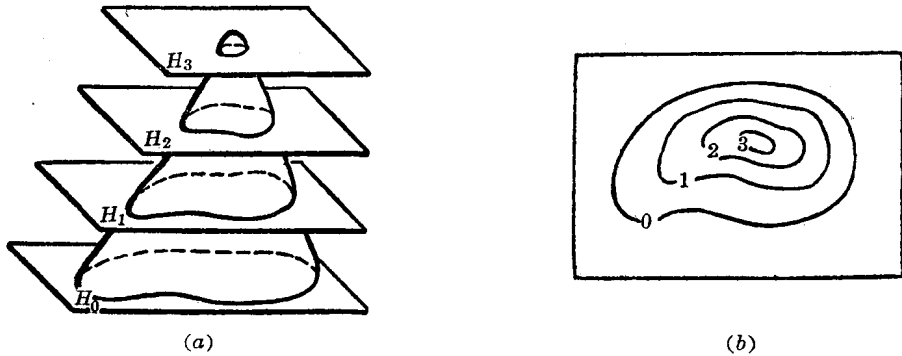


图 1-18

4. 正投影(亦称蒙若法)

它亦属于正投影法。但是, 它是用在两个以上的投影面上的投影来表示空间物体的位置和形状。

首先设定两个互相垂直并相交于轴 OX 的投影面 H 和 V 。空间一点 A 的正投影是由它分别引垂直于 H 和 V 两平面的投射射线 Aa 和 Aa' (图 1-19), 得到在 H 和 V 两平面上的投影各为点 a 和 a' 。然后移去点 A , 从已知投影 a 及 a' 就完全可以表示点 A 在空间的位置了, 如图 1-20, a 所示。

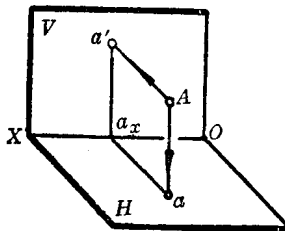


图 1-19

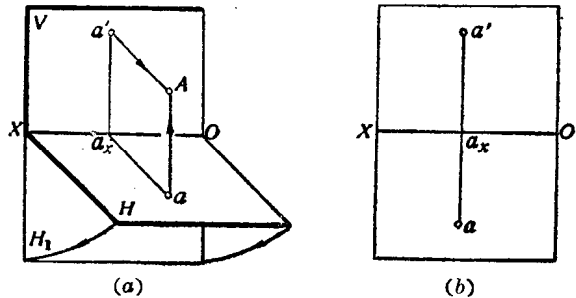


图 1-20

但是正投影图还要求把两个投影 a 和 a' 画在同一平面内。为此, 规定将投影面之一 (如图 1-20, a 中的 H 平面) 繞 OX 軸旋轉, 使与另一投影面重合 (按图 1-20, a 中箭头方向旋轉)。这样就得到图 1-20, b 所示的正投影图。

至于物体的正投影, 就是物体上点的投影的集合。图 1-21 表示一个几何立体在三个互相垂直的投影面上的投影和它的正投影图。

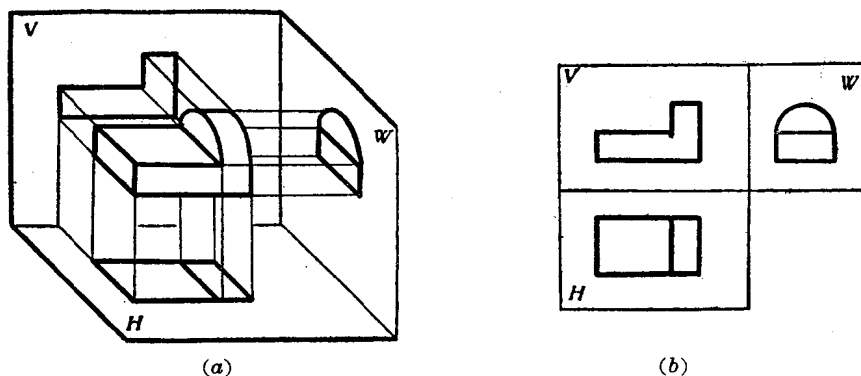


图 1-21

从以上分析可以看出, 正投影图清楚地表达了物体不同方面的形状和大小, 且具有表达确切、度量方便和作图简单的优点。因此这种投影图在工程界用得最广。

上述四种投影图除正投影采取多面投影的形式外, 其余三种都是单面投影的形式。由于实际应用的需要, 本书前十一章全部討論正投影問題, 第十二章討論軸測投影問題。

复习題一

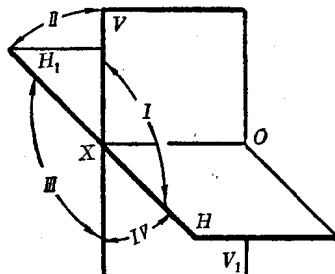
1. 学习画法几何的目的是什么?
2. 試述构成投影的条件和方法。
3. 中心投影与平行投影的区别何在? 正投影的特点如何?
4. 点在一个投影面上的投影, 若不附加其他条件, 是否能够决定該点在空間的位置?

第二章 点

§ 2-1. 两投影面体系中点的投影

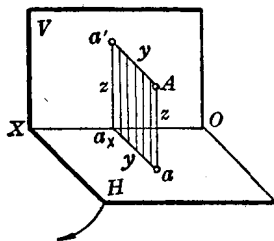
1. 为了确定点在空间的位置, 应引入一套与点发生关系的工具, 如像解析几何中的坐标系一样。这套工具是: 引入两个互相垂直的平面, 放在空间适当的位置, 然后用正投影法研究点对这两个平面的关系。这两个平面所构成的体系称为两投影面体系, 简称两面体系。

两面体系中两个互相垂直的平面称为水平投影面和正立投影面, 两平面的交线 OX 称为投影轴。因此, 投影轴 OX 划分每一投影面为两半平面, 即: 前半平面 H 和后半平面 H_1 ; 上半平面 V 和下半平面 V_1 。这样, 整个空间被两平面划分为四个部分, 每一部分称为一个象角。我们以一定顺序称呼各个象角, 如图 2-1 所示那样。

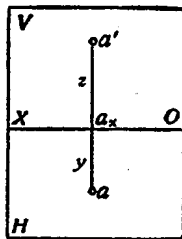


象角 I—— H 和 V 之間
象角 II—— H_1 和 V 之間
象角 III—— H_1 和 V_1 之間
象角 IV—— H 和 V_1 之間

图 2-1



(a)



(b)

图 2-2

2. 现在取第一象角里的一点 A 来研究它的投影(图 2-2, a)。依 § 1-4 关于正投影的作图法, 在水平投影面上得到点 A 的水平投影 a ^①, 在正立投影面上得到点 A 的正面投影 a' ; 移去空间点 A , 按规定将投影面 H 绕投影轴 OX 向下旋转与投影面 V_1 重合, 这样就得到如图 2-2, b 所示的投影图。

研究图 2-2 可以得出投影图上的下列基本投影规律:

(1) 一点的水平投影和正面投影的连线垂直于 OX 轴。因为投射线 Aa 和 Aa' 构成了一个平面 Aaa_xa' , 它垂直于 H 面, 交线为 aa_x ; 它也垂直于 V 面, 交线为 $a'a_x$ 。显然, 平面 $Aaa_xa' \perp OX$, $a'a_x \perp OX$ 和 $aa_x \perp OX$ 。当 a 跟着 H 面旋转而重合于 V_1 面时, $aa_x \perp OX$ 的关系不变。因此投影图上的 a, a_x, a' 三点共线, 且 $aa' \perp OX$ 。

(2) 一点的水平投影到 OX 轴的距离(aa_x)反映了该点到 V 面的距离(Aa'); 其正面投影

① 本书关于空间点及其投影的标记: 空间点用大写字母, 例如 $A, B, C, \dots$ 等; 水平投影用相应的小写字母, 如 $a, b, c, \dots$ 等; 正面投影用相应的小写字母加一撇, 如 $a', b', c', \dots$ 等。

到 OX 軸的距离($a'a_x$)反映了該点到 H 面的距离(Aa)。

因为 Aaa_xa' 是一个矩形, 因此得到 $aa_x = Aa'$ 和 $a'a_x = Aa$ 。

§ 2-2. 两投影面体系中点的各种位置

1. 图 2-3, a 表示空間有 A, B, C, D 等四个点对应地分別处在第 I、II、III、IV 等不同的象角里。經各点分別作 H 面的投射綫, 确定各点的水平投影 a, b, c, d ; 經各点作 V 面的投射綫, 确定各点的正面投影 a', b', c', d' 。然后旋轉一个投影面使与另一投影面重合, 得出它們的投影图, 如图 2-3, b 所示。

在这里投影面旋轉的規定同样是: V 面固定不动, H 面繞 OX 軸旋轉。旋轉方向为前半平面 H 向下(重合于 V_1), 后半平面 H_1 向上(重合于 V), 如图 2-3, a 箭头所示方向。

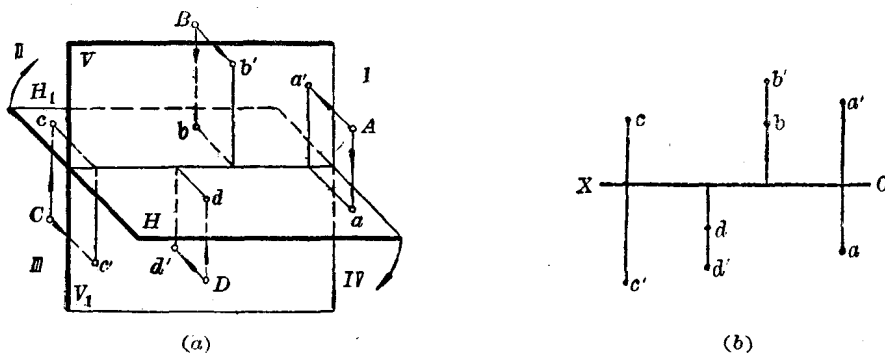


图 2-3

显然, 各个象角里点的投影图同样符合前面由第 I 象角里点的投影所归納出来的两条基本投影規律。但是, 由于各点所处的象角不同, 它們的两个投影与投影軸 OX 的相对方位是不同的。这可归納如下:

- (1) 凡在 H 面上方的点(在 I 或 II 象角內), 它的正面投影在 OX 軸的上方。
- (2) 凡在 H 面下方的点(在 III 或 IV 象角內), 它的正面投影在 OX 軸的下方。
- (3) 凡在 V 面前方的点(在 I 或 IV 象角內), 它的水平投影在 OX 軸的下方。
- (4) 凡在 V 面后方的点(在 II 或 III 象角內), 它的水平投影在 OX 軸的上方。

从分析空間点的位置得到了上述点的投影与投影軸的相对方位, 反之, 如从投影图来研究

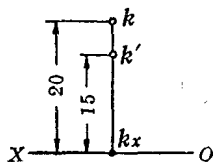


图 2-4

空間点的位置时, 它們也是正确和适用的。例如, 已知点 K 的两面投影(图 2-4), 要来分析其空間位置时, 利用上述規律就可作出如下論断: (一) 从 k 在 OX 軸上方 20 单位长, 可以确定点 K 在 V 面之后 20 单位, 并可能在第 II 或第 III 象角內; (二) 从 k' 在 OX 軸上方 15 单位长, 可以确定点 K 在 H 面之上 15 单位, 并可能在第 I 或第 II 象角內; (三) 从 k, k' 总起来看, 点 K 就只能在第 II 象角里, 即在 H 面之上 15 单位长和在 V 面之后 20 单位长。

2. 点除了在四个象角里的各种位置外, 也可能处在投影面上或者投影軸上, 如图 2-5, a