

高等學校

小學教育

專業教材

小學數學 教材概說

主編 金成梁 周全英

南京大學出版社

高等学校小学教育专业教材

小学数学教材概说

主编 金成梁 周全英

编写 张德勤 刘久成 张受觉
刘明祥 邓友祥

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学教材概说/金成梁,周金英主编;张德勤等编写. - 南京:南京大学出版社,1999.10

ISBN 7-305-03425-8

I.小… II.①金… ②周… ③张… III.数学课-教材-研究-小学 IV.G623.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 38600 号

丛书名 高等学校小学教育专业教材

书 名 小学数学教材概说

主 编 金成梁 周全英

责任编辑 王兆先

装帧设计 赵 庆

责任校对 费 沉

出版发行 南京大学出版社

(南京汉口路 22 号南京大学校内 邮编 210093)

印刷 阜宁县书刊印刷厂

经销 全国各地新华书店

开本 850×1168 1/32 印张 9.25 字数 240 千

2000 年 3 月第 1 版 2000 年 3 月第 1 次印刷

印数 1-6000

定价 13.00 元

ISBN 7-305-03425-8/0·231

声明:(1)版权所有,侵权必究。

(2)本版书若有印装质量问题,本社发行部负责退换。

发行部订购、联系电话:3592317、3319923、3302695

前 言

培养具有较高学历的小学教师是江苏社会主义现代化建设和基础教育事业发展的迫切需要,也是我国师范教育发展的必然趋势。1984年,江苏省南通师范学校在全国率先进行培养专科程度小学教师的五年制师范教育试验;1998年,通过联合办学形式,组建南京师范大学晓庄学院,在全国率先进行培养本科程度小学教师的试验,使江苏省较早启动了以高学历、高素质为基本特征的“跨世纪园丁工程”。十多年来,试验院校为基础教育输送了一大批新型小学教师,提升了小学教师的学历结构,提高了小学教育教学质量,受到了教育行政部门和用人单位的普遍欢迎。但自试验以来,江苏省乃至全国还没有一套专为培养本专科程度小学教师而编写的小学教育专业教材,这不能不说是一种缺憾。

1997年6月,江苏省教委根据原国家教委师范教育司《大学专科程度小学教师培养课程方案(试行)》的基本精神,组织制订并印发了《江苏省五年制师范课程与学习手册》,对培养专科程度小学教师的目标、规格、课程体系作了明确规定,对各专业所开设课程的目标、内容和要求作了具体说明。1999年6月,又对《江苏省五年制师范课程与学习手册》中小学教育专业课程方案进行了修订,正式颁布了《江苏省五年制师范小学教育专业课程方案(试行)》(以下简称《方案》),标志着江苏省培养专科程度小学教师的五年制师范教学内容和课程体系的确立。“九五”期间,原国家教委师范司组织成立了“面向21世纪本专科学历小学教师专业建

设”课题组,江苏省教委和南京师范大学承担了其中一系列的子课题研究任务,编写教材纳入了课题组的预期研究成果,这为教材建设提供了理论和实践上的准备。为了着力解决培养本专科程度小学教师学校教材紧缺的燃眉之急,进一步规范和完善教学管理,切实保证教学质量,江苏省教委组织编写了这套高等学校小学教育专业教材。

这套教材以全面贯彻党的教育方针,全面提高教育质量为宗旨,以教育要“面向现代化、面向世界、面向未来”为指针,以《方案》为依据,体现素质教育思想和改革创新精神,体现大学文化程度和为小学教育服务的内在要求,遵循小学教师成长的规律和学科教学特点,加强通识教育,注重文理渗透,强化职业能力培养,合理安排教材结构,科学构建教材体系。在教材编写过程中,充分汲取了省内外试验院校的教学经验,并注意借鉴国际师范教育教学改革的先进成果,在确保科学性的前提下,进一步突出教材内容的时代性、针对性和系统性,坚持师范性和学术性统一,基础性和发展性并重,使教材体系更加符合培养面向 21 世纪本专科学历小学教师的需要。

全套教材按照“整体规划、分步实施、逐步到位”的教材建设目标进行编写。第一批主要编写《方案》中规定的学科专业必修课、教育专业必修课和部分选修课的教材,共计 38 本。

学科专业课教材有:《文学理论》、《中国古代文学》、《中国现当代文学》、《外国文学》、《汉语》、《写作》、《普通逻辑概要》、《儿童文学》、《人文社会科学基础》、《高等代数》、《数学分析》、《空间解析几何》、《概率与统计》、《算术基本理论与数论初步》、《微机辅助教学软件设计》、《普通物理》、《现代科技概论》等 17 本。

教育专业课教材有:《教育基本原理》、《教育技术教程》、《教育技艺原理与训练》、《教育科研方法》、《儿童心理学》、《班队管理》、《小学语文教材概说》、《小学数学教材概说》、《小学语文教学概论》、《小学数学教学概论》等 10 本。

选修课(必选)教材有:《大学语文》、《高等数学》、《中国文化概说》、《教育思想史》、《素质教育论》、《教育现代化》、《家庭社区教育》、《教育伦理学》、《现代教育思潮》、《小学教育个案研究》、《小学教育比较研究》等 11 本。

本套教材由国内学养深厚的知名专家学者担任主编,一大批具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人集体参与编写,确保了教材质量。

本套教材适用于培养大学本专科学历小学教师的全日制学校,也可以作为在职小学教师本专科学历进修、继续教育和自学考试的指定教学用书。

培养本专科学历小学教师是一项面向未来的探索,小学教育专业建设尤其是教材建设尚处在起步阶段。由于缺乏经验,加上编写时间仓促,难免存在一些不足之处,各地在具体使用过程中有什么问题或建议,请及时与江苏省教委师范教育处联系,以便修订完善。

高等学校小学教育专业
教材编写委员会
1999 年 8 月

第一章 数学中的逻辑初步知识

§ 1.1 引论——数学与逻辑

自古希腊学者亚里士多德(公元前 384 ~ 322)创立逻辑学以后,它就和数学结下了不解之缘。2000 多年来,逻辑学被广泛用于发展数学。欧几里得(公元前 360 ~ 283)的《几何原本》就是从数学理论的逻辑关联性方面进行研究的著名的古典范例。逻辑严密性被认为是数学的三大特点之一。如果说其它自然科学家为了证明自己的论断,往往要借助于实验,那么数学家为了证明自己发现的定理,则需经过严格的逻辑证明。

一、逻辑学的研究对象

逻辑学是研究思维形式及其规律的科学。又称“形式逻辑”或“普通逻辑”。逻辑学的产生,意味着人们把自己的思维变成了研究的对象。

“思维”是人脑的一种功能,是人脑对客观事物的间接的、概括的反映。思维有内容和形式两方面。人们的思维活动,尽管具体内容多种多样,但基本的思维形式只有三种:概念、判断和推理。逻辑学研究这些思维形式以及逻辑思维的基本规律(同一律、矛盾律和排中律),从而为人们提供认识和论证的工具,帮助人们准确地表达思想和正确地认识客观世界。

二、学习逻辑学的意义

1. 逻辑学是一切其它科学的基础

事实上,任何一门科学都要运用概念。它的每一个知识点,往往表现为判断。而判断的发现和论证,都离不开推理。列宁说过:“任何科学,都是应用逻辑。”(《列宁全集》第38卷第216页)学习和掌握逻辑知识,有助于我们在想问题、说话和写作时,遵守应当遵守的规则。做到概念明确、判断恰当、推理合乎逻辑、论证有说服力。从而使思想内容清楚、明确、有条理、前前后后一贯和论证有据,使思想活动循着正确的道路前进。

2. 逻辑学有助于解决数学教学中的逻辑问题

正如没有学过系统语法知识的人往往也能写出通顺的句子,没有学过逻辑学的人,往往也能凭常识合乎逻辑地思考、说话和造句。在许多场合下,常识可以帮助我们遵守逻辑规则,避免逻辑错误。但是,在中小学数学中,有许多问题仅仅根据常识是难以正确解决的。

例1 我们熟悉如下推理

$$\begin{array}{l} \text{平行四边形的对角线互相平分} \\ \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形} \\ \hline \therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的对角线互相平分} \end{array}$$

并对它的正确性坚信不疑。可是,对于推理

$$\begin{array}{l} \text{数学题是做不完的} \\ \text{这道题是数学题} \\ \hline \therefore \text{这道题是做不完的} \end{array}$$

又该怎样看待呢?为什么它从正确的前提推出了错误的结论?问题究竟出在哪里呢?

例2 因为“在等式或不等式中,一个数量可以用和它相等的数量来代替。”所以,对推理

$$\begin{array}{l} a = b \\ b = c \\ \hline \therefore a = c \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a > b \\ b = c \\ \hline \therefore a > c \end{array}$$

我们早就习以为常。可是,推理

$$\begin{array}{l} 300 \div 70 = 30 \div 7 \\ 30 \div 7 = 4 \cdots 2 \\ \hline \therefore 300 \div 70 = 4 \cdots 2 \end{array}$$

为什么就不对呢?为什么在等式 $300 \div 70 = 30 \div 7$ 中,“ $30 \div 7$ ”不能用“ $4 \cdots 2$ ”来代替?

正确的为什么正确?错误的错在哪里?这些问题仅仅根据常识是难以解决的。没有系统的逻辑知识,虽然一般能做到正确思考,但不能保证不犯逻辑错误。有时,虽然感到学生犯了错误,但不知道错在哪里,说不清错的原因。因而无法帮助学生深刻认识错误和指导学生切实改正错误。

三、学习逻辑学的方法

首先,要认识学习和掌握逻辑知识的重要意义。明确学习的目的,提高学习的自觉性。

第二,要努力学习和掌握系统的逻辑学理论知识。力求深入思考,透彻理解。

第三,要坚持理论联系实际的原则和方法。联系日常思维实际、中小学数学教材实际和小学数学教学实际。使自发的逻辑思维上升为自觉的逻辑思维,把逻辑知识转化为逻辑思维能力。

复习思考题 1.1

1. 什么是逻辑学?
2. 为什么要学习逻辑学?
3. 怎样才能学好逻辑学?

【阅读】

如果罗素是罗马教皇,那么 $2 = 1$

英国著名的数学家和逻辑学家罗素(1872~1970)有一次在别人的要求下写了一个“证明”。这个证明从“罗素是罗马教皇”推出了“ $2 = 1$ ”。他的证明是这样的。

“如果我是罗马教皇,
那么罗马教皇和我是1个人;
因为我不是罗马教皇,
所以罗马教皇和我是2个人。
因此, $2 = 1$ 。”

于是,就证明了“如果罗素是罗马教皇,那么 $2 = 1$ ”。这个“奇特的”证明是无法凭常识来理解的。有些人曾经把它叫做“悖论”,即似是而非、难辨真假的议论。但它实际上并不是悖论。在真正的悖论中,都包含有用普遍的逻辑方法不能清除的矛盾。而在罗素的这个证明中并不包含这样的矛盾。从逻辑学来看,这个证明是无可非议的。

罗素的证明反映了逻辑学中的这样一个原理:从两个互相矛盾的判断出发,可以推出任何判断。而在上述证明中,实际上应用了如下两个判断作为推理的前提:

“罗素是罗马教皇;”

“罗素不是罗马教皇。”

从这两个互相矛盾的判断出发,推出了“ $2 = 1$ ”是不足为奇的。

有趣的悖论

这里有一张纸，上面写了一句话：

“这张纸上写的是假话。”

现在问：这句话到底是真话、还是假话？

如果说这句话真，那就是说：“这张纸上写的是假话”为真，所以这张纸上写的是假话，即这句话假；如果说这句话假。那就是说：“这张纸上写的是假话”为假，因此这张纸上写的并不是假话，即这句话真。

所以，很难说它究竟是真话还是假话。这是一个悖论。

这个悖论不过是古老的“说谎者的悖论”的另一种翻版。说谎者的悖论是这样的：有一个人只说了一句话：“我在说谎。”那么他说的究竟是真话还是假话呢？这是一个悖论。

下面的故事是悖论的另一个例子。

某理发兵收到了一个命令：要他给他所在的部队里所有不替自己刮胡子的人刮胡子。

为了严格地执行命令，他要不要给自己刮胡子呢？

诸如此类的悖论，起初往往被人们看作是鬼聪明付之一笑而已。可是后来，在集合论这个作为许多数学部门的理论基础的学科中，罗素也发现了一个悖论，这就不能不震惊当时的整个数学界，并且迫使数学家们对数学的基础重新进行严格的审查。

现在，逻辑不仅被用来发展数学，而且数学也被用来发展逻辑，形成了应用广泛的新的学科——数理逻辑。普通的形式逻辑和数理逻辑的一些基础知识，已经渗透到中、小学数学教材中。

§ 1.2 属性与概念

概念是思维的基本单位,是其它思维形式的基础。任何一门学科,为了说明它的研究对象、对象的性质和对象间的关系,都需要引用一些概念。是否明确这些概念,往往成为能否学好这门学科的关键。

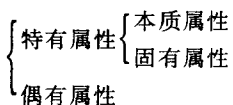
一、属性、特有属性和本质属性

在客观世界中,每一个事物都有许多性质(如形状、颜色等)。一个事物和其它事物之间都存在各种各样的关系(如大小关系、位置关系等)。性质和关系统称**属性**。

事物和属性是分不开的。事物总是有属性的事物;属性也都是事物的属性。事物正是按其属性的异同归类的。

在一类事物具有的属性中。有些是这一类事物都具有、而别的事物都不具有的。这样的属性叫做这类事物的**特有属性**。有些不是这类事物都具有的、而仅仅是某些事物所具有的。这样的属性叫做**偶有属性**。如“两组对边分别平行”、“两条对角线互相平分”等属性是一切平行四边形都具有的而其它四边形都不具有的,所以它们都是平行四边形的特有属性。而“四个角都是直角”、“四边相等”仅仅是某些平行四边形所具有,所以它们是平行四边形的偶有属性。

特有属性又可以分为本质属性和固有属性。对某一类事物的存在具有决定性作用的特有属性叫做这类事物的**本质属性**。由本质属性派生出来的其它特有属性叫做这类事物的**固有属性**。如平行四边形的特有属性中,“两条对角线互相平分”可以由“两组对边分别平行”派生出来,所以通常将“两组对边分别平行”作为平行四边形的本质属性,而“两条对角线互相平分”则是平行四边形的固有属性。



例1 在以下各项属性中,哪些是三角形的特有属性,哪些是三角形的偶有属性?在特有属性中,哪些是三角形的本质属性。哪些是三角形的固有属性?选择填空:

(A)是本质属性;(B)是固有属性;(C)是偶有属性。

(1)由三条线段围成的; (A)

(2)有一个内角是直角; (C)

(3)三个内角的和是 180° ; (B)

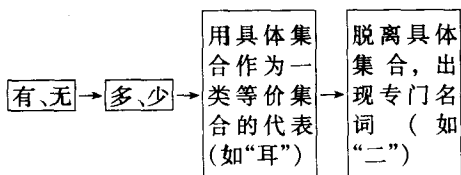
(4)两边之和大于第三边; (B)

(5)三边相等。 (C)

二、概念的形成

一类事物的特有属性(本质属性或固有属性)反映在人们的思维中,就形成了关于这类事物的概念。

例2 “自然数”的概念就是由于计数的需要逐步产生的。首先产生的是“有”、“无”的概念。原始人在打猎、捕鱼、采集果实时,对于猎物和果实的有、无是最为关心的。然后,“有”的概念进一步分化为“多”和“少”。为了比较多少而使用一一对应的方法时,必然会遇到“同样多”的物体集合(即等价集合)。等价集合被归入一类,并且从中选出一个大家熟悉的集合来表示这类集合的共同性质。其实质就是用具体的集合形象地表示数目的多少。如用一个人的耳朵的集合作为一类等价集合的代表。逐渐地,这类等价集合被称为“耳”。最后,脱离具体的事物集合,把数目从中抽象出来,用专门术语表示一类等价集合的共同性质。于是,“耳”就演化为“二”。自然数“二”的概念就这样产生了。

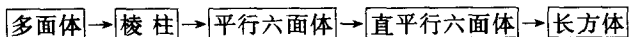


表示自然数的名词,许多都是从常见的实物演变而来的。如西藏文“二”有“翼”的意思,梵文的“五”与波斯语的“手”相近。南美洲有些地方干脆把五叫做“手”,六叫做“手一”、七叫做“手二”等等。这说明自然数的概念来源于实践。

可见,概念是人们在实践过程中、在感性认识的基础上形成的。

人们的认识是不断发展、逐步深入的。对于某一类事物,开始往往只认识到它们区别于其它事物的那些表面的、派生的特有属性(即固有属性),形成初步的概念。随着实践的积累和认识的深入,人们逐渐认识到这类事物的具有决定性作用的特有属性(即本质属性)。于是关于这类事物的初步概念也就发展为能反映其本质属性的、深刻的概念。

例3 对于“长方体”小学生是把它作为六个面围成的物体并且每个面都是长方形来认识的。这时形成的仅仅是长方体的初步概念。中学学习立体几何时,才通过概念系统建立长方体的、严格定义的数学概念。



三、概念和词

任何概念都是用词(或词组)来表达的。词是表示概念的语言形式,概念则是词的思想内容,它们之间的关系是内容和形式的关系。例如,数字并不是数,而是表示数的符号。数是数字所表达的内容,而不是数字本身。

概念和词也有区别。

首先,并不是所有的词都表示概念。在汉语中,凡是实词都可以表示概念。而虚词只有帮助造句的作用,一般不表示概念。

其次,概念和词并不是一一对应的。有些概念可以用不同的词来表达。如“正三角形”和“等边三角形”就表示同一个概念。有时,同一个词又可以表示不同的概念。如“小数”一词最初只用来表示有限小数,后来才作为有限小数与无限小数的统称。

认识概念和词的联系和区别,对于我们正确地理解概念、准确地用词语表达概念有重要的意义。词的多义性常常给我们带来麻烦。在科学中,为了使词义精确,制定了科学术语。科学术语是有确定意义的词(或词组),它标志着该学科领域内的某种确定的对象。对于专门的科学术语,必须按规定的意义使用,不能用日常语言擅加解释。例如,把“双曲线”解释为“两条弯曲的线”,把“扇形”说成“像扇子那样的图形”等都是不恰当的。

复习思考题 1.2

1. 什么叫概念? 试从小学数学中举出各种概念的例子。
2. 什么叫属性、特有属性和本质属性? 举例说明。
3. 表示概念的语言形式是什么? 它和概念的区别和联系如何?

§ 1.3 概念的外延与内涵

概念在反映一类事物的本质属性时,也反映了具有这些属性的事物。正确的思维要求我们“概念明确”,首先是要明确:一个概念反映的是哪些事物,以及这些事物有哪些本质属性,这就是概念的外延与内涵。

一、概念的外延与内涵

概念所反映的事物的集合叫做这个概念的外延;概念所反映

的一类事物的本质属性的集合叫做这个概念的内涵。

例1 “质数”的外延是自然数 2,3,5,7,11,⋯组成的集合；

内涵是以下两项本质属性的集合：

(1)是大于 1 的自然数；

(2)只能被 1 和本身整除。

例2 “A 校 99(1)班的同学”

外延：□□□,□□□,⋯等同学

内涵：是 A 校的同学；被编入 99(1)班。

一般地说，一个概念的外延包括所有这样的事物，它们具有这个概念的内涵中包含的全部属性。并且，也只有这样的事物被包括在这个概念的外延中。

例3 填表回答下列问题：

(1)“18 与 24 的正公约数”的外延与内涵各是什么？

(2){10,11,12,⋯,99}是什么概念的外延？这个概念的内涵是什么？

(3){是四边形，一组对边平行，另一组对边不平行}是哪一个概念的内涵？这个概念的外延是什么？

| | 概念 | 概念的外延 | 概念的内涵 |
|-----|---------------|-----------------|----------------------|
| (1) | 18 与 24 的正公约数 | {10,11,12,⋯,99} | 是四边形，一组对边平行，另一组对边不平行 |
| (2) | | | |
| (3) | | | |

二、单独概念、普遍概念和空概念

根据外延，可以把概念分为单独概念、普遍概念和空概念。

外延只包含一个事物的概念叫做**单独概念**；外延包含两个或两个以上事物的概念叫做**普遍概念**；外延不包含任何事物的概念

叫做空概念。

例4 “三”、“最大的两位数”、“偶质数”等都只反映一个特定的事物,所以它们都是单独概念。

“自然数”、“18的约数”、“18与24的公约数”等反映许多事物,因而是普遍概念。

“方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实根”、“ $x + 1 = 0$ 的正根”、“两条平行线的交点”等都是空概念。

例5 在下面的概念中,哪些是单独概念、哪些是普遍概念、哪些是空概念?

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| (1)奇质数 | (8)方程 $x^2 - 1 = 0$ 的正根 |
| (2)最小的质数 | (9)1的约数 |
| (3)最大的质数 | (10)圆和它的一条切线的公 |
| (4)不等边三角形的对称轴 | 共点 |
| (5)等边三角形的对称轴 | (11)两个同心圆的公共点 |
| (6)三角形的外接圆 | (12)圆和它的一条割线的公 |
| (7)方程 $x^2 - 1 = 0$ 的根 | 共点 |

三、集合概念与非集合概念

概念还可以根据它是否从整体上反映一个集合体分为集合概念和非集合概念。

从整体上反映一个集合体的概念叫做集合概念;否则,它就是非集合概念。例如,我们可以说“3是自然数”,但不能说“3是自然数集”,原因就在于“自然数集”是集合概念,而“自然数”是非集合概念。

例6 在下面的概念中,哪些是集合概念、哪些是非集合概念?

- (1)到 A, B 两点距离相等的点;
- (2)到 A, B 两点距离相等的点的轨迹;