中等专业学校教材

电工与电气设备

扬州水利学校主编

水利电力出版社

内 容 提 要

本书为水利类中等专业学校通用教材。

全书共分十二章。主要内容有：单相交流电路，三相交流电路，变压器，感应电动机，同步发电机，高、低压电气设备，电工测量及仪表，继电器和继电保护装置，高、低压配电装置及母线，高、低压输配电线路，接地(接零)装置及防雷保护，晶体管基础知识等。

本书可供水利工程建筑、农田水利等专业使用，也可供有关工程技术人员参考。

中等专业学校教材
电工与电气设备
扬州水利学校主编
*
水利电力出版社出版
(北京德胜门外六铺炕)
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售
水利电力印刷厂印刷
*
787×1092毫米　16开本　21$\frac{1}{2}$印张　486千字
1979年7月第一版
1983年6月新二版　1983年6月北京第一次印刷
印数00001—11550册　定价1.75元
书号　15143·~~5099~~
5101

前　　言

本教材是根据水利电力部1978～1981年教材编审出版规划组织编写的。

教材的编写大纲，是水利电力部于1978年3月在河南开封召开的教材编写会议上讨论制订的。在编写过程中，力求运用辩证唯物主义的观点来阐明电工与电气设备学科的基本规律，既注意加强本课程的理论基础，又密切结合专业的生产实际，贯彻删繁就简，“少而精”的原则。

本教材注意到与物理课的分工，避免不必要的重复，有关电场、直流电路、电磁、电磁感应等内容，已在物理课程中讲解，故本教材以单相交流电路作为起点。

本教材考虑到各地区、各专业的不同特点，书中用小号字排了部分内容，教师在讲授时可灵活掌握，一般可视专业的需要，学时的多少和学生的实际水平而决定取舍。有些内容可让学生通过自学掌握，不必全在课堂讲授。

本教材还注意到电子技术的应用日益广泛，特编写了一章晶体管基础知识，以便为学生进一步学习电子技术打下基础。在附录中还选编了部分电子技术应用实例，供学生课外阅读。

本教材每章后面附有思考题与习题，文中还有较多的例题和插图，尽可能方便学生自学。书后选编了部分电气设备的规格表格，供学生查阅。

参加本教材编写工作的有：扬州水利学校郭永年、杨有铭、邹立文、王锦珍、赵文有和成都水力发电学校粟玉若等六位同志，并由郭永年同志主编。

本教材初稿完成后，由安徽水利电力学校刘孝荃、祝永兴、邵长顺、刘永庆等同志进行了审阅。在定稿前又召开了审稿会议，认真听取了意见，并作了进一步修改。这里，我们谨向曾经协助本书编写修改工作的单位和同志，表示衷心的感谢。

由于我们业务水平有限，实际经验不多，书中一定存在不少缺点和错误，我们恳切希望各兄弟学校的师生以及广大读者，提出批评和改进意见，以便今后修订提高。

编　　者

1979年3月

目　　录

第一章 单相交流电路

第一节 交流电的概念

在物理学中，我们研究了电源电动势的大小和方向都是恒定不变的电路，这种电路称为直流电路。在这种电路中，除了接通或断开的暂短时间外，若负载恒定不变，则电压、电流的大小和方向也是恒定不变的，即它们的大小和方向是不随时间变化的，如图 1-1 所示。

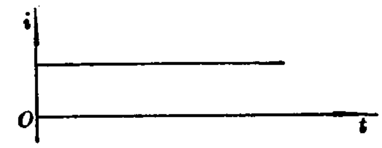


图 1-1 直流电

在近代电工技术中，电能的产生、分配和使用都是采用交流电的形式的。就是在有些场合下所需要的直流电，也是将交流电通过整流设备变换得到的。

那末，什么是交流电呢？与直流电相比较，所谓交流电，就是电动势、电压、电流的大小和方向都是随时间作周期性变化的，如图 1-2 所示。

交流电所以能得到广泛应用，主要是由于它在产生、输送和使用上比起直流电来有不少优点。首先，可以利用变压器将一种电压的电能转变为另一种电压的电能，通常在输电时将电压升高，利用高压输电线路可将电能输送得很远，并且较为经济；在用电的地方将电压降低，以保证安全，同时电气设备的绝缘问题也容易解决。其次，交流电机在构造上比直流电机简单，因此成本较低，在某些方面交流电机的性能也较好。

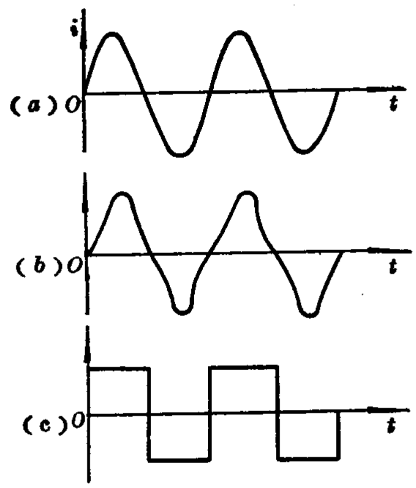


图 1-2 交变电流

目前所普遍采用的交流电是随时间按正弦规律不断变化的，称为正弦交流，如图1-2(*a*)所示。为什么要采用正弦交流电呢？首先，由于正弦量的计算和测量较为简单，例如，同频率正弦交流的和或差仍为同一频率的正弦交流；正弦交流对于时间的导数$\left(\frac{di}{dt}\right)$或积分$\left(\int idt\right)$也仍为同一频率的正弦量，这样就有可能使电路各部分的电压和电流的波形相同，这在技术上具有重大意义。另外，对电机、电器设备来说，当电流或电压为正弦波时，它们的性能也较好，因为非正弦交流要产生高次谐波，而这些高次谐波会增加电气设备运行中的能量损耗并引起其他不良的影响。

分析与计算直流电路时所应用的基本定律和基本方法，同样也适用于交流电路，但交流电路具有用直流电路的概念无法理解和无法分析的物理现象，因此，在学习本章内容的时候，应建立有关交流电路的概念，否则容易引起错误。

第二节　正弦交变电动势的产生

交变电动势是由交流发电机产生的。图1-3是最简单的两极交流发电机的结构示意图。在静止的两个磁极（电磁铁）N和S之间放置一个可以转动的圆柱形铁芯，铁芯上紧绕线圈（图中只示出一匝）。铁芯与线圈合称为发电机的电枢，它由原动机拖动在磁极间旋转。线圈的两端分别接到两只相互绝缘的铜环上，环上压接着与外电路相连接的电刷。

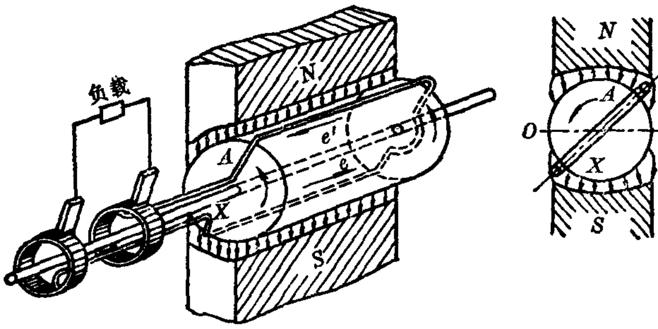


图 1-3　最简单的交流发电机的结构示意图

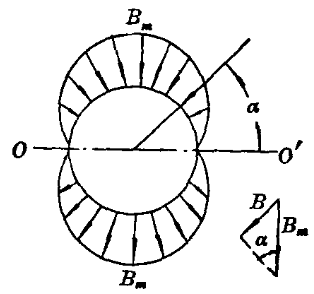


图 1-4　磁感应强度的分布情况

为了能获得按正弦变化的电动势，发电机的磁极N和S要做成特定的形状，使电枢表面沿着圆周得到接近正弦规律分布的磁感应强度B，如图1-4所示。磁力线的方向与铁芯表面垂直。通过电枢表面磁感应强度为零的那些点的平面，称为发电机的中性面，如图1-4中O-O'所示。在电枢表面上处于磁极中线下面的那些点，其磁感应强度具有最大值B_m。如果α角是线圈的一边A和转轴所组成的平面与中性面间的夹角，则旋转线圈所在处的磁感应强度可用下式表示：

$$B=B_m\sin\alpha$$

当电枢在磁场中作等速旋转时，线圈因切割磁力线而产生感应电动势。由于电机的结构是对称的，线圈的每一边所产生的感应电动势相等，因此，整个线圈中产生的感应电动势的大小为

$$e=2BLV=2B_mLV\sin\alpha$$

式中　L——线圈边的有效长度；

　　V——线圈沿圆周的切线方向的速度。

当$\alpha=90°$时，磁感应强度为最大（B_m），这时的感应电动势也具有最大值，即

$$e=2B_mLV=E_m$$

因此

$$e=E_m\sin\alpha$$

当电枢旋转一转时，线圈中的感应电动势e按正弦规律变化一次，如图1-5所示。

由于线圈中感应电动势的方向是在不断交变着的，为了便于分析，我们规定了它的正方向。现将线圈的两端分别标以字母A和X，A称为始端，X称为末端。电动势的正方向规定为自末端X到始端A。如图1-3所示发电机，当α在$0\sim\pi$之间时，电动势的实际方向是与规定的正方向一致的（可由右手定则确定），其值为正；当α在$\pi\sim2\pi$之间时，电动势

的实际方向与规定的正方向相反，其值为负。

交流电的数值是随时间而变化的，其某一瞬间的值称为瞬时值，常用小写字母来表示，如用 e、u、i 分别表示电动势、电压和电流的瞬时值。瞬时值中最大的数值称为极大值或振幅值，常用大写字母加下角注m来表示，如分别用E_m、U_m、I_m来表示电动势、电压和电流的极大值。

正弦交流电随着时间不断地由正到负进行交变，交变的快慢通常用周期或频率来表示。正弦交流电由某一个值开始变化，经过正负整个循环回复到同向同值时，称为一周或一个循环。经过一周所需的时间就称为周期，用字母T表示，单位是秒。正弦交流电每秒钟所完成的周数称为频率，用字母f表示，它的单位为周/秒或赫芝（Hz）。根据以上定义，频率f与周期T互为倒数，即

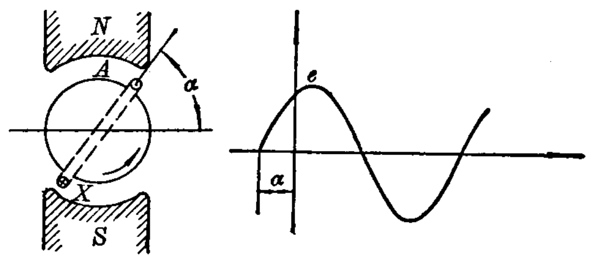


图 1-5 交变电动势变化曲线

$$T=\frac{1}{f}\text{或}f=\frac{1}{T}$$

电力标准频率在我国和大多数国家都采用50周/秒，有些国家（如美国、日本等）采用60周/秒。这种频率在工业上应用最广泛，所以也称为工业频率（简称工频）。

对具有一对磁极（2极）的发电机来说，电枢每旋转一转（即经过360°的机械角度的变化），导线中感应电动势相应地改变一周。此时，我们称电动势经过了360°电气角度的变化。如果两对磁极（4极）的发电机，那末电枢每旋转一转（仍为经过360°的机械角度的变化），导线中感应电动势相应地变化了两周，此时，我们称电动势经过了2×360°电气角度的变化。依此类推，当发电机为p对磁极时，电枢每转一转，电动势经过了$p\times 360°$的电气角度的变化。

交流电在单位时间内电气角度的变化称为电角速度或角频率，用字母ω表示。若在t秒时间内电动势变化了电气角度α，对应于一个周期T秒的时间内电动势变化了电气角度2π，所以电角速度或角频率可用下式表示，即

$$\omega=\frac{\alpha}{t}=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

现在再来讨论一下发电机的电动势的频率与什么有关。

如上所述，如果发电机是两个极（一对极，$p=1$）时，电枢旋转一转，电动势恰好交变一次。当电枢每分钟旋转n转$\left(\text{即每秒钟旋转}\frac{n}{60}\text{转}\right)$时，则电动势的频率为

$$f=\frac{n}{60}$$

如果发电机是四个极（两对极，$p=2$）时，电枢旋转一转，电动势交变了两次。所以，当电枢每分钟旋转n转时，电动势的频率为

$$f=\frac{2n}{60}$$

由此可得出，在一般情况下，如果发电机是p对极的，则其电动势的频率为

$$f=\frac{pn}{60} \qquad (1\text{-}1)$$

由此可知，发电机的电动势的频率是与发电机的磁极对数和转速有关。

例 1-1 当发电机的磁极对数分别为1、2、3、4对时，如果要得到50周/秒 频率时，试问转速应保持多少？

解：

$$p=1\text{ 时}\qquad n=\frac{60\times50}{1}=3000\text{转/分}$$

$$p=2\text{ 时}\qquad n=\frac{60\times50}{2}=1500\text{转/分}$$

$$p=3\text{ 时}\qquad n=\frac{60\times50}{3}=1000\text{转/分}$$

$$p=4\text{ 时}\qquad n=\frac{60\times50}{4}=750\text{转/分}$$

第三节 相 位 与 相 位 差

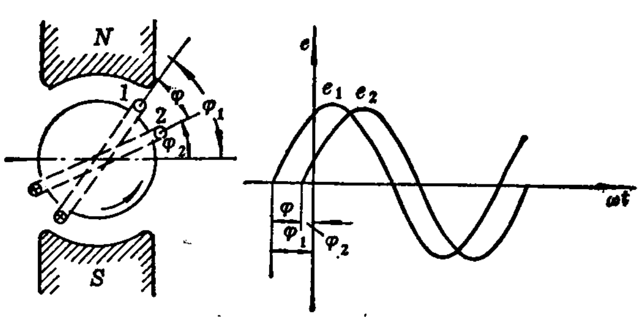
交流电是随时间而交变的，因此要确定一个交流电，还必须从计时起点（$t=0$）上看。所取的计时起点不同，交流电的起始值（$t=0$时的值）就不同，到达极大值或某一特定值所需的时间也就不同。

在图1-3中，如果取线圈的平面处于中性面时作为计时起点，则线圈中产生的感应电动势可由下式表示：

$$e=E_m\sin\omega t$$

在这种情况下，它的起始值等于零。

如果在发电机的电枢上，绕有两个完全相同的线圈1和2，如图1-6所示。当电枢按图示的方向旋转时，由于这两个线圈是处在同一磁场内，并以相同的速度切割磁力线，所以它们产生的交变电动势的极大值和频率彼此相等。但因线圈1和2固定在电枢不同的位置上，所以，两个电动势的变化步调是不一致的，当e_1达到正极大值时，e_2并不是正极大值。



（a）　　（b）

图 1-6 电枢上有两个线圈及其产生的感应电动势

如果取线圈1和2的平面与中性面的夹角分别为φ_1和φ_2时作为计时起点，则两个线圈中产生的感应电动势，可分别用下式表示：

$$e_1=E_m\sin(\omega t+\varphi_1)$$

$$e_2=E_m\sin(\omega t+\varphi_2)$$

在这种情况下，两个电动势的起始值都不等于零，即

$$e_1=E_m\sin\varphi_1$$

$$e_2=E_m\sin\varphi_2$$

上式中的电气角度$(\omega t+\varphi_1)$和$(\omega t+\varphi_2)$称为交流电e_1和e_2的相位角或相位，它反映出交流电在变化过程中的瞬时值的大小。

$t=0$时的相位角称为初相位角或初相位。上式中的φ_1和φ_2分别为交变电动势e_1和e_2的初相角。它反映出交流电的起始值。

两个同频率交流电的相位角或初相位角之差，称为相位角差或相位差，用φ表示。上述两个感应电动势e_1和e_2的相位差为

$$\varphi=(\omega t+\varphi_1)-(\omega t+\varphi_2)=\varphi_1-\varphi_2$$

当两个同频率交流电的计时起点$(t=0)$改变时，它们的相位和初相位即跟着改变，但是两者之间的相位差仍保持不变。

当$\varphi_1-\varphi_2>0$时，即e_1的初相位大于e_2的初相位时，e_1的变化比e_2领先，这种情况称为e_1的相位越前于e_2，或e_2的相位滞后于e_1。如果$\varphi_1-\varphi_2=0$，即$\varphi_1=\varphi_2$，则e_1与e_2同时到达正的极大值或零值，这种情况称为e_1与e_2同相位。

综上所述，极大值、频率和初相位是确定正弦交流电变化情况的三个重要量值，所以称为正弦交流电的三要素。三要素知道后，正弦交流电的变化情况也就完全确定下来了。

第四节　正弦交流电的有效值和平均值

一、正弦交流电的有效值

交流电是随时间而不断变化的，因此要说它的大小比较困难。在交流电的实际应用中，或是交流电路的计算中，常常需要联系到电流的热效应以及某些机械效应，交流电的有效值就是从发热的观点来计算其大小的。

设有一交变电流i与一直流电流I分别通过相同阻值的电阻r，在交流电一个周期内它们所产生的热量相等，则这一直流电流的数值I就称为交变电流i的有效值。也就是说，交流电的有效值就是与它热效应相当的直流值。

交流电i在一个周期T内所产生的热量为

$$Q=\int_0^T 0.24i^2r\,dt$$

同一电阻r通过直流电流I时，在时间T内所产生的热量为

$$Q=0.24I^2rT$$

按有效值的定义

$$0.24I^2rT=\int_0^T 0.24i^2r\,dt$$

即
$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

因此，交流电的有效值又称为均方根值。

按照规定，有效值用大写字母表示，例如用E、I、U分别代表电动势、电流和电压的有效值。

对于正弦交流电来说，$i=I_m\sin\omega t$，则
$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2\sin^2\omega t dt}$$

因为
$$\int_0^T\sin^2\omega t dt=\int_0^T\frac{1-\cos 2\omega t}{2}dt=\frac{1}{2}\int_0^T dt-\frac{1}{2}\int_0^T\cos 2\omega t dt$$
$$=\frac{T}{2}-0=\frac{T}{2}$$

所以
$$I=\sqrt{\frac{1}{T}I_m^2\ \frac{T}{2}}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=0.707I_m$$

这就是说，正弦交流电的有效值等于它的极大值的0.707倍。

同理，可得出电动势、电压的有效值与极大值的关系，即
$$E=\frac{E_m}{\sqrt{2}}=0.707E_m$$
$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=0.707U_m$$

一般所讲的交流电的大小，都是指它的有效值。例如交流电机和电器的铭牌上所标的电压和电流的数值，都是指它们的有效值。交流电流表和电压表的刻度也是根据有效值来定的。

二、正弦交流电的平均值

正弦交流电的瞬时值在正的半个周期与负的半个周期内，大小相等而方向相反，所以在一个周期内交流电的平均值等于零，它是没有什么实际意义的。但是，在某些情况下，例如在把交流电变为直流电的全波整流电路中，脉动电流的大小要按它的平均值来计算。这时脉动电流的波形和正弦交流电的半波波形完全一样，如图1-7所示。所以，在计算正弦交流电在半个周期内的平均值是有意义的。

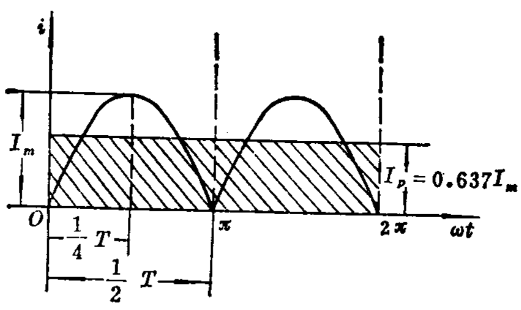


图 1-7　脉动电流的平均值

正弦交流电在半个周期内的平均值，可用图解法中矩形的高来表示。这个矩形的底边等于$\frac{T}{2}$，而它的面积等于正弦交流电曲线与横轴所围成的面积，如图 1-7 所示。

交流电在半个周期内通过电路横截面的电量，如果和某一数值的直流电在半个周期内通过的电量相等，那末，这个直流值就称为交流电的平均值。即

$$I_p=\frac{\int_0^{\frac{T}{2}} idt}{\frac{T}{2}}=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} idt$$

对于正弦交流电来说，$i=I_m\sin\omega t$，则

$$I_p=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} I_m\sin\omega tdt=-\frac{2I_m}{T\omega}\left|\cos\omega t\right|_0^{\frac{T}{2}}$$

$$=-\frac{2I_m}{T\omega}\left(\cos\frac{2\pi}{2}-\cos 0\right)=-\frac{I_m}{\pi}(-1-1)$$

$$=\frac{2}{\pi}I_m\approx 0.637I_m$$

同理，可得出电压、电动势的平均值与极大值之间的关系，即

$$U_p\approx 0.637U_m$$

$$E_p\approx 0.637E_m$$

第五节　正弦交流电的表示方法及其加减运算

一、正弦交流电的表示方法

正弦交流电的特征（极大值、频率、初相位）可以用一些方法表示出来。正弦交流电的各种表示方法是分析和计算正弦交流电路的工具。

在前面已讲过两种表示法。一种是用解析式（三角函数式）来表示，如 $e=E_m\sin(\omega t+\varphi)$，这是正弦交流电的基本表示法；一种是用正弦曲线图来表示，如图 1-6(b) 所示。此外，正弦交流电还可以用旋转矢量来表示。

现以正弦交流电动势$e=E_m\sin(\omega t+\varphi)$为例，来说明用旋转矢量表示的方法。

过直角坐标原点O，作一矢量E_m，使其长度按选定比例尺等于电动势的极大值E_m，并使它与横轴正方向之间的夹角为电动势的初相角φ，如图1-8所示。

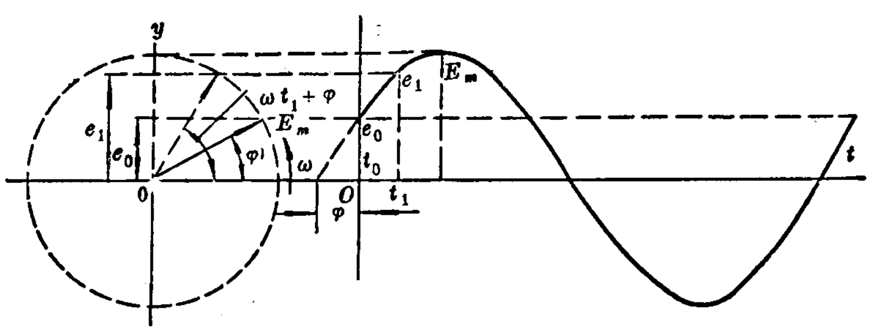


图 1-8　正弦交流电的旋转矢量表示法

现规定矢量$\dot{E}_m$从$t=0$时开始，用等于电动势的角频率ω的恒定转速绕原点O作逆时针方向旋转，那末，经过时间t_1秒钟后，矢量$\dot{E}_m$与横轴正方向之间的夹角将是（$\omega t_1+\varphi$），它在纵轴上的投影就表示电动势e对应于时间t_1的瞬时值，即

$$e_1=E_m\sin(\omega t_1+\varphi)$$

因此，这个旋转矢量$\dot{E}_m$于任意瞬间在纵轴上的投影，就是电动势e在这时刻的瞬时值。

照图1-8的方法去画旋转矢量是繁复的，通常只用起始位置（$t=0$时）的矢量来表示一个正弦交流电，如图1-9所示。但是我们应该具有这样的概念：这个矢量是以交流电的角频率作反时针方向旋转的，它在纵轴上的投影表示这个交流电的瞬时值。另外，必须注意，旋转矢量是一个时间矢量，它随时间而改变方向的，它不同于空间有一定方向的空间矢量（如力、电场强度等）；同时还应注意，只有正弦交流电才能用旋转矢量来表示。

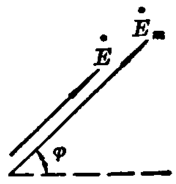


图 1-9 正弦交流电的矢量表示

在实际问题中我们所涉及的往往是正弦交流电的有效值。因此，为了方便起见，常使矢量的长度等于正弦交流电的有效值。显然，这时它在纵轴上的投影就不能代表正弦交流电的瞬时值了。

几个相同频率的交流电，我们可以用几个旋转矢量把它们画在一起，称为矢量图。例如图1-10所示。其中两个矢量分别表示正弦电动势$e_1=E_{1m}\sin(\omega t+\varphi_1)$和$e_2=E_{2m}\sin(\omega t+\varphi_2)$。通常在作矢量图时，第一个矢量的初相位可以任意选定，然后按相位差来确定其它矢量的位置。

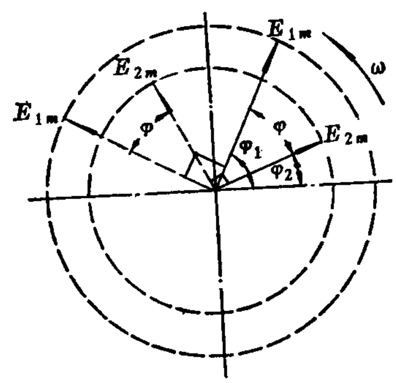


图 1-10 矢量图

二、正弦交流电的加减运算

在电路计算中，常常需要把几个同频率的正弦交流电进行加减运算。例如有两个同频率正弦电动势分别为

$$e_1=E_{1m}\sin(\omega t+\varphi_1)$$

及

$$e_2=E_{2m}\sin(\omega t+\varphi_2)$$

现在要计算它们之和。

显然，两个正弦电动势之和也一定是按正弦规律交变的。但由于两个电动势的相位不同，合成电动势e的极大值E_m决不等于（$E_{1m}+E_{2m}$），合成电动势e的初相位角φ也决不等于（$\varphi_1+\varphi_2$）。

现以三角函数法来进行计算。

$$\begin{aligned}e&=e_1+e_2\\&=E_{1m}\sin(\omega t+\varphi_1)+E_{2m}\sin(\omega t+\varphi_2)\\&=E_{1m}\sin\omega t\cos\varphi_1+E_{1m}\cos\omega t\sin\varphi_1+E_{2m}\sin\omega t\cos\varphi_2+E_{2m}\cos\omega t\sin\varphi_2\\&=(E_{1m}\cos\varphi_1+E_{2m}\cos\varphi_2)\sin\omega t+(E_{1m}\sin\varphi_1+E_{2m}\sin\varphi_2)\cos\omega t\end{aligned}$$

设
$$E_{1m}\cos\varphi_1+E_{2m}\cos\varphi_2=E_m\cos\varphi$$
$$E_{1m}\sin\varphi_1+E_{2m}\sin\varphi_2=E_m\sin\varphi$$
那末，
$$e=E_m(\sin\omega t\cos\varphi+\cos\omega t\sin\varphi)=E_m\sin(\omega t+\varphi)$$
式中合成电动势e的极大值E_m和初相位角，可按下式分别求出。即
$$E_m=\sqrt{(E_{1m}\cos\varphi_1+E_{2m}\cos\varphi_2)^2+(E_{1m}\sin\varphi_1+E_{2m}\sin\varphi_2)^2}$$
$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{E_{1m}\sin\varphi_1+E_{2m}\sin\varphi_2}{E_{1m}\cos\varphi_1+E_{2m}\cos\varphi_2}$$

通过以上计算，很清楚地告诉我们，利用三角函数法来进行几个同频率正弦交流电的加减时，非常繁复费时。

现在我们再应用正弦曲线图来进行e_1与e_2的相加运算。首先作出e_1与e_2的曲线，然后将每一瞬时的两个相应的纵坐标值相加，这样就得出了一条表示合成电动势e的曲线，如图1-11所示。由图可见，两个同频率的正弦交流电相加，其和仍为同一频率的正弦交流电。显然，这种计算方法既复杂又不准确。

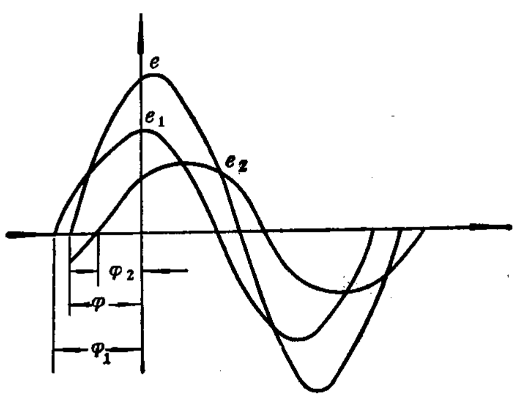


图 1-11 正弦曲线法求合成电动势

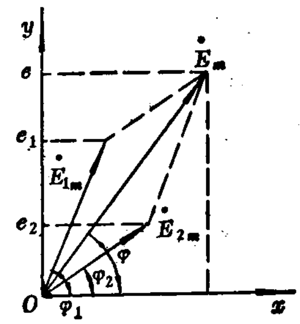


图 1-12 矢量法求合成电动势

如果应用矢量图计算，就简便得多。如图1-12所示，首先在同一坐标平面上分别画出代表电动势e_1和e_2的矢量$\dot{E}_{1m}$和$\dot{E}_{2m}$，然后按矢量相加的方法，求出其矢量和$\dot{E}_m$。从几何学中我们知道，合成矢量在任何轴上的投影，等于其分矢量在同一轴上投影之和。因此，求出的合成矢量$\dot{E}_m$在纵轴上的投影等于矢量$\dot{E}_{1m}$及$\dot{E}_{2m}$在纵轴上的投影之和，即e_1+e_2，当然也就等于e。也就是说，合成矢量$\dot{E}_m$就是代表电动势e的旋转矢量。

利用矢量图，可以很方便地算出合成电动势e的极大值E_m和初相位角φ，它们分别为
$$E_m=\sqrt{(E_{1m}\cos\varphi_1+E_{2m}\cos\varphi_2)^2+(E_{1m}\sin\varphi_1+E_{2m}\sin\varphi_2)^2}$$
$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{E_{1m}\sin\varphi_1+E_{2m}\sin\varphi_2}{E_{1m}\cos\varphi_1+E_{2m}\cos\varphi_2}$$
显然与前面用三角函数法计算结果完全一致。

如果要求e_1与e_2之差，只要将矢量$\dot{E}_{2m}$的方向转过180°成为$-\dot{E}_{2m}$，然后再作以$\dot{E}_{1m}$与$-\dot{E}_{2m}$为邻边的平行四边形的对角线，那末对角线便是$\dot{E}_{1m}+(-\dot{E}_{2m})=\dot{E}_{1m}-\dot{E}_{2m}$。

由此可知，应用旋转矢量法来求正弦交流电的和或差时，其方法最为简便。因此，今

后进行交流电的运算时均采用此法。

三、正弦交流电的复数表示法

正弦交流电应用矢量法，虽然可以很方便地进行几何加减，但是它只适用于简单交流电路。对于复杂的交流电路，一般采用复数来进行计算。

复数，我们在数学中已经学过，在这里我们仅作概要的复习。

一个复数，总是由实数和虚数两部分组成，其代数式表示的形式为

$$\dot{A}=a+jb$$

这里的虚数符号 j，就是数学中的 i，因为在电工中 i 已用来表示电流，所以用 j 代表虚数符号。与数学中一样，$j=\sqrt{-1}$。

如图1-13所示，在直角坐标中有一矢量 $\overline{OA}$，它与横轴正方向间的夹角为 φ。将这个矢量分解为横轴上的分量 a 和纵轴上的分量 b。如设横轴上的单位矢量是 1，而纵轴上的单位矢量用符号 j 表示，则矢量 $\overline{OA}$ 可用下面的复数式表示：

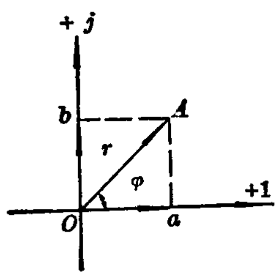


图 1-13　矢量的复数表示

$$\overline{OA}=a+jb$$

由图可知，

$$r=\sqrt{a^2+b^2}$$

它表示矢量的大小，即为复数的模；

$$\varphi=\operatorname{arctg}\frac{b}{a}$$

它表示矢量的方向，即为复数的幅角。

因为　$a=r\cos\varphi,\ b=r\sin\varphi$

所以，矢量 $\overline{OA}$ 又可以用下列复数式表示：

$$\overline{OA}=a+jb=r\cos\varphi+jr\sin\varphi$$
$$=r(\cos\varphi+j\sin\varphi)$$

称为复数的三角式。

根据尤拉公式

$$\cos\varphi=\frac{e^{j\varphi}+e^{-j\varphi}}{2},\quad \sin\varphi=\frac{e^{j\varphi}-e^{-j\varphi}}{2j}$$

因此矢量 $\overline{OA}$ 还可以用下列复数式表示：

$$\overline{OA}=re^{j\varphi}$$

称为复数的指数式。由于$e^{j\varphi}$只表示幅角，为了书写方便起见，上式也可写为

$$\overline{OA}=r\angle\varphi$$

综上所述，同一矢量可以用不同的复数表示形式，即

$$\overline{OA}=a+jb=r(\cos\varphi+j\sin\varphi)=re^{j\varphi}=r\angle\varphi$$

现在再来说明一下符号 j 的意义。如果以 $e^{j\alpha}$ 乘矢量 $\overline{OA}=re^{j\varphi}$，则得

$$re^{j\varphi}e^{j\alpha}=re^{j(\varphi+\alpha)}=\overline{OB}$$

即矢量 $\overline{OB}$ 的大小仍为 r，但与横轴正方向间的夹角为（$\varphi+\alpha$）。可见一个矢量乘以 $e^{j\alpha}$ 后，即向前（反时针方向）转了 α 角。就是矢量 $\overline{OB}$ 较 $\overline{OA}$ 越前了 α 角，如图1-14所示。

同理，如以 $e^{-j\alpha}$ 乘矢量 $\overline{OA}$，则得

$$re^{j\varphi}e^{-j\alpha}=re^{j(\varphi-\alpha)}=\overline{OC}$$

即向后（顺时针方向）转了 α 角。就是矢量 $\overline{OC}$ 较 $\overline{OA}$ 滞后了 α 角。

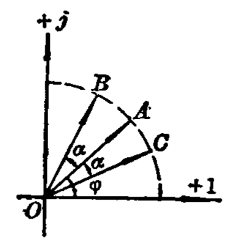


图 1-14　矢量的越前与滞后

当 $\alpha=\pm90°$ 时，则

$$e^{\pm j90°}=\cos90°\pm j\sin90°=0\pm j=\pm j$$

因此，任意一个矢量乘上 $+j$ 后，即向前旋转了90°；乘上 $-j$ 后，即向后旋转了90°。所以符号 j 又称为旋转90°的算子。

显然，如将横轴的单位矢量 $+1$ 乘以算子 $+j$，则该单位矢量 $+1$ 就向前旋转90°，变为纵轴的单位矢量 $+j$；如将纵轴的单位矢量 $+j$ 乘以算子 $+j$，则它也要向前转过90°，就变为横轴的单位矢量 -1。这与数学中所讲的（$i^2=-1$）是一致的。

既然矢量可用复数表示，而正弦交流电也可用矢量（旋转矢量）表示，因此，正弦交流电也完全能用复数来表示。

设正弦交变电动势　$e=E_m\sin(\omega t+\varphi)$

其复数形式可写为

$$\dot{E}_m=E_m(\cos\varphi+j\sin\varphi)=E_me^{j\varphi}=E_m\angle\varphi$$

或

$$\dot{E}=E(\cos\varphi+j\sin\varphi)=Ee^{j\varphi}=E\angle\varphi$$

可见在正弦交流电的复数式中，复数的模即为正弦交流电的极大值或有效值，而复数的幅角即为正弦交流电的初相位角。

正弦交流电应用复数表示后，进行各种运算就较为方便了。

若要计算几个正弦交流电的和（或差）时，只须将它们的复数代数式或复数三角式直接进行相加（或相减），即将几个正弦交流电复数式的实数部分与实数部分相加（或减），虚数部分与虚数部分相加（或减）。

例如　$i_1=\sqrt{2}\,5\sin(\omega t+45°)$，$i_2=\sqrt{2}\,5\sin(\omega t-45°)$，此二电流之和可用复数形式来进行计算，即

$$\dot{I}_1=5(\cos45°+j\sin45°)$$

$$=5\times\frac{\sqrt{2}}{2}+j5\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\dot{I}_2=5[\cos(-45°)+j\sin(-45°)]$$

$$=5\times\frac{\sqrt{2}}{2}-j5\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\dot{I}_1+\dot{I}_2=\left(5\times\frac{\sqrt{2}}{2}+5\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+j\left(5\times\frac{\sqrt{2}}{2}-5\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$=5\sqrt{2}+j0=5\sqrt{2}\angle0°$$