

模糊数学及其 在经济管理中的应用

许仁忠 著

西南财经大学出版社

封面设计：潘令宇

模糊数学及其在经济管理中的运用

西南财经大学出版社

(成都市光华村)

四川省新华书店发行

峨眉电影制片厂印刷厂印刷

787×1092毫米 1/32 印张12.156 字数273千字

1987年7月第一版

1987年7月第一次印刷

印数：1—6000

书号：ISBN 7—81017—002—3/F3

4479·11

定价：2.10元

序

由美国学者扎德 (L. A. Zaden) 在一九六五年创立的模糊集合论应当在经济上有其广泛的应用前景, 这是我们早就意识到并在最近反复强调的一点。这是由经济活动自身所具有的模糊性这种不确定性所决定的。经济活动中的这种不确定性, 使模糊数学可能成为描述和处理各类经济现象的更好的数学方法。

例如, 在企业经济活动分析和经营管理中, 广泛采用着各种最优化数学方法。传统意义的最优问题, 是在某些约束条件下, 去选取最优的解系。但是, 对于经济活动这种复杂的系统来讲, 无论是寻求这种最优解的过程, 还是这种最优解的客观效用, 都不如采用一种被称谓为“令人满意的解”来得方便和有用。用“令人满意准则”新概念去取代“最优准则”的传统概念, 可以肯定, “令人满意解”将比“最优解”表现出更为深刻、更为贴切、更为适用的经济涵义。而要对这种“令人满意解”作出数学描述, 模糊数学便是最好莫过的工具和手段了。

近几年来, 模糊数学在经济界的影响发展很快, 越来越多的同志, 特别是从事数量经济研究的同志希望了解、掌握和运用它。这样, 在向财经专业的同志介绍模糊数学知识上就需要一册通俗的入门书。应当看到, 由于国内财经专业几十年来在数学教学上存在的弱点, 使得这种入门的读物既要

向读者介绍模糊数学的基本知识和充分展示其在经济上的应用前景和成果，又要充分考虑到经济类读者的数学基础水准，使之易于阅读和理解。西南财经大学经济信息系经济数学教研室副主任、四川省数量经济学会常务理事兼副秘书长许仁忠老师撰写的这册《模糊数学及其在经营管理上的应用》一书，恰如其份地起到了这种铺桥引路的作用。作者把重点放在模糊数学应用于经济管理实践的方法和成果上，只是通俗地介绍了一些阅读中要涉及的模糊数学基本知识，这种作法经过作者把该书用于教学的几年实践而被证明是比较成功的。

模糊数学从一九六五年发展到现在，不过才二十年的历史。但是，其应用的触角伸向各个领域各个方面，发展的速度超过了许多应用数学分枝。当然，直到今天，它还没有成熟，还需要大家共同努力，使这门年轻的学科更快更好地向前发展。我们愿意和经济界的学者同仁携手共进，致力于模糊数学应用于经济的研究，为模糊数学在经济上的应用开拓更为宽阔的发展道路。

汪培庄

一九八六年元旦

编 者 的 话

模糊数学自美国著名控制论专家L·A·Zadeh教授1965年发表“Fuzzy Set”一文以来，作为一门崭新的学科，发展十分迅速，应用相当广泛。

如同研究和处理经济活动中随机性这种不确定性需要掌握概率论这个数学工具一样，越来越多的同志希望能学习和掌握模糊数学知识，以便更好地研究和处理经济活动中的模糊现象，把对经济活动的定量分析提到一个更高的水平。作为一个数学工作者，当然愿意为广大经济工作者掌握模糊数学这一在经济研究上有极大应用前景的数学工具起到搭桥铺路的作用。这本小书就是上述愿望的初步产物。

笔者在编写中注意了三个方面。首先，在内容安排上，选编时把重点摆在介绍模糊数学应用于经济实践的方法和成果上，避免涉及较为高深的理论。因此，本书一共编写了八章，除前二章分别介绍模糊集合与模糊关系的基本概念知识外，其余六章分别介绍经济上应用模糊综合评判、模糊模式识别、模糊聚类分析、模糊数学规划、模糊系统、模糊信息和模糊决策的方法；其次，在撰写上尽力降低阅读起点，力求让愿意学一点模糊数学入门知识在经济工作者都能阅读和学习。只要是具有初部普通集合论的基本知识及线性代数矩阵运算知识的同志，都可以阅读本书，就是不具备矩阵知识的同志，在阅读了书末的一个简单附录后也可阅读此书；第

三，考虑到阅读者的具体情况，我们在每一章开始都以一定的篇幅较为通俗的介绍所需要的一些基础数学知识，起一个复习和奠基的作用，然后再过渡到模糊数学知识的学习上去。笔者期望这样作能够为更多的经济工作者学习模糊数学入门铺路。

在完成本书的过程中，四川大学蒲保明教授、北京师范大学汪培庄教授和西南财经大学吴怀教授、成都科技大学王荫涛教授给予极大的关心和支持，蒲保明教授和王荫涛教授审阅了全书。汪培庄教授还为本书撰写了序言。笔者在此表示衷心的感谢。

笔者水平有限，缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正，不吝赐教。

许仁忠

一九八六年六月于西南财经大学

目 录

代绪论	(1)
§ 0—1 经济活动的不确定性及其数学处理 方法	(1)
第一章 模糊子集	(7)
§ 1—1 模糊子集的定义	(7)
§ 1—2 模糊子集的运算	(20)
§ 1—3 模糊集合与普通集合	(28)
§ 1—4 实数域上的模糊集	(35)
§ 1—5 凸模糊集和模糊数	(41)
§ 1—6 扩张原理	(49)
习题一	
第二章 模糊关系	(55)
§ 2—1 模糊关系的定义	(55)
§ 2—2 模糊矩阵和模糊向量	(62)
§ 2—3 模糊关系的合成	(69)
§ 2—4 几种常见的模糊关系	(75)
§ 2—5 模糊等价关系	(79)
§ 2—6 模糊函数	(85)
习题二	
第三章 模糊综合评判	(91)
§ 3—1 模糊变换	(91)

§ 3—2	综合评判的数学模型·····	(95)
§ 3—3	在企业管理人材使用上的应用 ·····	(101)
§ 3—4	在商业企业管理中的应用·····	(105)
§ 3—5	在农业经济中的应用·····	(115)
§ 3—6	多层次综合评判·····	(118)
§ 3—7	在工业企业管理中的应用·····	(124)
§ 3—8	在货币流通必要量计算上的应用 ·····	(129)
§ 3—9	模型的多样化及其应用实质·····	(135)
§ 3—10	模糊关系方程·····	(140)

习题三

第四章 模糊模式识别·····(154)

§ 4—1	模糊子集的内积和外积·····	(154)
§ 4—2	贴近度·····	(162)
§ 4—3	最大隶属原则和择近原则·····	(167)
§ 4—4	模糊相似选择·····	(174)
§ 4—5	在企业管理中的应用·····	(186)

习题四

第五章 模糊聚类分析·····(196)

§ 5—1	普通分类·····	(196)
§ 5—2	模糊聚类分析·····	(200)
§ 5—3	模糊等价关系与聚类分析·····	(206)
§ 5—4	模糊相似关系与聚类分析·····	(210)
§ 5—5	在统计资料分类上的应用·····	(217)
§ 5—6	在经济情况预报和经济前景预测	

中的应用.....(225)

习题五

第六章 模糊数学规划.....(229)

§ 6—1 模糊线性规划.....(229)

§ 6—2 模糊判决和最优判决.....(234)

§ 6—3 第二类模糊线性规划.....(240)

§ 6—4 第一类模糊线性规划.....(247)

§ 6—5 在企业管理中的应用.....(255)

§ 6—6 多目标规划的模糊解.....(263)

习题六

第七章 模糊系统.....(274)

§ 7—1 普通系统.....(273)

§ 7—2 模糊系统.....(279)

§ 7—3 模糊自动机.....(291)

§ 7—4 在企业管理中的应用.....(267)

§ 7—5 模糊反馈控制系统.....(301)

§ 7—6 在企业管理中的应用.....(306)

§ 7—7 在货币流通量控制上的应用.....(343)

习题七

第八章 模糊信息和模糊决策.....(319)

§ 8—1 模糊事件的概率.....(319)

§ 8—2 模糊语言.....(329)

§ 8—3 事件的模糊概率.....(337)

§ 8—4 模糊事件的模糊概率.....(346)

§ 8—5 概率信息和统计决策.....(348)

§ 8—6 模糊信息和统计决策.....(356)

§ 8—7	模糊信息和模糊决策.....	(361)
§ 8—8	概率信息和模糊决策.....	(365)
习题八		
附录	矩阵及其运算.....	(369)

代 绪 论

§ 0—1 经济活动的不确定性及其 数学处理方法

经济活动，无论是宏观的还是微观的，都是处于社会经济这个大系统之中的。由于大系统的复杂性，使反映经济活动本质的各种经济现象都表现出各自的一定特征。在进行经济活动的计量研究中，讨论这些经济现象的性质及其数学处理方法，对于进一步搞好经济活动的定量分析，无疑是有所补益的。

(一)

最常见而又最不易把握和进行数学处理的是经济活动中的不确定现象。

从事物的确定与否上来讲，所有的经济现象都可以分为二类：确定性现象和不确定性现象。所谓不确定现象，是指那些在经济活动中由于多种因素在质与量二方面都不可能确定下来的经济现象。不确定经济现象，在客观经济活动中比比皆是。

例如，在进行货币流通必要量计算的讨论中，我们常常谈到的“货币流通正常”就是一个不确定经济现象；“沉淀货币”也是一个不确定经济现象。

“货币流通正常”是一个概念本身就不明确的不确定经济现象。这是因为，从客观经济意义上来讲，“货币流通正常”这个概念本身就没有明确的含义，无论从质的方面还是

· 1 ·

量的方面，从来也没有明确过什么样的状况可以视为是流通正常。因此，某个时期的货币流通是否正常因其概念本身不明确而难以确定。所以我们说“货币流通正常”是一个不确定经济现象。象这类因其概念自身模糊的不确定现象，我们称之为模糊性不确定现象。

“沉淀货币”则不同。从概念上讲，“沉淀货币”本身有明确的含义，它是指那些因为各种原因退出流通领域以各种形式“沉淀”下来的货币。正是因为是由于各种原因和用各种形式沉淀下来的货币，使得对这类货币的出现以及对它们的计量都表现出极大的不确定性。由于条件不充分，此时此地或彼时彼地，“沉淀货币”当有多少始终是不确定的。象这类概念本身明确，但因为条件不充分而不能确定下来的现象，我们称之为随机性不确定现象。

模糊经济现象和随机经济现象，因其具有不确定性的特征，在进行数量处理上，比起那些确定性经济现象的处理就困难和麻烦得多了。首先在对这类经济现象进行基本的数值度量上，也就是说在对不确定经济现象进行量的描述上，就不可能象描述确定性经济现象一样用普通的数值指征来刻化，而必须采用特殊的数学手段和方法来处理。而要进一步从数学上来描述这类不确定经济现象在经济活动中相互间及与其它经济现象之间的联系和制约，并且希望通过这种数学描述能尽量接近实际地刻化出经济活动的状态和性质，就更需要采用特殊的数学手段和方法了。

因此，在经济活动的计量研究中，深入讨论模糊性现象和随机性现象这二类不确定经济现象的产生和性质，讨论处理它们的数学方法，无论是从不确定经济现象在经济活动中

极常见，还是从它们的数学处理较困难上来看，都是十分必要和重要的。

(二)

模糊性不确定经济现象产生的根源，在于经济活动中，客观事物的差异通常并不是以“非此即彼”的对立形式出现，客观事物的差异常常是以一种“亦此亦彼”的中介过渡形式来表现的。这种“亦此亦彼”的中介过渡，导致了经济现象的模糊性。

例如上边提到的“货币流通正常”这一经济现象，它的模糊性就是由于货币流通这一客观事物，并不是一种简单的“非此即彼”，即不能认为某时的货币流通不是正常便是不正常。货币流通的状况不是只能在“正常”和“不正常”这两个是与非的极端状态中去选择，货币流通的状况在实际中往往要更多地处于一种正常和不正常之间的“亦此亦彼”的状况之中。正因为我们不能简单地只用“正常”和“不正常”去刻化货币流通状况，因此“货币流通正常”这一经济现象便表现出极大的不确定性——模糊性，成为一个典型的不确定现象。

由此看来，经济现象的模糊性是逻辑规律中排中律的一种破缺。相当一类经济现象，冲破了排中律“要么A，要么非A”的约束，经常处于一种“A与非A”的状况之中，而使这类经济现象具有极大的模糊性。

对这类模糊性不确定经济现象，进行数学处理的方法是力求从事物的模糊性中去确定广义的排中律，即不是简单地用数学去描述“要么A，要么非A”，而是用数学去刻化“A与非A”之间的任何状况。这个广义的排中律就是模糊集论

中的隶属规律。

如前所述，模糊性的产生，在于概念本身就没有明确的含义，以及客观事物实际上总是处于“亦此亦彼”的中介状态，使得难以确定一个事物是否属于这个概念。正因为如此，我们在客观度量这类事物时，以一个值域在 $[0, 1]$ 上的实值函数 $\mu_A(x)$ 来表示该事物 x 属于 A 的程度，称为 x 对 A 的隶属度。如果一时期的货币流通状况，我们用 $[0, 1]$ 上的任一数来刻画，货币流通正常，我们认为它的正常程度是1，流通不正常，我们认为它的正常程度是0，即不正常是正常程度最低(为零)的正常，而流通较正常、情况一般，或是不太正常，可以分别用0.8、0.5、0.3来表示它们隶属于“货币流通正常”的程度，等等。

隶属规律使我们可以对一大类模糊性不确定经济现象进行客观的数量刻画，进而可以广泛的应用以模糊集论为基础的模糊数学理论和方法，进行包含这类经济现象的经济活动的计量研究。因此，模糊数学为我们提供了处理模糊性不确定经济现象的数学方法，帮助我们各类经济活动的计量研究提到一个新的数学水平。

(三)

随机性不确定经济现象产生的因素完全不同于模糊性不确定经济现象。它之产生，不是在于概念本身不明确。在随机性不确定经济现象中，概念本身有明确的含义，只是由于条件不充分，使得这类经济现象在出现与否上表现出不确定的性质。

例如上边提到的“沉淀货币”，这个概念是明确的。但是，由于货币沉淀下来的原因和形式都是多种多样的，相对

于不同的时期，作为产生沉淀货币的条件总是处于一种不明确的状态，即不同时期产生沉淀货币的因素有哪些，这些货币将以何种方式沉淀下来，总是处于一种相对的不明确的状态。因而，某一时期的“沉淀货币”这一经济现象就总是表现出一种随机性，成为另一种典型的不确定现象。

由此看来，经济现象的随机性是逻辑上因果律的一种破缺。相当一类经济现象，冲破了因果律“因为有A，必然有B”的约束，经常处于一种“纵然有A，也不能确定是否有B”的状况，而使这类经济现象具有极大的随机性。

处理随机性不确定经济现象的方法，是去把握广义的因果律，即不是去简单地用数学描述“因为有A，必然有B”，而是要用数学去刻化“纵然有A，也不能确定是否有B”的情况。这个广义的因果律就是概率论中的概率规律。

我们也用一个值域在 $[0, 1]$ 上的实值函数 $P(x)$ 来表示在一定条件下 x 发生的程度，称为 x 在这一条件下发生的概率。比如，我们可以用 $P(x_0)$ 来表示某一时期的沉淀货币有 x_0 的概率，这里 $P(x_0)$ 是 $[0, 1]$ 上的一个数。这一时期的沉淀货币必然有 x_0 ，那么它的概率为1，这一时期的沉淀货币不可能有 x_0 ，那么它的概率为0，而0.8、0.5、0.2等则分别表示这一时期沉淀货币有 x_0 的可能性为80%，50%，20%，等等。

概率规律使我们可以对一大类随机性不确定经济现象进行客观的数量刻化，进而可以应用概率论的理论和方法，进行包含随机性不确定经济现象的经济活动的计量研究。因此，概率论为我们提供了处理随机性不确定经济现象的数学方法，帮助我们把各类经济活动的定量分析水平加以提高。

(四)

经济活动，由于置身于社会经济这个复杂的大系统，相当一类经济现象都表现出不确定的性态。这类不确定经济现象，给经济活动的计量研究带来一定的困难，也是使一些计量分析的结果与客观实际偏差较大的重要因素。实践表明，对这类包含不确定经济现象的经济活动，在计量研究中必须采用相应的处理不确定现象的数学方法，恰如其份地处理好模糊性和随机性这二类不确定经济现象的数量关系，才能使经济活动的定量分析的研究收到较好的效果。我们相信，随着处理各类各具特点的经济现象的数学方法的提高，经济活动的计量研究一定会提到一个更高的水准。

第一章 模 糊 子 集

本章叙述模糊子集论的基础知识。主要是：模糊子集的定义和运算；模糊集合与普通集合的相互转化；实数域 R 上的模糊集和凸模糊集以及模糊数。

本章指出了作为模糊数学基本理论的分解定理，最后提到了模糊数学的另一基本理论扩张原理。

§ 1—1 模糊子集的定义

在提出模糊子集的定义之前，需要简单地回顾普通集合论的一些知识。

我们知道，集合可以表现概念。当我们头脑中形成一个概念时，它是有一定的内涵和外延的。符合这个概念的那些对象的全体叫做这个概念的外延。这些“全体对象”实际上就是一个集合。概念的外延就是集合。因此，集合可以表现概念。

当我们考虑某个问题时，议题总离不开一定的范围。例如我们讨论“西南财经大学的男大学生”这一概念，可以把议题限制在“西南财经大学的大学生”这一范围之内，而不必去考虑西南财经大学的教师、职工宿舍、幼儿园等等，更不必过考虑西南财经大学之外的对象。这些议题范围内被