

微电脑与经济活动分析

张 风 波

经济日报出版社

微 电 脑 与 经 济 活 动 分 析

张 风 波

经济日报出版社

微电脑与经济活动分析

张风波

经济出版社出版

北京市新华书店发行

(北京市宣武区虎坊桥福州馆路前街六号)

阜城县印刷厂印刷

787×1092 毫米 16开本 13.5 印张 328千字

1986年4月第1版 1986年4月第1次印刷

印数1—20,000册

统一书号: 4454·007

定价: 2.50元

序 言

孙尚清

我是一九八一年夏季在日本讲学期间访问大分大学时认识本书作者张风波同志的。当时他正在攻读经济学硕士课程。从交谈中得知他原是上海外语学院日语专业的毕业生，毕业后分配到武汉市工作，后由武汉市选送日本留学。开头他曾想学习日本文学，后在祖国社会主义现代化建设伟大事业的呼唤下，他改变了主意，决心攻读经济学，准备将来直接参加经济建设的研究和实践。一九八三年我访问日本时才知道他已经用两年的时间修完了硕士课程，并已考入京都大学开始攻读博士课程了。他专攻经济政策学，重点研究利用微型电脑进行经济分析的方法，并开始编制应用电脑程序和经济模型的工作，同时研究了日本国债与经济增长的关系、国营铁路经营亏损的原因等一系列问题。他的研究成果在日本陆续发表后，很快就引起日本经济学界的注目，得到很高的评价。

一九八四年十一月，我们在京都见面时，我曾鼓励他将已取得的成果整理成书在国内出版，他当即表示完全同意。一九八五年春他回国探亲时把书稿带了回来，并利用假期对书稿进行了修订。他回日本不久，一九八五年五月我在东京又与他见面，在谈到即将在国内出版这本书时，他希望我能为此书写一篇序言。我答应了。

当前，以微电子技术为中心的新的技术革命，正在迅猛地影响着社会经济的各个方面，同时也使经济学研究手段不断革新。微型电脑在经济分析中的运用，已经成为目前经济研究手段现代化的主要方向。诚然，大型电脑和微型电脑在经济分析中各有各的特殊作用，既不能互相代替，也不能把它们截然对立起来。但是应当承认，除了浩繁的计量分析和编制大范围的综合性的国民经济模型必须利用大型电脑外，各种属于微观经济的分析以致某些宏观经济领域的分析，微型电脑是大有用武之地的。特别是在我国，运用电脑还处在起步阶段，尤其应当注重微型电脑的广泛利用，可收投资省、易掌握、利用率高、见效快之效。微型电脑的普及也有助于大型电脑更集中更有效地发挥其特有的巨大功能。

正当我国经济学界适应四化建设和新技术革命的要求，开始在研究工作中采用微型电脑之际，张风波同志的这本书问世了。我想，它的意义不仅在于告诉人们微型电脑可以帮助研究人员大大提高工作效率和定量分析的准确性，而且更重要的是启发人们进一步探索利用微型电脑进行经济分析的方法。作者在书中提出的一些程序和模型，都是根据各种经济分析的具体特点制订的，读者可以按照自己研究课题的需要选择使用，还可以参考它们编制更适用的新的程序和模型。微型电脑在经济分析中的应用，要求科研人员不断提高自己的素质，既要有马克思主义经济理论的牢固基础，又要有数量经济学和电脑功能方面的广博知识。

读者在翻阅本书时不难发现，张风波同志这位年方二十八岁的青年在学术上有如此收获，实属难能可贵。当然还有不足，尚须继续努力，科学的攀登是永无止境的。在我国新的历史时期，我们应当多方支持和鼓励象张风波同志这样脱颖而出的人才。

我想还是用张风波同志多次对我说过的一段话来结束这篇序言吧！他说：“我还是个学生，取得的一点成绩是微不足道的，比国内的同行前辈们还有很大差距。”我相信他的话是真诚的，因而相信他一定会热忱欢迎国内学术界的批评指正。

（一九八五年九月于北京）

AAB34/107

目 录

序 计量经济分析与微电脑	(1)
第 1 章 一元线性回归分析	(3)
第 1 节 经济计量模型的设定	(3)
第 2 节 最小二乘法	(5)
第 3 节 BASIC程序的编制	(8)
练习题	(9)
第 2 章 二元线性回归分析	(10)
第 1 节 最小二乘法的运用	(10)
第 2 节 程序的编制	(13)
练习题	(15)
第 3 章 判定系数	(16)
第 1 节 判定系数的定义	(16)
第 2 节 修正自由度判定系数	(18)
第 3 节 程序的编制	(19)
练习题	(21)
第 4 章 参数估计值的 t 检验	(22)
第 1 节 t 检验法的定义	(22)
第 2 节 程序的编制和加入	(24)
第 3 节 实例运用	(24)
练习题	(28)
第 5 章 序列相关(DW)检验	(29)
第 1 节 序列相关与DW值	(29)
第 2 节 程序的编制	(30)
第 3 节 序列相关的消除	(32)
练习题	(36)
第 6 章 计算误差	(37)
第 1 节 估计值标准差	(37)
第 2 节 各数据计算误差的测定	(38)
第 3 节 测定误差的其它指标	(39)
练习题	(40)
第 7 章 非线性回归分析	(41)
第 1 节 基本曲线模型	(41)
第 2 节 特殊曲线模型	(44)

练习题	(46)
第 8 章 图像处理与数据管理	(47)
第 1 节 推算图与各变量图的处理	(47)
(1) 测定推算结果的图像	(47)
(2) 各变量实际变化比较图	(49)
第 2 节 不同机型的程序编制	(52)
第 3 节 数据的管理	(62)
(1) 数据储存的简便方法	(63)
(2) 储存数据时应注意事项	(64)
练习题	(64)
第 9 章 多元回归分析	(65)
第 1 节 矩阵方法的运用	(65)
第 2 节 计算程序的编制	(67)
第 3 节 实例分析	(70)
第 4 节 横断面数据的分析	(76)
第 5 节 F 检验	(83)
练习题	(86)
第 10 章 趋势分析	(87)
第 1 节 趋势分析方程式的定义	(87)
第 2 节 计算程序的编制	(88)
第 3 节 实际用例	(89)
第 4 节 3 次以上的趋势分析	(97)
练习题	(102)
第 11 章 自回归分析	(103)
第 1 节 自回归分析的方法和计算程序	(103)
第 2 节 实际用例	(105)
第 3 节 特殊的自回归分析	(112)
练习题	(117)
第 12 章 逻辑曲线模型	(118)
第 1 节 逻辑曲线的推算方法	(118)
第 2 节 实例分析	(120)
练习题	(125)
第 13 章 虚拟变量的应用	(126)
第 1 节 对异常值的处理	(126)
第 2 节 对经济结构变化的修正	(133)
第 3 节 利用虚拟变量进行季节调整	(142)
练习题	(144)
第 14 章 例文: 中国交通运输的发展趋势	(146)
第 1 节 中国交通运输的发展速度	(146)

第2节 各国交通发展速度的比较	(148)
第3节 交通运输发展的经济规律	(149)
第4节 中国交通运输的发展方向	(151)
练习题	(153)
第15章 计量经济分析的有效性	(154)
第1节 计量经济分析的作用	(154)
第2节 正确认识和掌握计量经济分析的方法 ——社会科学与自然科学的有机结合——	(156)
练习题解答	(160)
附录程序	(179)
说明	(179)
程序 B-P-0: 一元·二元回归分析	(179)
程序 B-P-1: 多元回归分析	(182)
程序 B-P-2: 趋势分析	(189)
程序 B-P-3: 自回归分析	(194)
程序 B-P-4: 逻辑曲线分析	(199)
附表1 t分布表	(203)
附表2 DW统计量	(204)
附表3 F分布表	(206)
后记	(208)

序 计量经济分析与微电脑

在世界新的科学技术革命的影响下,经济研究也迎来了一个新的时期。社会科学与自然科学的结合开创了经济研究工作的新局面。本书要介绍的是将计量经济学理论与微电脑技术相结合进行经济分析的方法,就是在这股强大的时代潮流的推动下,激起的一束浪花。

本书介绍的计量经济分析的方法,主要是应用统计学原理,以回归分析为基础,进行实际的经济问题分析的方法。社会经济现象具有质和量两个方面的特征,计量经济分析在引进量的概念,进行精确、严密的定量分析的同时,力求与定性分析相一致,使经济分析的实用价值大大提高。无疑,这一方法对于提高我国经济研究水平,促进我国的经济的发展是很有用的。

计量经济分析采用大量的实际数据,运用科学的方法来推定经济社会的特征,经济结构的内部关系和经济发展的趋势。而在具体的经济分析中,随着计算处理数据的增大,单靠手工计算已相当困难。科学技术的发展使计算机在经济分析中的运用越来越广,从而大大提高了经济分析的效率。

目前,用于计量经济分析的计算机以大型计算设备为主。由于它需要的投资大,管理、操作需要耗费大量的人力、物力,并且软件的开发应用又不太方便,使计算机在计量经济分析的应用上受到了一定的限制。

随着科学技术的突飞猛进,电子计算机技术的发展日新月异。七十年代微电脑的问世使电子计算机的发展进入了新的时代。各种机型纷纷出现,计算机能也随着不断扩大。8位、16位、32位的微电脑相继问世,并以惊人的速度在世界各地得到应用或普及。

微电脑起初被认为是电子玩具之类的东西,被许多人所轻视。随着它的计算机能的不断开发,在各个领域中开始发挥着重要的作用。微电脑在自然科学部门的应用较早,软件的开发和普及也进展较快。最近,一些国家正在探索利用微电脑进行社会科学,尤其是经济工作研究的可能性。虽然尚未形成完整的、系统的理论和方法,但却取得了可喜的进展,证明微电脑是进行经济分析的非常有效工具和实用手段。

作者在日本京都大学攻读经济学博士学位课程期间,自编程序,运用微电脑进行了一些经济实例的分析。实践使我认识到:虽然微电脑与大型计算机相比,目前在计算速度和容量上还受一些限制,但在进行一般的经济分析中,却有着与大型计算设备相匹敌的功能。而在投资小、操作管理容易、软件开发简单等许多方面,具有大型计算设备所望尘莫及的优越性。

本书的程序均采用 BASIC 语言编制成的。计算机语言种类繁多,常用的有 FORTRAN, COBOL, ALGOL, PL/I, PASCAL, 等等。这些语言具有计算速度快,容量大等特点,但一般需要大型计算设备,投资较大。同时程序的编制、修改等也较困难。BASIC 语言, 1965 年在美国开发后,由于具有许多优越性,迅速得到了普及。BASIC 语言与上列各种语言相比,具有通俗易学,使用方便等特点。同时,由于采用了对话形式,可以根据画面上的指示,自由地执行程序。虽然 BASIC 语言在编制子程序,建立大型的计算体系方面,尚受一定的限制,可是,

由于其命令用语的增加,计算处理机能增强,并且,采用对话形式编制程序,使程序的编制,修改极为方便。*BASIC*语言本身所具有的局限性正在克服,并且,在许多方面显示出超过其它语言的优越性。目前,*BASIC*语言已成为最基本的计算机语言,在微电脑的应用中始终起着主导的作用,成了推动微电脑得以普及的动力。*BASIC*语言作为进行社会科学研究,经济研究的工具非常有用。

利用已经编制完毕的计算程序当然是一种有效的方法。可是经济现象错综复杂,很难建立起一个能包罗万象,处理各种特殊经济问题的泛用程序。何况,程序过于庞大的话,反会使使用不便,计算机本身的计算处理容量上也会发生困难。利用微电脑进行经济分析,力求经济研究者能掌握编写计算程序的基本方法,根据研究的不同问题,编制各类行之有效的计算处理程序。因此,本书不仅仅是介绍已经编制完成的计算处理程序的使用方法,而且是把重点放在讲解根据不同类型的经济问题,如何编制、修改各种程序,利用微电脑这一工具,灵活地进行经济社会现象分析的方法上。

在编制程序上,本书力求简明、实用。可有可无的文句尽量不用。能够独立的各程序尽量不连接起来。这样,易于分段讲解,读者也容易掌握。同时,本书程序中的处理方法尽量采用计量经济分析中最基本的方法,至于一些计量经济分析的特殊用法主要放在练习题中。因此,本书的练习题和练习题解答部分不仅是对各章正文的复习,在一定程度上也是对各章正文内容的补充和丰富。

本书重点在于摸索、总结一套将微电脑技术与计量经济学理论相结合,进行经济分析的方法。由于篇幅有限,对于*BASIC*语言,计量经济学,经济理论等各科专业知识并未单独进行介绍,而只是在以上三者的结合上下功夫。因此,希望读者阅读一些各有关专业知识,尤其是微电脑使用方法,计算机程序编制方法,数理统计学,计量经济学,经济各学科理论等,必将进一步加深对本书内容的理解。

利用微电脑进行经济分析,单靠书本上的知识是很不够的。对于微电脑技术和计量经济分析的有关知识有了初步了解后,就应多多实际操作。根据不同的经济问题,大胆地编制各种计算处理程序,反复计算,不断修改所编程序,在长期的实践中逐步掌握这一方法。

在计算过程中,往往一下子难以达到理想的结果,失败也会接踵而来。造成失败的原因很多;经济学理论基础不佳,造成构思上的错误;计算程序设计的错误;电子计算机本身的局限性;甚至因机种不同而造成的计算误差等等,各类原因均可能使我们难以达到所期待的结果。往往一天可以完成几十、数百个方程式的计算,一周之内却难找出一个失败原因。这就需要我们刻苦钻研,反复操作,细心分析各种因素,以期在实践中获得成功。

第1章 一元线性回归分析

回归分析不仅在自然科学领域中被广泛应用,而且,作为计量经济学的基本方法,在经济分析中发挥着越来越大的作用。本章,首先介绍回归分析中最基本的方法——一元线性回归分析。

第1节 经济计量模型的设定

回归分析即对回归模型进行参数估计、检验等进行数据分析的方法。而经济计量模型则是根据经济理论、经济发展的客观规律,用数量表示特定的变量之间关系的一种形式。通过回归分析,可以阐明经济变量之间存在的因果或相关关系,并从数量上予以精确的把握。因此,在回归分析中,作为原因的变量即自变量和作为结果的变量即因变量,理所当然地成了研究的主要对象。这两者之间的因果关系可能是正的因果关系,即自变量增加(或减少)因变量也随之增加(或减少)。也可能是负的因果关系,即自变量增加(或减少)因变量反而减少(或增加)。

以日本的实例来说明。例如,我们分析日本交通客运量与民间消费支出之间的关系时,根据客观现实可以知道,由于民间消费支出的增加,上下班、上学、探亲访友、观光旅行等乘客增多,必然导致交通部门客运量的增加。因此,我们可以假定民间消费支出为自变量,交通部门的客运量为因变量,这两者之间存在着正的因果关系。

事实上,民间消费支出与交通客运量之间是否真的存在着因果关系呢?这一因果关系的方向和大小又如何?这些必须利用实际数据进行推算。同时,这种推算既可采用按时间先后排列的纵断面数据,也可采用某一时期的横断面数据。本例的纵断面数据如表1-1所示。

使用表1-1的数据,可以绘制出如图1-1(a)所示的散点图,来表示民间消费支出与交通客运量的关系。通过此图,可以初步判断:两者之间存在着较密切的正的因果关系。不过,单靠此图,只能大致地掌握两者之间的关系。这种关系的密切程度为多少,自变量对于因变量的影响具体有多大?却无法从数量上掌握。

要从数量上精确地掌握变量之间的因果关系,就有必要使用经济计量模型。例如,设日本交通客运量为 Y ,民间消费支出为 X 的话,两者之间的关系可用方程式表示如下:

$$Y=f(X)=a+bX\cdots\cdots(1-1)$$

不过,客运量和民间消费支出之间存在的这种因果关系还只是我们的假定。这一假定是否正确,还必须接受检验。

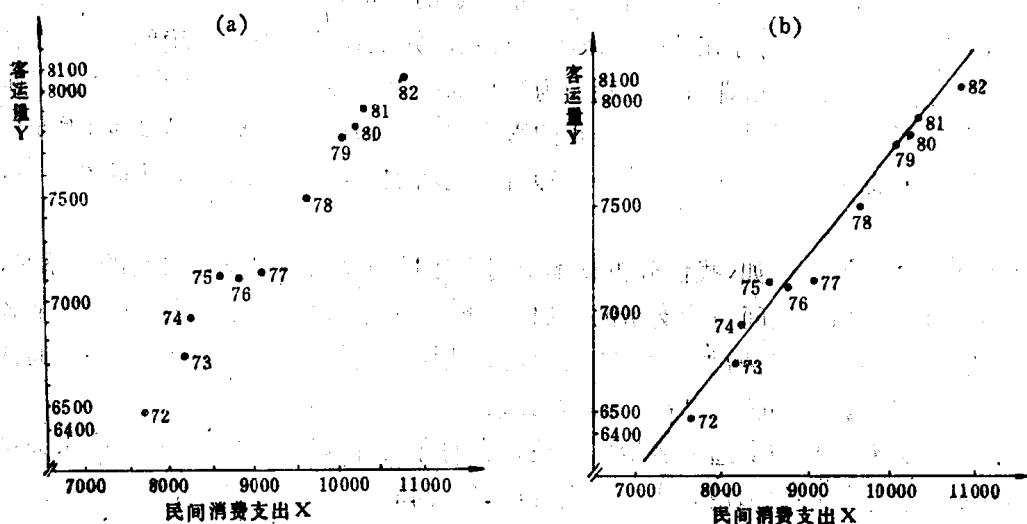
在(1-1)直线方程式中, a , b 为未知数,被称为参数。其中, a 为直线的常数项, b 为回归系数。变量 Y 和变量 X 之间的关系,通过这一函数形式从数量上得以表示。表示直线斜率的 b 定义如下:

表1-1 日本民间消费支出与交通部门客运量

年 度	民间消费支出 (亿日元)	客 运 量 (百万人公里)
1971	685,041	617,848
1972	768,037	648,188
1973	816,432	674,133
1974	822,955	693,596
1975	850,720	710,711
1976	882,209	709,549
1977	914,867	711,033
1978	965,588	747,489
1979	1,010,951	777,336
1980	1,019,650	782,031
1981	1,033,356	790,359
1982	1,080,925	804,363

资料来源：日本《国民经济计算年报》，《运输经济统计年报》

图1-1 日本民间消费支出与交通客运量



$$\frac{dY}{dX} = \frac{Y \text{ 的变化量}}{X \text{ 的变化量}} = b$$

因此，变量Y与变量X的因果关系的方向由b的符号决定，其大小也由b的值来决定。即，b的符号为正的话，二个变量间存在正的因果或相关关系，b的符号为负的话，二个变量间存在负的因果或相关关系。b=0的话，两者不存在因果关系。而b的值则表示自变量X每单位的变化量对于因变量Y产生的影响的大小。以日本交通客运量Y和民间消费支出X的关系为例，b的符号如为正，则说明，交通客运量随着民间消费支出的增加而增加。b的值则说明，民间消费支出增加1亿日元时，交通客运量增加几百万人公里。

问题在于表示变量间关系的方向和大小的b及其a均为未知数，采用何种方法予以推算呢？最简单的方法如图1-1(b)所示，在散点图上，靠近各点画一条直线，从直线的斜率可以求得b的值，从直线与坐标轴的交点可求得a。可是，这一方法，完全靠肉眼判断，不精确。

为了准确地计算出 b 和 a , 被称为最小二乘法的方法被采用了。

第 2 节 最小二乘法

本节对回归分析最基本的内容——最小二乘法(亦称为最小平方方法)的原理作一介绍。

严格地说, 前面的直线方程式(1-1)式, 仅限于自变量 Y 与因变量 X 具有完全的直线关系, 即线性关系时, 才能适用。亦即, 用刚才的例子来说的话, 只有在交通客运量的变化完全依赖于民间消费支出的变化的条件下, 才能用此式表示这一线性关系。

可是, 交通客运量与民间消费支出之间, 是否存在因果关系, 一无所知。前面的(1-1)式, 也只是我们的假设。这一假设是否正确, 须采用实际数据进行推算, 检验。也许我们的设想是错误的, 或者即使两者之间存在因果关系, 因变量 Y 不仅仅依赖于自变量 X , 还有可能依赖于其它变量。例如, 对日本交通客运量产生影响的原因除了民间消费支出外, 政府消费支出, 资本支出, 对外贸易等因素也难以否定。不过, 我们设想: 民间消费支出是对交通客运量产生影响的主要的决定性的因素。我们的目的在于从数量上准确地把握这二者之间的关系, 至于其它因素, 可以不予考虑。因此, (1-1)式可以改写如下:

$$Y = a + bX + e \dots\dots\dots (1-2)$$

上式中的变量 e 被称为干扰项或误差项。 e 表示除自变量 X 以外, 未被考虑的其它各项因素, 以及建立这一线性模型被假设为错误时产生的误差等。

怎样用最小二乘法来计算(1-2)式中的系数 a, b 呢? 用 $\wedge$ 符号表示推算值(或称参数估计值、预测值、理论值、趋势值等)的话, 采用最小二乘法推算出的直线模型可表示如下:

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X \dots\dots\dots (1-3)$$

$\hat{Y}, \hat{a}, \hat{b}$ 均为 Y, a, b 的推算值。实际值(或称观察值, 样本值等, 在计量经济学中, 指如表 1-1 所示的原始数据)与推算值之间, 往往会有一定的误差。用 $\hat{e}$ 表示实际值 Y 与其推算值 $\hat{Y}$ 之间的误差即残差的话, 可写成下式。

$$\hat{e} = Y - \hat{Y} = Y - (\hat{a} + \hat{b}X) \dots\dots\dots (1-4)$$

上式中的 $\hat{e}$ 可以看作是(1-2)式中的误差项 e 的推算值。所谓最小二乘法就是使残差 $\hat{e}$ 的平方和最小来决定 $\hat{a}, \hat{b}$ 的方法。用 n 来表示数据的数目, $i = 1 \sim n$ 的话, 亦即使 $\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2$

对于 $\hat{a}, \hat{b}$ 的偏导数为零。设 $\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2 = Z$ 的话, 其推算过程可用代数形式表示如下:

$$\begin{aligned} Z &= \hat{e}_1^2 + \hat{e}_2^2 + \dots + \hat{e}_n^2 \\ &= (Y_1 - \hat{a} - \hat{b}X_1)^2 + \dots + (Y_n - \hat{a} - \hat{b}X_n)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)^2 \\ &= f(\hat{a}, \hat{b}) \longrightarrow \text{对于 } \hat{a}, \hat{b} \text{ 最小} \end{aligned}$$

以上最小化问题,可以采用通常的微分法求解。即:

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial \hat{a}} = 2(-1)(Y_1 - \hat{a} - \hat{b}X_1) + \dots + 2(-1)(Y_n - \hat{a} - \hat{b}X_n) = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial \hat{b}} = 2(-X_1)(Y_1 - \hat{a} - \hat{b}X_1) + \dots + 2(-X_n)(Y_n - \hat{a} - \hat{b}X_n) = 0 \end{cases}$$

整理以上最小化条件,可导出下列有关 $\hat{a}, \hat{b}$ 的连立方程式:

$$\begin{cases} \hat{a} + \hat{b} \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n Y_i = 0 \\ \hat{a} \sum_{i=1}^n X_i + \hat{b} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^n X_i Y_i = 0 \end{cases} \quad (1-5)$$

解上列规范方程式,可得下列推算 $\hat{a}, \hat{b}$ 的公式:

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^n X_i \cdot \sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad (1-6) \text{ 上式}$$

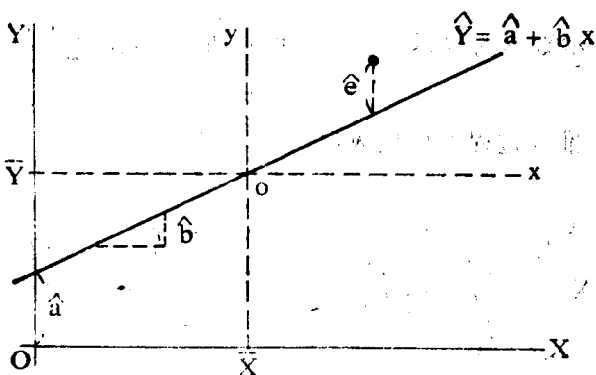
$$\hat{b} = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \cdot \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad (1-6) \text{ 下式}$$

这样,根据最小二乘法,解线形方程式,得到了计算 $\hat{a}, \hat{b}$ 值的公式。

下面再分析离差形式的最小二乘法。

这里所说的离差,指的是实际值与其平均值之差。用 $\bar{X}, \bar{Y}$ 分别表示自变量 X , 因变量 Y 的平均值,用 x, y 分别表示 X, Y 的离差的话, X, Y 的平均值,离差分别定义如下:

图1-2 离差形式的回归直线



$$X \text{ 的平均值: } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$Y \text{ 的平均值: } \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$X \text{ 的离差: } x_i = X_i - \bar{X}$$

$$Y \text{ 的离差: } y_i = Y_i - \bar{Y}$$

离差形式的回归直线与前面最小二乘法推算的回归直线方程式 (1-3) 式之间的关系可通过图 1-2 来说明。

如图 1-2 所示, 根据上面 X 的离差和 Y 的离差的定义, 将 (1-3) 式的回归直线由 $Y-X$ 轴移向 $y-x$ 轴, 就可得到离差形式的回归直线。因此, 由 (1-3) 式变换为离差形式, 仅仅是座标

轴的平衡移动而已。不过,推算的回归直线由Y—X轴变为y—x轴时,要注意以下几点。

(1) 变为y—x轴的离差形式后,不存在回归直线方程中的纵截距,即常数项 $a=0$ 。

(2) 由Y—X轴观察到的根据(1-3)式得到的回归直线的斜率,与y—x轴观察到的离差形式的斜率完全相同,均为 $\hat{b}$ 。

(3) 残差 $\hat{e}$ 的值二个形式下也均相同。

因此,移向y—x轴后的离差形式的回归直线方程可表现如下:

$$Y = \hat{y} + \hat{e} = \hat{b}x + \hat{e} \dots\dots\dots (1-7)$$

下面,对于(1-7)式,利用最小二乘法原理,使其残差平方和 $\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2$ 最小来估计参数 $\hat{b}$ 。设

$\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2 = Z$, 其推算过程可用代数形式表示如下:

$$\begin{aligned} Z &= \hat{e}_1^2 + \hat{e}_2^2 + \dots + \hat{e}_n^2 \\ &= (y_1 - \hat{b}x_1)^2 + \dots + (y_n - \hat{b}x_n)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{b}x_i)^2 \\ &= f(\hat{b}) \rightarrow \text{对于 } \hat{b} \text{ 最小} \end{aligned}$$

以上最小化问题,可通过普通的微分法求解如下:

$$\frac{dz}{d\hat{b}} = 2(-x_1)(y_1 - \hat{b}x_1) + \dots + 2(-x_n)(y_n - \hat{b}x_n) = 0$$

将以上结果整理如下:

$$\hat{b} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i = 0$$

因此,最小二乘法估计值 $\hat{b}$ 便可通过下式计算出:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \dots\dots\dots (1-8)$$

根据上式,虽然可以计算出 $\hat{b}$, 由于采用了离差形式,原方程 $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X$ 中的常数项 $\hat{a}$ 未能计算。因此,须作以下变换。

首先用 n 除以(1-5)式的上式,得,

$$\hat{a} + \hat{b} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i = 0 \dots\dots\dots (1-9)$$

根据前面X的平均值,Y的平均值的定义,(1-9)式可变换如下:

因此, 估计值 $\hat{a}$ 通过下式可求得。

$$\hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X} \dots\dots\dots(1-11)$$

在实际的回归分析中，将原始数据代入前节得到的各式中，便可计算出回归直接的斜率 $\hat{b}$ 及其常数项 $\hat{a}$ 。不过，单靠手算，既费时间，又易出差错。尤其是要计算处理大量的数据时，单靠手算几乎是不可能的。这就有必要依靠电子计算机进行处理。而微电脑在进行这种计算处理中便大显身手。

下面就按照BASIC语言的规则,编制供微电脑用的最小二乘法计算处理程序。

```

1' ***** DATA *****
4 DATA 617848,648188,674133,693596,710711,709549,
      711033,747489,777336,782031,790359,804363
6 DATA 695041,768017,816432,822955,850720,882209,
      914867,965588,1010951,1019650,1033356,1080925
994 ' AA=首年度 BB=末年度
996 AA=1971:BB=1982
1000 PRINT "*****"
1010 N=BB-AA+1
1020 DIM Y(N),X(N),S(15)
1080 FOR I=1 TO 10:S(I)=0:NEXT I
1090 FOR I=1 TO N:READ Y(I):NEXT I
1100 FOR I=1 TO N:READ X(I):NEXT I
1130 FOR I=1 TO N
1140 S(1)=S(1)+X(I)
1150 S(2)=S(2)+Y(I)
1160 NEXT I
1170 HX=S(1)/N
1180 HY=S(2)/N
1190 FOR I=1 TO N
1200 S(3)=S(3)+(Y(I)-HY)*(X(I)-HX)
1210 S(4)=S(4)+(X(I)-HX)*(Y(I)-HY)
1220 NEXT I
1240 B=S(4)/S(3)
1250 A=HY-B*HX

```


第2章 二元线性回归分析

前一章介绍了利用最小二乘法,分析变量之间的关系的办法。不过,回归方程式中的自变量仅限于一个,即一元线性回归分析。而在实际的经济分析中,往往对某一变量产生影响的因素很多。例如,日本的交通客运量不仅受民间消费支出的影响,还有可能受政府消费支出的影响。即,公务出差,调查研究,工作调动等等政府部门的支出的增大,也会导致交通部门客运量的增大。本章将介绍一个因变量受二个自变量影响时的分析方法,即二元线性回归分析的办法。

第1节 最小二乘法的运用

分别用Y,X,Z来表示日本交通客运量(因变量),民间消费支出(自变量1),政府消费支出(自变量2),民间消费支出和政府消费支出对客运量产生的影响可表示如下:

交通部门客运量 Y $\begin{matrix} \text{民间消费支出 } X \\ \text{政府消费支出 } Z \end{matrix}$

以上关系可用数学的函数形式表现如下:

$$Y=f(X,Z)=a+bX+cZ+e \dots\dots\dots (2-1)$$

在上式中,交通部门客运量Y与民间消费支出X,政府消费支出Z的关系分别被假设为一元线性关系。这一假定是否正确,也必须进行检验。

在前章的一元线性回归方程中,交通客运量Y与民间消费支出X之间的关系,由估计的直线的斜率b来表示。本章中,Y,X,Z三个变量的关系可表现如下:

$$Z \text{ 固定的话: } b = \frac{\partial Y(Y \text{ 的变化量})}{\partial X(X \text{ 的变化量})} \dots\dots\dots (2-2)$$

$$X \text{ 固定的话: } c = \frac{\partial Y(Y \text{ 的变化量})}{\partial Z(Z \text{ 的变化量})} \dots\dots\dots (2-3)$$

亦即,(2-2)式中的b表示,自变量Z保持某一特定的值时,随着另一自变量X的每一单位的变化,因变量Y的变化量。同时,(2-3)式中的c则表示,自变量X保持某一特定的值时,随着另一自变量Z的每一单位的变化,因变量Y的变化量。因此,Y与X,Y与Z之间的因果关系的方向和大小分别由b和c来表示。

采用最小二乘法,对(2-1)方程式估计参数b,c和a便成了我们的课题。实际上,采用原始数据,进行估计的回归直线方程式应表示如下:

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X + \hat{c}Z \dots\dots\dots (2-4)$$

即,对于X,Z,计算出的Y的回归平面。根据最小二乘法的原理,使 $\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2$ 最小来求得 $\hat{a}$,