高等数学

焦点概念·性质分析

徐　兵　计慕然　罗邦成
刘智新　贺明峰　李三平　编著

北京航空航天大学出版社
http://www.buaapress.com.cn

高等数学焦点概念·性质分析

徐　兵　计慕然　罗邦成
刘智新　贺明峰　李三平　编著

北京航空航天大学出版社
http://www.buaapress.com.cn

内 容 简 介

本书是为大学本科学生编写的一本关于高等数学的基本概念与基本性质的学习指导书，是针对高等数学中的基本概念、基本性质结合相关应用而编写的，以命题的形式提出问题。书中不仅解说了命题正确与否，也给出了相关分析或反例。在大多数命题的说明中，列举了近年来全国硕士研究生入学考试数学试卷中出现的相关试题，指出这些题目的求解关键是明确概念的哪些要素和性质的哪些特征，或因没有正确理解概念与性质而导致的错误等。这样就把对概念与性质的理解引向了更深层次，有助于学生理解高等数学中基本概念的要素、基本性质的特征，帮助学生掌握高等数学基本知识点。

本书可供大学本科和大专学生学习，也可供讲授高等数学的老师参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学焦点概念·性质分析/徐兵等编. —北京：北京航空航天大学出版社，2002.3

ISBN 7-81077-155-8

Ⅰ.高… Ⅱ.徐… Ⅲ.高等数学-高等学校-自学参考资料 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 002425 号

高等数学焦点概念·性质分析

徐 兵 计慕然 罗邦成 刘智新 贺明峰 李三平 编著

责任编辑 陶金福

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(100083) 发行部电话:82317024 传真:82328026

http://www.buaapress.com.cn

E-mail:pressell@publica.bj.cninfo.net

北京宏文印刷厂印装 各地书店经销

开本:850×1 168 1/32 印张:6.5 字数:175 千字

2002 年 3 月第 1 版 2002 年 3 月第 1 次印刷 印数:10 000 册

ISBN 7-81077-155-8/O·010 定价:10.00 元

前　言

高等数学课程是学生进入大学后的第一门重要的基础课，它是培养学生抽象概括能力、逻辑思维能力、运算能力和空间想像力的重要课程，在大学学习中占有极其重要的地位。能否较全面、较深入地掌握高等数学的基本知识将直接影响其他后续课程的学习。

高等数学课常常由于其内容的高度抽象性与概括力、严密的逻辑性、独特的"公式语言"、简练的表达方式而成为学生入大学之后学习的第一个难关。掌握高等数学的基本概念、基本性质是学好高等数学的首要问题，但这对于初学者是不易解决的问题。初学者往往不善于提出问题，难以认清概念的要素及基本性质的特征。分析学生历年试卷以及研究生入学考试数学试卷可以清楚地说明这一点。考生中失分的首要因素是对基本概念和基本性质不清楚；而近几年来在全国硕士研究生入学的数学考试中，又逐步加强了对基本概念与基本性质的考核。本书就是针对这一情况和发展趋势，为了帮助大学生学好高等数学，理解其基本概念和基本性质而编写的。

全书共分两部分。第一部分是针对高等数学中的基本概念、基本性质，以命题形式而提出的问题。第二部分为命题的分析与说明，解说了命题正确与否，给出了相关分析或反例；在一些题目中又加了说明，列举了研究生入学考试等的相关试题，指出这些题目的求解关键或重要因素是利用概念或性质的哪些特征，或由于没有理解概念或性质的特征而导致的错误等。

本书中的命题大多数是针对高等数学中的基本概念的要素和

基本性质的特征而提出的,有些是教学中经常遇到的和学生答疑时提出的问题,往往是容易混淆或忽视的问题。有些问题是针对近年来研究生入学考试试题中反映出的问题而提出的。为了能简明且针对性强,命题在说明中选择的相关试题,可能是综合性问题,涉及到后面的内容,与初学高等数学的顺序不同步。这些题目是为了解说命题而出现的,它不影响命题的是非,也不影响是非的分析。读者可以将这些题目认作是命题的一个应用方向,待学过相关内容后,再回头重温这些题目更能对所给概念或性质加深理解。

本书由北京航空航天大学徐兵、计慕然,华中师范大学罗邦成,清华大学刘智新,大连理工大学贺明峰,陕西师范大学李三平六位教授、副教授共同编写。由徐兵统稿。

本书可供大学生作为高等数学学习参考书。书中疵误难免,恳请读者指正。

作　者

2002 年 2 月

目　录

第一部分　命题(判定命题正确与否)

第二部分　命题的分析与说明

第一部分　命题（判定命题正确与否）

一、函数、极限与连续性

命题 1　若两个函数的对应规则相同，则这两个函数为同一个函数。

命题 2　任何周期函数必定有最小周期。

命题 3　函数 $f(n)=\sin n$（n 为自然数）是以 2π 为周期的函数。

命题 4　设函数 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义，若 $y=f(x)$ 在任何区间 $[a,b]$ 上有界，则 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内必定为有界函数。

命题 5　若 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 互为反函数，则 $f[g(x)]=x$。

命题 6　由 $y=f(u)$ 及 $u=g(x)$ 必定可以得到复合函数 $y=f[g(x)]$。

命题 7　基本初等函数经过四则运算或复合所成的函数都为初等函数。

命题 8　分段函数不是初等函数。

命题 9　若对任意给定的 $\varepsilon>0$，数列 $\{u_n\}$ 中仅有有限多项不满足 $|u_n-A|<\varepsilon$，则数列 $\{u_n\}$ 必定以 A 为极限。

命题 10　若数列 $\{u_n\}$ 收敛于 A，则其任意子数列 $\{u_{n_i}\}$ 必定收敛于 A。

命题 11　若单调数列 $\{x_n\}$ 的某一子数列 $\{x_{n_i}\}$ 收敛于 A，则该数列必定收敛于 A。

命题 12 若数列$\{x_{2n}\}$与$\{x_{2n-1}\}$都收敛于A,则数列$\{x_n\}$必定收敛于A。

命题 13 若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在,则$f(x_0)$必定有定义。

命题 14 若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在,则$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$表示一个常数。

命题 15 若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在,则极限值必定惟一。

命题 16 若$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=A$,则必定有$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$。

命题 17 无穷小量是绝对值很小很小的数。

命题 18 任意个无穷小量之和必定为无穷小量。

命题 19 在某一过程中,无穷大量的倒数为无穷小量。同样,无穷小量的倒数必定为无穷大量。

命题 20 任意两个无穷小量总能比较其阶的高低。

命题 21 若当$x\to x_0$或$x\to\infty$时,$f(x)$为无界变量,则当$x\to x_0$或$x\to\infty$时,$f(x)$必定为无穷大量。

命题 22 两个无穷大量之和必定为无穷大量。

命题 23 若$x\to x_0$时,$f(x)$为无穷大量,则当$x\to x_0$时,$e^{f(x)}$必定为无穷大量。

命题 24 若$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$存在,则必定有

$$\lim_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=\lim_{x\to x_0} f(x)+\lim_{x\to x_0} g(x)。$$

命题 25 若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$存在,$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$不存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$必定不存在。

命题 26 若$\lim\limits_{x\to x_0} u(x)$存在,且$\lim\limits_{x\to x_0} v(x)$也存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{u(x)}{v(x)}$必定存在,且

$$\lim_{x\to x_0}\frac{u(x)}{v(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to x_0} u(x)}{\lim\limits_{x\to x_0} v(x)}。$$

命题 27　若 $\lim\limits_{n\to\infty}(u_n\cdot v_n)=0$,则必定有 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$ 或 $\lim\limits_{n\to\infty}v_n=0$。

命题 28　若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|=|A|$。

命题 29　若 $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|=|A|$,则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$。

命题 30　设对任意的 x,总有 $\varphi(x)\leqslant f(x)\leqslant g(x)$,且 $\lim\limits_{x\to\infty}[g(x)-\varphi(x)]=0$,则 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$必定存在。

命题 31　若 $x\to x_0$ 时,$\alpha\sim\alpha'$,$\beta\sim\beta'$,且 $\gamma\to 0$,则必有

$$\lim_{x\to x_0}\frac{\alpha-\beta}{\gamma}=\lim_{x\to x_0}\frac{\alpha'-\beta'}{\gamma}。$$

命题 32　若 $f(x)$在点 x_0 有定义,且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则 $f(x)$在点 x_0 必定连续。

命题 33　设对每一个充分小的 $\delta>0$,都存在 $\varepsilon>0$,使得:当 $|x-x_0|<\delta$ 时,总有 $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$,则 $f(x)$必定在点 x_0 连续。

命题 34　若 $f(x)$在点 x_0 左连续,也在点 x_0 右连续,则 $f(x)$必定在点 x_0 连续。

命题 35　若 $y=f(x)$在点 x_0 处连续,则必有 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$。

命题 36　若 $f(x)$在点 x_0 连续,则 $|f(x)|$在点 x_0 也连续。

命题 37　若 $|f(x)|$在点 x_0 连续,则 $f(x)$在点 x_0 也连续。

命题 38　初等函数在其定义域内必定为连续函数。

命题 39　单调有界函数没有第二类间断点。

命题 40　分段函数必定存在间断点。

命题 41　若 $y=f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义,则 $f(x)$至少有一个连续点。

命题 42　设函数 $y=f(x)$在区间$[a,b]$上有定义,$c\in(a,b)$。

若函数 $y=f(x)$ 在 $[a,c)$ 上单调增加，在 $(c,b]$ 上也单调增加，则 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必定为单调增加函数。

命题 43 若 $\lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x)=u_0$，函数 $y=f(u)$ 在 $u=u_0$ 处连续，则必定有

$$\lim_{x\to x_0} f[\varphi(x)] = f[\lim_{x\to x_0}\varphi(x)] = f(u_0)。$$

命题 44 若 $f(x)$ 为区间 (a,b) 内的连续函数，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内必定有界。

命题 45 若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上有定义，在 (a,b) 内连续，且 $f(a)\cdot f(b)<0$，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内必有零点。

二、一元函数微分学

命题 46 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{f\left(x_0+\dfrac{1}{n}\right)-f(x_0)}{\dfrac{1}{n}}=A$ 存在，则必定有 $f'(x_0)=A$。

命题 47 若 $\lim\limits_{u\to 0}\dfrac{f(x_0+u^2)-f(x_0)}{u^2}=A$ 存在，则必定有 $f'(x_0)=A$。

命题 48 导数的几何意义为：若 $y=f(x)$ 在点 x_0 可导，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 处有切线，且切线的斜率为 $k=f'(x_0)$。

命题 49 导数的物理意义为：若 $y=f(x)$ 在点 x_0 可导，则函数 $f(x)$ 在点 x_0 的变化速率为 $f'(x_0)$。

导数的物理意义也可以解说为：作直线运动的物体其路程与时间的关系为 $s=f(t)$，则 $s'=f'(t)$ 表示在 t 时刻的瞬时速度。

命题 50 若 $y=f(x)$ 在点 x_0 连续，则 $y=f(x)$ 在点 x_0 必定可导。

命题 51　若 $y=f(x)$ 在点 x_0 可导,则 $y=f(x)$ 在点 x_0 必定连续。

命题 52　初等函数在其定义区间内必定可导。

命题 53　若函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 不连续,则 $f(x)$ 在 x_0 必定不可导。

命题 54　设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的去心邻域内可导,导函数通式为 $g(x)=f'(x)$,而 $g(x_0)$ 不存在,则 $y=f(x)$ 在点 x_0 必定不可导。

命题 55　若 $|f(x)|$ 在点 x_0 可导,则 $f(x_0)$ 在 x_0 必定可导。

命题 56　若 $f(x)$ 在点 x_0 不可导,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0,f(x_0))$ 必定无切线。

命题 57　若 $f(x)$ 在点 x_0 存在左导数,也存在右导数,则 $f(x)$ 在点 x_0 必定可导。

命题 58　若 $f(x)$ 在点 x_0 可导,则 $|f(x)|$ 在点 x_0 必定可导。

命题 59　设 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导,则 $|f(x)|$ 在点 $x=a$ 不可导的充分条件是 $f(a)=0$,且 $f'(a)\neq 0$。

命题 60　若 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f'(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f'(x)=A$,则必有 $f'(x_0)=A$。

命题 61　连续函数至少在某些点处可微。

命题 62　初等函数的导数必定为初等函数。

命题 63　若函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内为有界且可导函数,则 y' 在 (a,b) 内也为有界函数。

命题 64　求 $f^{(n)}(x)$ 的一般表达式时,只能多次接连地求导数。

命题 65　若 $f(x)$ 为 (a,b) 内的单调函数且可导,则 $f'(x)$ 在 (a,b) 内也为单调函数。

命题 66　若 $f'(x)$ 在 (a,b) 内为单调函数,则 $f(x)$ 在 (a,b) 内也为单调函数。

命题 67 若 $f(x)$在$(-a,a)$内为可导的奇(偶)函数,则其导函数 $f'(x)$在$(-a,a)$内也为奇(偶)函数。

命题 68 若 $f(x)$是以 T 为周期的可导函数,则其导数 $f'(x)$ 也是以 T 为周期的函数。

命题 69 若 $y=f(x)$在点 x_0 可导,则 $y=f(x)$在点 x_0 必定可微分。同样,若 $y=f(x)$在点 x_0 可微分,则 $y=f(x)$在点 x_0 必定可导。

命题 70 若 $f(x)$在(a,b)内可导,且 $f(a)=f(b)$,则必存在 $\xi\in(a,b)$, 使 $f'(\xi)=0$。

命题 71 若 $f(x)$在(a,b)内可导,则在(a,b)内必定存在 ξ,使 $f'(\xi)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$。

命题 72 拉格朗日微分中值定理 $f(x)-f(a)=f'(\xi)(x-a)$,其中 ξ 必定为 x 的连续函数。

命题 73 若在(a,b)内都有 $f'(x)=0$,则在(a,b)内 $f(x)$恒为常数。

命题 74 若函数 $f(x)$和 $F(x)$在闭区间$[a,b]$上连续,在开区间(a,b)内可导,则在(a,b)内至少存在一点 ξ,使得

$$\frac{f(b)-f(a)}{F(b)-F(a)}=\frac{f'(\xi)}{F'(\xi)}。$$

命题 75 若在 $x=a$ 的某去心邻域内 $f(x)$, $g(x)$可导, $\lim\limits_{x\to a}f(x)=0$,$\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$, 且 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$存在,则必定有

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}。$$

命题 76 若 x_0 为 $f(x)$的极大值点,则必定存在 x_0 的某邻域,在此邻域内, $f(x)$在 x_0 的左侧单调增加,在 x_0 的右侧单调减少。

命题 77 若 $y=f(x)$在点 $x=a$ 可导,则曲线 $y=f(x)$的过点(a,b)的切线方程为

$$y - b = f'(a)(x - a)。$$

命题 78　若在(a,b)内有 $f'(x)>0$,则在(a,b)内 $f(x)$必定为单调增加函数。

命题 79　若 x_0 为 $y=f(x)$的极值点,则必有 $f'(x_0)=0$。

命题 80　若 $f'(x_0)=0$,则点 x_0 必定为函数 $y=f(x)$的极值点。

命题 81　函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内的极大值必定大于 $f(x)$ 在(a,b)内的极小值。

命题 82　若 x_0 为函数 $f(x)$在$[a,b]$上的最大值点,则 x_0 必定为 $f(x)$的极大值点。

命题 83　若在(a,b)内 $y''>0$,则曲线 $y=f(x)$在(a,b)内为上凹的。

命题 84　若点$(x_0,f(x_0))$为曲线 $y=f(x)$的拐点,则必定有 $f''(x_0)=0$。

命题 85　若 $f(x)$在点 x_0 有直至 n 阶导数,且

$$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,$$

而 $f^{(n)}(x_0)\neq 0(n>2)$,则当 n 为偶数时, x_0 必为 $f(x)$的极值点;当 n 为奇数时, x_0 不为 $f(x)$的极值点。

命题 86　若 $f(x)$在点 x_0 有直至 n 阶导数,且

$$f'(x_0) = f''(x_0) = \cdots = f^{(n-1)}(x_0) = 0,$$

而 $f^{(n)}(x_0)\neq 0(n>2)$,则当 n 为奇数时,点$(x_0,f(x_0))$为曲线 $y=f(x)$的拐点。

命题 87　若 x_0 为函数 $y=f(x)$的极值点,则点$(x_0,f(x_0))$必定不为曲线 $y=f(x)$的拐点。

命题 88　当点 M 沿曲线 $y=f(x)$无限远离坐标原点时(如图 3 所示),它与直线 L 的距离趋于零,由于曲线 $y=f(x)$与直线 L 有无数多个交点,因此直线 L 不是曲线 $y=f(x)$的渐近线。

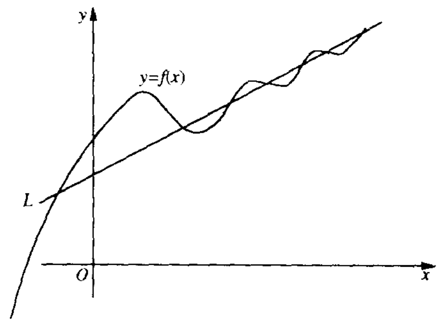

图 3

三、一元函数积分学

命题 89 若 $f(x)$的某个原函数为常数，则 $f(x)$必定恒为零。

命题 90 若函数 $y=f(x)$在(a,b)内不连续，则在这个区间内 $f(x)$必定无原函数。

命题 91 不定积分具有性质：

$$\left(\int f(2x)\mathrm{d}x\right)' = f(2x), \quad \int f'(2x)\mathrm{d}x = f(2x) + C。$$

命题 92 若 $f(x)$在$[a,b]$上可积分，则定积分$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ 表示一个常数值。这个值与区间$[a,b]$有关，与函数 $f(x)$有关，但与积分变元无关。

命题 93 定积分$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ 的几何意义为：其值为介于曲线 $y=f(x)$，x 轴与直线 $x=a$，$x=b$ 之间的曲边梯形的面积。

命题 94 定积分$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ 的物理意义：

(1) 其值为在外力 $f(x)$的作用下，质点沿直线从 a 移动到 b，外力 $f(x)$ 对质点所作的功；

(2) 密度为 $f(x)$的直线段杆$[a,b]$的质量。

命题 95　若 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积分，将 $[a,b]$ n 等分，在每个小区间 Δx_i 上任取一点 ξ_i，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i$ 必定存在，且

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x_i=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x。$$

命题 96　若 $f(x)$ 为连续函数，则 $\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ 必定可导。

命题 97　若 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的连续函数，则 $\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ 必定为 $f(x)$ 在该区间上的原函数。

命题 98　若 $f(x)$ 为连续函数，则可变上限 $\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ 为连续函数。

命题 99　初等函数在其定义区间 (a,b) 内必定存在原函数。

命题 100　若 $f(x)$ 为连续的奇函数，则其原函数 $F(x)$ 必为偶函数。

命题 101　周期函数 $f(x)$ 的原函数 $F(x)$ 必定为周期函数，且 $f(x)$ 与 $F(x)$ 的周期相同。

命题 102　若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内必定存在原函数。

命题 103　若 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的原函数，$F(a)$，$F(b)$ 存在，则必定有

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)。$$

命题 104　若 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的连续函数，则必定存在初等函数 $F(x)$，使

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)。$$

命题 105　设 $f(x)$ 可积，则

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x,$$

其中 c 可以为(a,b)内任意一点,也可以为(a,b)之外的点。

命题 106 设函数 $f(x)$在$[a,b]$上可积,且$[c,d]\subset[a,b]$,则必定有

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \geqslant \int_c^d f(x)\mathrm{d}x。$$

命题 107 若 $f(x)$为$[a,b]$上的可积函数,则必定存在一点 $\xi\in[a,b]$,使得

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = f(\xi)(b-a)。$$

命题 108 设 $f(x)$为连续函数,若对任意区间$[a,b]$都有 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=0$,则必有 $f(x)=0$。

命题 109 若 $f(x)$在$[a,b]$上可积,则$|f(x)|$在$[a,b]$上必定可积。

命题 110 若$|f(x)|$在$[a,b]$上可积,则 $f(x)$在$[a,b]$上必定可积。

命题 111 若 $f(x)$为连续函数,则必有

$$\int_{-a}^a f(x)\mathrm{d}x = \begin{cases} 0, & f(x) \text{ 为奇函数;} \\ 2\int_0^a f(x)\mathrm{d}x, & f(x) \text{ 为偶函数。} \end{cases}$$

命题 112 若 $f(x)$为连续函数,且$\int_{-a}^a f(x)\mathrm{d}x=0$,则 $f(x)$必定为$[-a,a]$上的奇函数。

命题 113 若 $f(x)$是周期为 T 的连续函数,则对于任意常数 a 都有

$$\int_a^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = \int_0^T f(x)\mathrm{d}x。$$

命题 114 若 $f(x)$为$(-\infty,+\infty)$内的连续函数,则必有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x=\begin{cases}0, & f(x)\text{ 为奇函数;}\\ 2\int_{0}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x, & f(x)\text{ 为偶函数。}\end{cases}$$

四、向量代数与空间解析几何

命题 115　$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的物理意义为：在外力 $\boldsymbol{a}$ 的作用下，质点沿直线移动 $\boldsymbol{b}$，外力 $\boldsymbol{a}$ 对质点所做的功。

命题 116　$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 的几何意义为：由 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 两个向量为邻边构成的平行四边形的面积值。

命题 117　$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}$ 的几何意义为：其值等于以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 为棱的平行六面体体积。

命题 118　在空间直角坐标系中，任何一个 x,y,z 的三元一次方程都表示一张平面。

命题 119　空间平面在直角坐标系关于坐标轴的截距必定为非负数值。

命题 120　参数方程 $\begin{cases}x=x(t),\\ y=y(t),\\ z=z(t)\end{cases}$ 在空间直角坐标系中总表示一条空间曲线。

五、多元函数微分学

命题 121　多元函数若能由一个式子表示，则必定为多元初等函数。

命题 122　若 $\lim\limits_{x\to x_0}\lim\limits_{y\to y_0} f(x,y)=\lim\limits_{y\to y_0}\lim\limits_{x\to x_0} f(x,y)=A$，则必定有 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)=A$。