

知识丛书

# 运筹学

許国志 刘源张等編著

11.91  
519

# 运 筹 学

許国志 刘源张等編著

《知識丛书》編輯委员会編

一九六三年，北京

知識就是力量。一个革命干部需要有古今中外的丰富知識作为从事工作和学习理論的基础。

《知識丛书》就是为了滿足这个需要而編印的；內容包括哲学、社会科学、自然科学、历史、地理、国际問題、文学、艺术和日常生活等知識。为了使这一套丛书編写得更好，我們期望讀者們和作者們予以支持和合作，提供意見和批評。

### 《知識丛书》編輯委员会

## 运 筹 学

許国志 刘源张等編著

科学普及出版社出版

(北京市西直門外郝家湾)

北京市书刊出版业营业許可証出字第 112 号

北京市印刷一厂印刷 新华书店發行

开本 787×960 1/32 印張 3 16/32 字數 45,000

1963 年 3 月第 1 版

1963 年 3 月北京第一次印刷

印數 20,500 定价 0.35 元

总号 008 統一書号 13051·006

## 作者的話

这本小冊子是集体編写的，目的在于簡要地介紹一下运筹学的各个分支。由于我們的水平所限，可能有許多地方写得不好，甚至有錯誤。而且，因为各章是几位同志分別执笔的，所以全书的語气笔調也不够統一。所有这些，均望讀者多多指正。

各章的具体执笔人如下：

|         |            |
|---------|------------|
| 緒論      | 許国志        |
| 规划論     | 寇 淼<br>馬仲蕃 |
| 对策論     | 施閨芳        |
| 排队論     | 徐光輝        |
| 质量控制    | 刘源张<br>許国志 |
| 部門間平衡模型 | 李秉全        |

目次

作者的話

|                 |    |
|-----------------|----|
| 一 緒論 .....      | 1  |
| 二 規劃論 .....     | 7  |
| 規劃論概述 .....     | 7  |
| 物資調运 .....      | 12 |
| 循回路綫 .....      | 19 |
| 装卸工人的調配 .....   | 22 |
| 最大通过能力 .....    | 25 |
| 場地选择 .....      | 28 |
| 合理下料 .....      | 31 |
| 机器的合理利用 .....   | 36 |
| 作物布局 .....      | 43 |
| 水庫調度 .....      | 46 |
| 三 对策論 .....     | 48 |
| 对策論的研究对象 .....  | 48 |
| 有限零和二人博奕 .....  | 52 |
| 对策論的发展和应用 ..... | 58 |
| 四 排队論 .....     | 61 |
| 排队問題 .....      | 61 |

06295

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 顧客需要和机构經濟的協調 .....        | 62  |
| 排队現象的共性 .....             | 63  |
| 各种排队現象的特性 .....           | 64  |
| 一个例子 .....                | 65  |
| 排队論应用概述 .....             | 68  |
| <b>五 质量控制</b> .....       | 71  |
| 产品的規格和公差 .....            | 71  |
| 标准化生产 .....               | 72  |
| 产品质量的变异和造成原因 .....        | 73  |
| 工序控制的基本想法和具体步驟 .....      | 75  |
| 控制图 .....                 | 79  |
| 产品的抽样驗收 .....             | 81  |
| 工序控制和标准化生产 .....          | 85  |
| 产品系列化 .....               | 88  |
| <b>六 部門間平衡模型</b> .....    | 90  |
| 部門間平衡模型的理論基础 .....        | 90  |
| 部門間平衡模型的基本結構和主要平衡关系 ..... | 92  |
| 部門間平衡模型的举例 .....          | 98  |
| 几点說明 .....                | 105 |

## 一 緒 論

运筹学是一門用来帮助解决生产和經濟规划問題的學問，它对解决国防建設中的一些問題也是行之有效的。近年来根据國內外的实践經驗，証明它是一門应用广泛和大有发展前途的学科。

現代运筹学最早的一部著作，是苏联数学家康特洛維奇通訊院士在1939年发表的《生产組織与計劃中的数学方法》一书。这本书的內容，是运筹学中的一个重要分支——规划論的幼苗。在第二次世界大战期間，現代化的战争提出了一些新的問題，由于这些問題不属于任何一門已知的学科，于是先后在英、美两国，邀集了許多行业的专家来商討解决。他們根据在本行中所熟悉和掌握的思路或方法，提出了解决这些新問題的許多建議。这样便逐漸积累了一些方法和經驗，并且提出了“运筹学”这一名称。在1951年，美国的毛尔思和金貝尔二人，总结了第二次世界大战期間的部分經驗和方法，合写

了《运筹学方法》一书。

在以后的年代里,运筹学有了較快的发展,并且吸收了一些历史較久的学科,如排队論、质量控制、对策論、部門間經濟平衡模型等,作为运筹学的一些新分支。

我国开始搞运筹学是在1956年,但較大規模的开展工作却是在1958年大跃进以后。当时,我国数学工作者投入了相当力量,配合許多产业部門,为了更好地从經營、組織、管理方面来挖掘生产潜力,开始了运筹学的研究和应用。在这个时期,广泛宣传和初步推广了运筹学,在应用或理論上都取得了一些成果。

上面我們简单地回顾了运筹学在国内外发展的情况。現在来談談运筹学能够解决生产实践中的哪些問題,以及怎样去解决。

不管在哪一行哪一业里面,总有許多属于安排、調度、筹划、控制等类型的問題。这些正是运筹学研究的对象。这些問題,虽然来自不同的部門,但却有共同的規律。运筹学就是去粗存精、由表及里,抓住这些共同規律来进行分析;从而得出理論成果,并回过头来将其利用于指导实践。例如物資調拨問題,从其业务角度說,就是研究在某一地区內,某項物資如何調拨,才能使总的運費最省。这是属于商业范疇

的問題。場地設置問題，則是研究一個場地應該設在什麼地方，才能使莊稼從各塊地里收割後，搬運到場地所花的總運輸量最小。這是屬於公社基建規劃的問題。而下料問題，則又是研究許多原材料如何裁割，才能使剩下的殘料最少。這是工業管理的問題。然而我們加以分析概括之後，便發現它們有着一些共性。首先，無論上述那一個問題，它都有一些必須滿足的條件。例如在物資調撥問題里，各地的供需要求必須滿足；在下料問題里，各件毛坯的規格必須符合，各原料的長短必須照顧。同時，滿足這些要求的方案也很多，可以供我們選擇，我們自然希望選擇一個最好的方案；這樣就又產生了選擇好壞的標準。例如在物資調撥問題里，總運費最小的就是最好的方案；在下料問題里，零料最少的就是最好的方案。粗略地說，這三個問題，在經過分析概括之後，就都成為在滿足既定要求的所有方案中，去選擇一個最好的方案的問題。研究這一個共同規律，就形成了運籌學的一個分支——規劃論的部分內容。

在許多生產實踐問題里，常常牽涉到大量數據，有時問題的最終答案就必須以數字表出。例如在物資調撥問題里，最終答案就是每一產地應向每一銷地調撥多少物資。而在另一些問

題里，雖然問題的本質是“質”的性質，例如產品的質量，但它却要借助於數量分析來加以表達。最突出的例子，就是一批產品的質量。當我們講一件產品的質量，就是說它是否合乎規格的問題。這裡也牽涉到數字，但只是一個衡量的問題，而不關乎數量關係。當我們講一批產品的質量時，則是說這一批產品里，廢品的百分比，這就是一個數量關係的問題了。因此在許多生產實踐問題里，如果我們能夠多著眼於數量分析，往往會能更好地解決問題。運籌學就強調這一要求。

凡事精打細算，以便胸中有數，這本來是眾所周知的，運籌學又豈能專美。問題是如何能夠做到胸中有數。這裡最好舉會計作為一個例子。在小規模生產的時代，在一個手工業作坊里，或者在一家小商店里，一把算盤一本帳簿，也就能把帳目管得井井有條。但是，今天在一個大工廠里，這樣就不能解決問題，而算帳也就逐漸形成一個專門學科——會計學。運籌學也正是如此。對於許多安排、籌劃、控制等等的問題，在今天大規模生產的時代，如果仍舊凭借一些朴素的想法、簡單的技巧、經驗的估算，就不再能解決問題，而必須有一些科學的、系統的方法，才能做到胸中有數。一個物資調撥問題往

往有成千、甚至上万的方案，我們不能将其逐一比較，而选其最优。怎样办呢？规划論中的一些方法，帮助我們解决了这个問題。一批产品，动辄盈千累万，我們不能逐一检查，而决定其合格与否。怎样办呢？抽样检查的方法，帮助我們解决了这个問題。这就是运筹学应运而生的原因。

根据以上所述，我們不难看出，由于运筹学要求精打細算，因而数学方法在其中起了重大的作用。特别是高速电子計算机的出現，使得許多利用运筹学处理的問題，能够在容許的時間內，得到具体数值結果，而不致成为紙上談兵。同时，由于运筹学的发展，一些古老的数学分支，或者有趣味的問題，又重新引起人們的注意，或得到新的应用。我們已經提到过在运筹学草創初期，参加研究的人来自許多专业，其中有一些人今天仍旧留在运筹学队伍里，因而有許多运筹学問題的解决方法，蘊含着理化科学的味道，这无疑使得运筹学更加丰富多彩。正如許多自然科学和技术科学中，往往有理論和实验两部分一样，运筹学也有其所謂运筹实验。近代模拟技术和計算技术的发展，为它創造了条件。我們相信在今后的年代里，运筹实验将有长足的进展。

在这本小冊子里，我們將对运筹学的几个較重要的（而不是全部）分支，即规划論、对策論、排队論、质量控制、部門間經濟平衡模型等，作一些初步介紹。

## 二 規 划 論

### 规划論概述

在工业、农业、商业、交通運輸和国防建設中，我們經常碰到一些要求对現有資源、設備进行統一分配、全面安排和合理調度的問題。例如：几个工业城市需要一定数量的某一規格的煤，而同时有几个产煤地能生产这种煤；在滿足各工业城市的需要，和适应产煤地供应能力的条件下，怎样調拨才能使所花費的总運輸力（指总的運輸“吨公里”数）或总運費最小呢？这就是常說的“物資調运”問題的一个例子。又如：某工厂有很多种不同零件，要在几种不同机床上加工，而各种零件在不同机床上加工所用的時間是不同的；如何安排加工順序，才能使总的加工時間最短呢？这是工厂內作业計劃安排問題。再如：某生产队，有几种不同地理条件的土地，要种几种庄稼，怎样来安排一个春播計劃，才能使全队秋季总收获量为最大？这便是

作物的布局問題。这类問題，在日常的生产活动中是很多的，簡直不胜枚举。

上述諸問題，分属于各个不同的业务部門，有着各种不同的特点。但我們只要仔細分析一下，就能找出这些問題的許多共性。

首先，上述問題的解决，都必須滿足一定的条件。不管煤怎么調配，都必需要滿足每个工业城市的需要，不能因为調配上的便利而不滿足某个城市的需要。同时也不能超出某一产煤地的供应能力。不管零件的加工順序如何安排，每个零件都必須按照一定程序进行加工。人民公社生产队作物种植計劃的安排，要滿足国家的要求和生产队的需要，而且必須在生产队現有人力物力的条件下进行。不滿足这些条件，就不可能真正地解决上述問題。这便形成了規劃論中的“約束条件”。这些各种各样的条件，可以用一些数学式子来描述。例如，我們用  $x_{11}$  代表第一个产煤地供給第一个城市的煤的数量（右下角第一个数碼，代表第几个产煤地；第二个数碼代表第几个城市。下同）， $x_{21}$  代表第二个产煤地供給第一个城市煤的数量，……。假如有五个产煤地，以  $a_1$  代表第一个城市需要煤的数量，那么，五个产煤地供給第一个城市煤炭数量之和，應該滿足第一个城市所需要的煤。因

此，可用下面一个数学式子来描述：

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = a_1$$

当然，对第二个、第三个和第四个需煤城市，分别也有类似的一个方程式。同样地，让  $x_{12}, x_{13}, x_{14}$  分别代表第一个产煤地，运给第二、第三和第四个工业城市煤的数量； $b_1$  代表第一个产煤地产煤的数量。则对第一个产煤地来说，可以写出这样一个约束方程式：

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = b_1$$

其次，上述问题的解决，有许许多多不同方案可以选择。例如甲产地的煤，可以运给  $A$  城市，也可以运给  $B$  城市，也可以分别给  $A$  和  $B$  都运去一部分。我们的目的当然不是随便去找一个方案，而是要从这许许多多的方案中，选一个最优的方案。最优的标准是相对的，要根据问题的性质和要求来确定。在煤的调运中，一般是要求所花费的总运输力（或总运费）最小；在零件加工顺序的安排中，希望总的加工时间最短；对生产队的种植计划，要求总产值最大；……。这些最优要求，用数量形式来描述，就成了所谓规划论中的“目标函数”。例如在煤的调运问题中，让  $c_{11}$  代表第一个产煤地到第一个需煤城市的最短距离（或者是单位运输费用）， $c_{21}$  代表第二个产煤地到第一个需煤城市的最短距

离,……。那么,  $c_{11}x_{11}$  就表示从第一个产煤地, 調运  $x_{11}$  数量的煤給第一个城市所花的运输力;  $c_{12}x_{12}$  表示从第一个产煤地, 运往第二个城市  $x_{12}$  数量所花的运输力; 等等。它們的和:

$$\begin{aligned} & c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{21}x_{21} \\ & + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{31}x_{31} + \cdots \\ & + c_{41}x_{41} + \cdots + c_{51}x_{51} + c_{52}x_{52} + c_{53}x_{53} \\ & + c_{54}x_{54} \end{aligned}$$

即代表整个調运計劃所花去的总运输力(吨公里或总運費)数。而我們的目的,是要这总的和数达到最小,这就是所謂运输問題的“目标函数”。虽然在不同問題中,其目标函数的表現形式可能不一样;但在数学上看来,却不外是求函数的最大(或者最小)值。需要注意,规划論中要求的最优,是指我們所考虑問題的整个最优,而不是某两地之間的局部最优。也就是說,在編制煤的調运計劃时,并不单单考虑某一产煤地,供应給那几个城市的運費最小,而是考虑整个調运計劃完成后,所花的总運費最小。

可是,滿足一些約束条件的方案是很多的,在日常工作中,我們只能单凭經驗,就想到的很少几种方案中选取一个,这自然不可能保証所选的方案,一定就是最优的了。而规划論的研究,却为我們提供了一些科学方法,能尽快地找

到整个问题的最优方案。在许多复杂的问题中，规划论的方法，有时还需要借助电子计算机才能实现。

在规划论中，就所研究问题的性质和要求来看，还可分为线性规划、非线性规划和动态规划三个部分。在所考虑的问题里，就数学上说，如果“目标函数”和“约束条件”都是线性方程（或线性不等式），则称这类规划问题为“线性规划”；反之，称为“非线性规划”。例如在物资调运问题中，假如运费与运量之间的关系是成正比例，则物资调运问题就可归结为线性规划问题。假如运费与运量之间的关系不是成正比例，这时，物资调运问题就成为非线性规划问题了。另外，在上面所考虑的问题中，整个分配或者安排，只要一旦找到了一个最优方案，问题就完全解决了。但是有些问题，不是一次最优选择就能确定整个最优规划，而必须多次最优确定。例如：生产队制定种植计划时，如果只确定某一季度的最优种植计划，显然并不是整个最优种植计划。因为这一季的种植计划，要影响到下一季的接茬和来年的轮种。因此，整个种植计划的安排，必须是在整个轮种周期内，若干季最优计划的确定。也就是说，需要多阶段的最优确定。这种要多阶段确定的规划，便称为“动态