

陈敬中 著

准晶结构及对称新理论

ZHUNJIN JIEGOU JI DUICHENG XIN LILUN

华中理工大学出版社

陈敬中 著

准晶结构及对称新理论

华中理工大学出版社

(鄂)新登字第 10 号

图书在版编目(CIP)数据

准晶结构及对称新理论/陈敬中 著

武汉:华中理工大学出版社, 1996.11

ISBN 7-5609-1413-6

I. 准…

II. 陈…

III. 准晶结构-对称理论-准晶体学

IV. O751

准晶结构及对称新理论

陈敬中 著

责任编辑 姜新祺

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山 邮编:430074)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社照排室排版

武汉市汉桥印刷厂印刷

邮编:430034

*

开本:850×1168 1/32 印张:5.75 字数:150 000

1996 年 11 月第 1 版 1996 年 11 月第 1 次印刷

印数:1-1000

ISBN 7-5609-1413-6/O · 160

定价:7.00 元

(本书若有印装质量问题, 请向承印厂调换)

(3K476/27)

2K076

内 容 提 要

晶体研究已有 300 年历史,准晶体的发现则是对传统晶体学的一次猛烈冲击。准晶结构、对称理论是准晶体学研究的关键问题,作者在这方面进行了富有成效的研究和探索。本书即是作者研究成果的总结,系统地阐述了作者提出的准晶结构及对称新理论。

本书可供晶体学、准晶体学、固体物理、晶体化学、材料科学、矿物学等专业各领域的科研人员、教师和研究生使用和参考。

ABSTRACT

The study of crystal has been for 300 years, the discovery of quasicrystal has its history of only 12 years. Author now consider quasicrystal as a new branch of crystallography.

In this work, the basic theory and latest developmet relevant to structure of quasicrystal and a new theory of symmetry are systematically described, main of which come from the research achievemeent obtained by the author.

The work consists of six chapters including discovery and developmet of crystallography and quasicrystallography, main characteristics of crysal and quasicrystal, point groups and single forms of quasicrystal, a study on geometric of quasicrystal structure, quasicrystal structural model of icosahedra, structural model of 2-dimensional quasicrystal, etc. It features up-to-date and well organized materials. It is be used as a textbook for university senior students and graduaters of crystallography, quasicrystallography, solid physics, crystal chemistry, material, mineralogy, etc. It is also suittable for researchers and teachers working in crystallography, quasicrystallography, solid physics, crystal chemistry, material, mineralogy as a reference book.

43825

前 言

晶体研究已有 300 年历史。1984 年准晶体的发现是对传统晶体学的一次猛烈冲击,国内外许多物理学家、化学家、矿物学家等以极大的兴趣开始准晶的研究,纷纷对这一新领域进行了探索。准晶结构、对称理论是准晶体学研究的关键问题。1986 年,作者开始了准晶结构、对称新理论的研究,并获得国家自然科学基金资助,先后在国内外核心期刊上发表了 20 余篇论文,研究探讨了准晶体的结构模型和准晶体的对称规律,被许多专家认为晶体学、准晶体学科学理论的发展作出了贡献。以这些成果的理论部分为基础整理出版了这部专著。

从晶体和准晶体的对称规律、结构特征出发,作者把准晶体学归为晶体学的一个新分支,对比讨论了晶体、准晶体的基本概念和特性以及周期点阵与准周期点阵之间的相似性和差异性;对比讨论了晶体与准晶体的均一性、对称性、自限性、最小内能性、稳定性等;提出了准晶体生长的一般过程,即①气体→准晶体②溶体(熔体)→准晶体③晶体→准晶体④玻璃→准晶体,以及准晶体生长中的布拉维法则和面角守恒定律的广义性;总结了准晶分类的几种方案。

作者系统总结了晶体、准晶体的对称型(点群)和单形,进行了新的分类及认真描述。晶体和准晶体中共有 12 种晶系,60 种对称型(点群)和 89 种单形,而新增加的属于准晶体的晶系有 5 种,对称型(点群)28 种,单形 42 种。

在高维空间的基础上,作者提出了一套构筑准晶体空间几何的方法,推导了 5, 8, 10, 12 次准晶体的空间几何格子和平面几何格子,并拼构出相应的准晶体结构几何点阵;在有不同结构特征的

准晶体之间、准晶体与晶体之间建立了联系,论述了准晶体结构的几何理论;重新定义了 Penrose 拼图;讨论了准晶体结构中的多重分数维的特征,计算出自相似比例因子、分数维结构的维数值及准晶体结构的准周期,讨论了准晶共轭结构的多标度分形特征。

作者还分析了含有 5 次对称轴的二十面体准晶结构的 Penrose 模型、玻璃模型及无规堆砌模型,提出了一种主体结构具有有规自相似性、填充结构具有规和无规自相似性的正二十面体与正十二面体共轭生长多重分数维的准晶模型;提出了具有 8, 10, 12 次对称性的准晶胞,这是一种先选取两种或三种基本菱形单胞,再由这类菱形生成的组合准晶胞,它既考虑了组合准晶胞对称性,又考虑了它们铺满 2 维平面的原则;提出了具有 8, 10, 12 次对称性的纳米微粒多重分数维准晶结构模型。

国家自然科学基金资助的“准晶结构、对称新理论及其在矿物学中的意义”及“硅酸盐中准周期、非周期矿物结构的高分辨透射电镜研究”科研课题,除作者外还有潘兆橹、赵温霞、刘祥文、赵文霞、万安娃、路湘豫、胡再云等同志参加了有关工作。

当作者将这本专著奉献给各位读者时,心情是非常激动的。在课题研究的过程中,得到中国科学院李方华院士、日本著名物理学家桥本初次郎教授等的帮助和指导,在此深表感谢!

作者诚恳期望教授、学者、专家们对拙著指教,并欢迎各位读者批评指正。

陈敬中

1996 年 2 月 12 日

目 录

前 言	(1)
第一章 晶体学、准晶体学的产生和发展	(1)
1.1 晶体形态学	(1)
1.2 晶体结构理论的产生、发展及成熟	(3)
1.3 准晶发现、准晶结构及对称新理论	(6)
1.3.1 准晶态物质的发现	(6)
1.3.2 准晶体的结构及对称理论	(9)
1.4 准晶体学研究的意义及前景	(12)
1.4.1 准晶体学研究的意义	(12)
1.4.2 准晶体学研究的前景	(14)
第二章 晶体和准晶体的基本性质	(15)
2.1 晶体、准晶体的基本特征	(15)
2.1.1 晶体、准晶体的概念	(15)
2.1.2 晶体、准晶体的空间格子	(18)
2.1.3 晶体、准晶体的基本性质	(20)
2.1.4 非晶质体	(22)
2.2 晶体、准晶体生长的基本规律	(22)
2.2.1 结晶作用	(23)
2.2.2 准晶生长	(24)
2.2.3 布拉维法则	(24)
2.2.4 面角守恒定律	(25)
2.3 准晶物质的分类	(25)
2.4 准晶体的物性特点	(31)
第三章 准晶体的对称型(点群)和单形	(34)
3.1 准晶体的点群和单形研究概述	(34)

3.2	对称型(点群)的推导	(36)
3.2.1	A 类对称型的推导	(36)
3.2.2	B 类对称型的推导	(38)
3.2.3	晶体和准晶体对称型	(39)
3.3	单形的推导	(41)
3.4	晶体、准晶体新的几何对称分类	(55)
3.5	晶体、准晶体对称性的基本规律	(57)
第四章	准晶结构的几何理论	(59)
4.1	准晶结构研究概述	(59)
4.1.1	准晶结构的 Penrose 模型	(59)
4.1.2	准晶结构的玻璃模型	(61)
4.1.3	准晶结构的无规堆砌模型	(63)
4.1.4	准晶的共轭结构和多重分数维结构	(63)
4.2	准晶结构的几何特征	(64)
4.2.1	晶体、准晶体空间几何	(64)
4.2.2	具有 5,8,10,12 次对称轴的准晶 几何格子	(66)
4.2.3	具有 5,8,10,12 次对称轴准晶结构的 平面准点阵	(72)
4.3	准晶结构与 Penrose 拼图	(76)
4.3.1	Penrose 拼图的含义	(76)
4.3.2	具有 2,3,4,5,6,8,10,12 次对称轴 的 Penrose 拼图单元	(79)
4.3.3	准晶体结构中的 Penrose 拼图	(80)
4.3.4	与准晶结构有关的 Penrose 拼图的 特征	(84)
4.4	准晶结构的分数维特征	(85)
4.4.1	分形和分数维	(85)
4.4.2	准晶结构中的分数维图形	(87)

4.4.3	准晶结构中分数维图形的维数值 计算	(90)
4.4.4	准晶结构的准周期	(90)
4.4.5	共轭准晶结构模型的多标度分形特征	(91)
第五章	二十面体准晶结构模型	(93)
5.1	正多面体的结晶学分类	(93)
5.1.1	正多面体的定义	(93)
5.1.2	数学及结晶学参数	(94)
5.1.3	正多面体之间的关系	(94)
5.1.4	正多面体的结晶学分类	(98)
5.1.5	正二十面体与正十二面体	(99)
5.1.6	$m\bar{3}5$ 点群的7种单形	(100)
5.2	正多面体的分数维堆垛及其准晶意义	(100)
5.2.1	准晶中的分形和分数维	(100)
5.2.2	结晶类正多面体共角顶分数维堆垛	(103)
5.2.3	准晶类正多面体共轭分数维堆垛	(107)
5.3	二十面体准晶的结构模型	(111)
5.3.1	准晶物质生成条件	(111)
5.3.2	共轭准晶结构生成的原理	(114)
5.3.3	共轭分数维模型	(115)
5.3.4	共轭分数维模型与准晶共轭结构模型	(119)
5.3.5	准晶共轭结构模型与 Penrose 拼图及 高分辨电子显微图像	(120)
5.4	大块准晶的共轭结构模型	(123)
5.4.1	Al-Mn 准晶共轭结构模型的基本特点	(123)
5.4.2	Al-Cu-Li 生成的大块准晶结构模型	(125)
5.5	二十面体准晶的电子显微分析	(130)
5.5.1	试样制备和实验方法	(130)
5.5.2	实验结果及分析	(131)

第六章 2 维准晶结构的多重分数维模型	(139)
6.1 二维准晶结构的多重分数维模型	(139)
6.1.1 2 维准晶的基本特征	(139)
6.1.2 2 维准晶胞选取和准晶结构模型	(140)
6.2 具有 8 次对称性的准晶结构模型	(140)
6.2.1 具有 8 次对称性准晶的研究概述	(140)
6.2.2 具有 8 次对称性准晶的基本特征	(141)
6.2.3 具有 8 次对称性的准晶结构模型	(145)
6.2.4 准晶结构与晶体结构的过渡关系	(147)
6.3 具有 10 次对称性的准晶结构模型	(150)
6.3.1 具有 10 次对称轴准晶的研究概述	(150)
6.3.2 具有 10 次对称性准晶的基本特征	(150)
6.3.3 具有 10 次对称性的准晶结构模型	(154)
6.4 具有 12 次对称性的准晶结构模型	(158)
6.4.1 具有 12 次对称性准晶的研究概述	(158)
6.4.2 具有 12 次对称性准晶的基本特征	(159)
6.4.3 具有 12 次对称性的准晶结构模型	(161)
参考文献	(167)

第一章 晶体学、准晶体学 的产生和发展

晶体研究已有 300 年历史,经历了研究晶体形态到研究晶体结构的漫长研究过程,已经有一套成熟的理论和方法。准晶体研究则只有 10 多年的历史,研究理论及方法都有待创新发展。目前许多学者把准晶体学作为晶体学一个重要的新分支进行研究。

1.1 晶体形态学

晶体知识作为一门科学出现,科学界公认是 17 世纪中叶。丹麦学者斯丹诺(N. Steno, 1638~1686 年)奠定了基石,1669 年他在对石英和镜铁矿晶体观察之后,首先发现并提出了晶体的面角守恒定律。此后,人们才在千变万化的晶体外形上找到初步的规律,从而奠定了晶体学,特别是几何结晶学的基础。1688 年,加格利耳米尼斯(Guglielmini, 1655~1710 年)把面角守恒定律推广到多种盐类晶体上。近一个世纪后,1749 年俄国学者罗蒙诺索夫(1711~1756 年)研究硝石晶体后,明确地论述了关于硝石晶体角度不变的定律,并创立了物质结构的微分子学说,从理论上阐明了面角守恒定律的实质。到 1772 年,法国学者罗姆·得利(R. Del'lele, 1736~1790 年)总结他测量的 500 种矿物晶体的形态,写出了一本关于晶体形态的重要著作,肯定了面角守恒定律的普遍性。从此,人们了解到晶体晶面的相对位置是每一种晶体的固有特征,而晶面的大小在很大程度上取决于晶体生长期间的物理化学

条件。

1784年,法国科学家阿羽伊(R. J. Haüy, 1743~1822年)发表了关于晶体内部构造的新见解:晶体均由无数具有多面体形状的分子平行堆砌而成。他于1801年发表著名的整数定律(阿羽伊定律),从而满意地解释了晶体外形与其内部构造之间的关系。据此引出,晶体乃是对称的,晶体的对称性不但为晶体外形所固有,同时也表现在晶体的物理性质上。

1805~1809年间,德国矿物学家魏斯(C. S. Weiss, 1780~1856年)根据对晶体的面角测量数据进行晶体投影和理想形态的绘制等,确定了晶体中不同旋转对称轴的对称性,总结出了晶体的对称定律,即在晶体的外形上只可能有1, 2, 3, 4和6次旋转对称轴,而不可能有5次和高于6次的旋转对称轴存在。魏斯于1813年首先提出将晶体分为6大晶系,他的工作为晶体对称分类奠定了基础。1830年,德国矿物学家赫塞尔(J. F. C. Hessel, 1796~1872年)首先推导出晶体外形可能具有的一切对称组合:32种对称型(点群)。1833年,诺意曼首次用基本正确的公式表达出晶面位置的几何对称性的联系,并认识到对称性是由内部因素决定的。到1867年,俄国物理学家加多林(1828~1892年)独立地用严密的数学方法推导出晶体外形(有限图形)对称所可能有的形式:32种对称型。接着,德国数学家圣佛里斯(1835~1928年)创立了以他名字命名的对称型符号,格尔曼和摩根创立了国际符号,从而完成了晶体宏观对称理论的总结。在对称理论迅速发展期间,魏斯还确定了晶带定律。魏斯和米勒尔(W. H. Miller, 1801~1880年)分别于1818年和1839年先后创立了用以表示晶面空间位置的魏斯符号和米勒符号。晶体左右对称,也是在这个时期首先在石英晶体上发现的。到19世纪末,由于晶体宏观对称理论的迅速发展,整个几何结晶学理论达到了相当成熟的程度。

1.2 晶体结构理论的产生、发展及成熟

19 世纪末到 20 世纪 70 年代, X 射线的发现与应用, 使得晶体形态学进一步发展到晶体结构学, 微观对称理论日益成熟。近几十年来, 大量的实际晶体的结构被揭示出来, 并在此基础上发展建立起了研究晶体成分和晶体结构的学科, 即晶体化学。

19 世纪中叶, 晶体构造理论在已有的几何结晶学基础上, 借助于数学(几何学、解析几何学、群论以及数学上常用的抽象逻辑推理方法)和物理学发展所创造的条件, 进一步得到了发展。在阿羽伊的晶体构造理论的启示下, 19 世纪产生的空间点阵和空间格子构造理论, 逐渐演化成为质点在空间规则排列的微观对称学说。1842 年, 德国学者弗兰肯汉姆(M. L. Frankenheim, 1800~1869 年)推导出 15 种可能的空间格子。1855 年, 法国结晶学家布拉维(A. Bravais, 1811~1863 年)运用严格的数学方法推导出晶体的空间格子只有 14 种, 并提出重合调动理论, 为近代晶体构造学理论奠定了基础。因此, 14 种空间格子被称为布拉维空间格子。但是, 此理论只能说明各晶系中对称最完全的晶类的对称, 而对对称较低的晶类的对称不能解释。德国学者桑克(L. Sohncke, 1842~1897 年)进一步发展了晶体结构的几何理论, 1879 年引出微观对称群的概念, 在 14 种空间格子的基础上, 推导出包括平移和旋转动作的 65 个桑克点系。用此可解释每一个晶系中对称较低的晶类的对称问题, 但仍存在着一些局限性。

俄国结晶矿物学家费多洛夫(1853~1919 年)圆满地解决了晶体构造的几何理论。他创立了平行六面体学说, 提出反映及反映滑移等新的对称变换, 于 1889 年推导出晶体构造(无限图形)的一切可能的对称形式, 即 230 种空间群(费多洛夫群), 并发现了结晶学极限定律。此后, 德国学者圣佛利斯和英国学者巴罗(1848~1934 年)用另外的方法分别于 1891 年及 1894 年推导出相同的

230 个空间群。晶体构造的微观对称几何理论就这样日趋完善。

19 世纪末叶,晶体构造的几何理论已被许多学者所接受,但是,这种理论还有赖于实验的证明。1895 年,德国物理学家伦琴(1845~1923 年)意外地发现了 X 射线。1909 年,德国学者劳厄(M. V. Laue, 1827~1960 年)提出了 X 射线通过晶体会出现干涉现象的设想,并很快由他的学生弗利德利希(Friedrich)和克尼平(Knippling)作了实验,证明了晶体格子构造的真实性。劳厄及其学生们开创了晶体学研究新时代,因为这一发现为研究固体状态提供了一种威力空前的方法。X 射线分析使晶体结构和分子构型的测定从推断转为测量,不难看出这一进展对整个科学的发展有着重要的意义。此后,法国学者布拉格父子(W. H. Bragg 和 W. L. Bragg)做了大量的测量工作,发表了第一个晶体结构氯化钠晶体结构,在一个不长的时期内测定了许多晶体结构,而且改善了晶体结构测定的理论和实验技术,从而开拓了晶体结构研究的新领域。从 1909 年 X 射线通过晶体产生衍射效应的实验第一次获得成功以来,所有已知晶体结构的测定,基本上都是应用上述方法作出的。

自 1889 年费多洛夫推导出 230 个空间群之后,晶体对称理论停滞了半个世纪,直到 20 世纪 50 年代才由前苏联结晶矿物学家舒布尼柯夫(1887~1970 年)将对称理论向前推进了一步,1951 年他提出正负对称型(又称反对称、黑白对称或双色对称)的概念,创立了对称理论的非对称学说。1953~1955 年间,扎莫扎也夫和别洛夫(1891~1982 年)根据正负对称型概念增加了晶体所可能有的对称形式,将费多洛夫 230 个空间群发展为 1651 个舒布尼柯夫黑白对称群。1956 年,别洛夫又提出多色对称理论的概念,并首先探讨了 4 维空间的对称问题。这些理论在晶体学、矿物学、晶体物理学领域中得到广泛的应用。

由于近代科学技术的发展,现在已有可能利用高分辨率透射电子显微镜,来直接观察晶体的内部结构了。电子显微镜具有很高

的分辨率和放大能力,广泛地用来研究物质的微细结构和各种微观现象。自从 1932 年德国科学家克诺尔(Knoll)和鲁斯卡(Ruska)试制出世界上第一台电子显微镜以来,它已经有了近 60 年的发展历史。在早期,人们主要是利用电子显微镜的放大能力,观察一些细微晶体的形态。1936 年,Boersch 在电子显微镜中安装了观察晶体的电子衍射图像装置,使人们得以在 50 年代广泛地运用电子衍射显微图像来研究晶体的微细结构以及与晶体结构有关的一类现象。1956 年英国科学家 Menter 在酞氰铂晶体上观察到了晶面间距为 1.19nm 的(20 $\bar{1}$)面的晶格像。60 年代,逐步建立了高分辨成像理论,与此同时,发展了高分辨透射电子显微镜,现在,它的分辨率已优于 0.1nm,从而使人们可以直接观察晶体中的晶格像、结构像,在比较严格的条件下,甚至于可以观察到晶体中的原子像。用 500kV 超高分辨电子显微镜拍摄的氯代酞氰铜晶体的分子像,清晰地显示出氯代酞氰铜的分子,并且在分子内可以看出铜原子像、氯原子像等。

X 射线衍射法是根据晶体试样中所有晶胞对 X 射线散射,以散射波叠加后得到的平均效应进行分析的。例如 1mm³ 单晶试样中,约有 10¹⁷ 个晶胞,测定晶体结构是根据 10¹⁷ 个晶胞的散射波总和来分析的,所以测得的结构只能是一种“平均结构”,也就是说,它是一种晶胞级上的“平均结果”。电子显微镜,尤其是高分辨电子显微镜则不同,它可以直接在 0.1nm 的分辨率上来观察和研究有关结构现象,所以据此而引出的结果真实地反映了晶胞级上的各种微细结构和微观现象。

许多矿物的成因、种属的出现以及其它一些现象都直接或间接地与晶胞级上发生的现象有关。自 70 年代以来,电子显微镜研究方法已经成为矿物学的基础研究方法。

透射电子显微镜的出现则开创了固态物质中准周期、非周期结构研究的新历程。

1.3 准晶发现、准晶结构及对称新理论

1.3.1 准晶态物质的发现

晶体对称理论莫立近两个世纪以来,一直排斥 5 次或 6 次以上对称轴存在的可能性。1984 年 10 月, D. Shechtman 等在美国《物理评论快报》上发表的《长程定向有序而没有平移对称的金属相》一文中报导了发现 5 次对称轴后, 整个科学界立刻为之震动。中国科学院以郭可信为首的一个研究小组, 几乎与美国、以色列等国科学家同时利用高分辨电子显微术、电子衍射及计算机成像模拟技术, 深入系统地研究了具有二十面体构造单元的合金相, 发现了 5 次对称; 在此基础上又于 1985 年春, 第一次在 $(\text{Ti}_{1-x}\text{V}_x)_2\text{Ni}$ ($x=0.1\sim 0.3$) 急冷合金中发现了具有 5 次对称的准晶, 首先提出用朗道相变理论解释准晶生长的可能性。仅几年的时间, 关于准晶研究国内外就纷纷发表了近千篇论文, 传统的经典对称理论受到猛烈的冲击。从此 5 次对称轴作为 80 年代的重大发现载入科学史册。现代准晶体科学从此破土而出, 并很快发展成为一门独立的分支学科——准晶体学。

1984 年夏, D. Shechtman 到美国马里兰州国家标准局度假时与 I. Bleck(以色列)、D. Gratias(美国)、J. W. Cahn(法国)等科学家, 采用猝冷法制备 Al_6Mn 合金, 当用电子衍射法分析时, 得到了具有明锐布拉格散射斑的图像。他们对衍射图作进一步分析, 发现除有 15 个 2 次轴和 10 个 3 次轴外, 还出现了 6 个 5 次对称轴。几乎在同一时间内, D. Levine 及 Steinhardt 则从理论上计算出具有 5 次对称性的衍射图, 他们称这种有 5 次对称取向有序无周期平移序的物质为准晶。理论和实践的完美结合, 充分肯定了 5 次旋转对称的客观存在。这种图像是具有长程定向有序而没有周期平移有序的一种封闭的正二十面体相, 二十面体相被认为是介

于晶态与非晶态之间的一种准晶态。所谓准晶体,即具有准周期的晶体。他们提出了一个 Al-Mn 合金二十面体结构模型:半径较小的 Mn 原子位于正二十面体中心,其周围 12 个顶点均为 Al 原子,形成由 20 个正三角形构成的壳层;Mn:Al 为 1:6,故 Al 原子必须为相邻的二十面体所共有,正是这个共有的 Al 原子使外层的二十面体取向一致,这些二十面体按层次等级而重复出现。

关于二十面体图形,最早可追溯到公元前 427 年至公元前 347 年,古希腊的哲学家柏拉图曾研究过由 20 个正三角形围起来的二十面体。由于正五角形不能布满平面,2000 多年前的柏拉图的图形一直没有引起晶体学家们的重视。我国汉代也已注意到植物的花具五出(5 次对称)。对于生物结构来说,球状病毒倾向于二十面体对称。1958 年, Frank 和 Kasper 在研究过渡金属中间相时,就描述过一种二十面体结构,与 D. Shechtman 获得的二十面体完全一样。Frank 等又于 1959 年,在 α -Mn 中发现了二十面体配位的结构。

1984~1985 年,几乎同时在美国、中国、加拿大、法国等几个国家的实验室发现准晶,所使用的急冷合金也不尽相同。二十面体原子簇无论从堆积密度大小还是从对称性高低的角度来看,都是一种稳定的原子组态,作为液体金属和非晶态的基本结构单元,已基本为人们所接受。准晶就是这一类结构单元按准周期性连接而成的。

1985 年秋,美国的 L. Bendersky 等和中国科学院物理研究所的冯国光分别在 Al-Mn 和 Al-Fe 合金中发现了 10 次对称的 2 维准晶相,它是二十面体准晶相晶化过程的中间相。1985 年, T. Ishimasa 等人在 Ni-Cr 合金中发现具有 12 次对称的准晶相;稍后,陈焕等在急冷 V-Ni-Si 合金中也发现 12 次对称准晶。王宁等首先在 Cr-Ni-Si 合金中观察到 8 次准晶的电子衍射图。8 次准点阵由 45° 菱形及正方形两种单胞的准周期性分布构成。

张泽等在急冷的镍钛合金中得到二十面体准晶。它的 5,3,2