网络综合原理

西安交通大学　汪文秉　邹理和　编

国防工业出版社

第一部分　网　络　综　合

第一章　导　　论

§1.1　网络分析与网络综合

网络理论研究两方面的问题；网络分析与网络综合。

已知网络的结构和网络元件的参数求网络的特性，这是网络分析的任务。以电子线路中遇到的问题为例。图 1-1(a) 示一单级 RC 放大器，图 1-1(b)为其等效电路。图中E_i及 R_i 为加至放大器的信号源电动势及其内阻。C_1、C_2 为耦合电容，C_3为旁路电容，R是负载电阻。我们要求放大器的频率响应$|U_2(j\omega)/U_1(j\omega)|$，输入阻抗 U_1/I_1 等，就是属于网络分析的任务。因为晶体管型号已知，在偏置给定的情况下，其等效电路的结构及元件值是已知的。问题归结为根据给定网络结构及元件参数求网络特性$\left(\left|\dfrac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}\right|、U_1/I_1 \text{等}\right)$的问题。

网络综合问题是网络分析的逆问题。它的任务是根据所要求的网络特性来设计网络结构和确定网络的元件参数。还是以放大器为例。为使信号通过放大器不产生失真，我们希望在一定的频带宽度内具有如图 1-2 所示的幅频特性及相频特性。一般的图 1-1 所示的 RC 放大器在要求的带宽内不具备这样的特性。为获得这种特性，可以插入一网络加以补偿，以得到特性接近于要求、误差在允许范围内的放大器。这就要求我们设计一特性给定的网络。或者在放大器的设计方法上采取措施来达到给定的要求。这也是根据要求特性设计网络结构及元件参数的问题，也就是网络综合的问题。

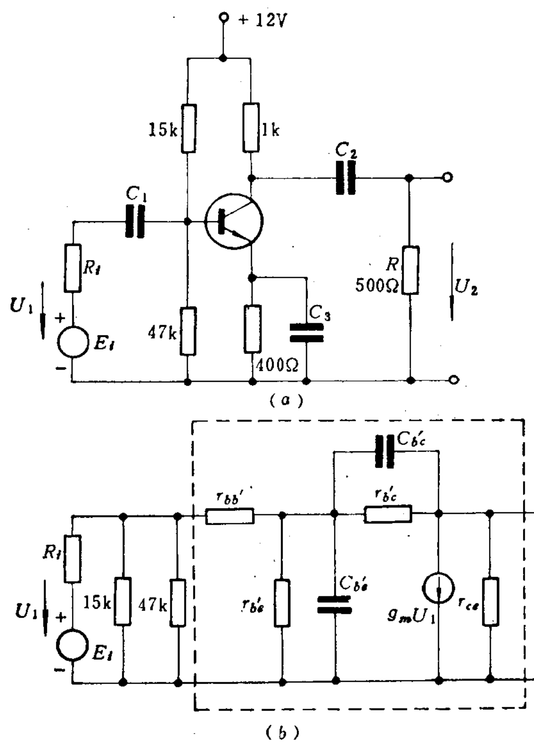

图1-1　单级放大器及其高频等效电路

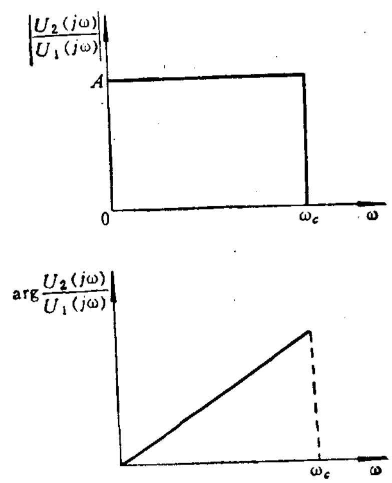

图1-2　要求的放大器特性

在网络分析中，当电源(讯号源)给定时，网络各部分的电流、电压是唯一地确定的。前例中，E_i、R_i给定时，输出电压U_2、输入电流I_1就唯一地确定了。而表示网络特性的输入阻抗、频率响应等更是在网络给定后就唯一地确定了。只在元件参数与其上电压或电流有关或者随时间变化时，它们才会与外加电源及电源接通的时间有关。但在网络综合问题中，要求的网络特性并非总是能够实现的。即使是能够实现，其解答也非唯一的，可以用很多个网络结构形式和相应的元件参数来实现。图 1-2 要求的特性就是不可能实现的[3]。因为它要求在ω_0处突变。因此，综合问题的研究必须首先解答网络的可实现条件问题，以及要求的网络特性能否满足此等条件的判别方法。

在网络综合问题中，要求的网络特性可以是时间的函数，也可以是频率的函数；可以是以解析形式给出，也可以是用图形形式给出，还可以是部分用解析形式给出、部分以图形给出。这些特性并非总是可实现的。因此，要求出一个既符合可实现条件，又与给定网络特性的差别不是很大，能满足允许容差的近似特性，然后按近似特性来实现网络。求近似特性的问题称为逼近问题。于是网络综合包括两方面的问题：一是逼近问题；一是按近似特性实现网络的问题。我们先讨论网络满足怎样的条件才是可实现的，其实现的方法如何；其次讨论逼近问题。

§1.2 时域综合与频域综合

仍以 RC 放大器为例来说明之。

按要求的放大器特性设计放大器的问题是一个综合问题。若给定的特性是频率的函数，例如给定了放大器的通带，通带内增益与频率的关系等。在这样的问题中，逼近问题归结为求出一满足可实现条件的频率函数，此频率函数与要求特性的误差在允许范围内。实现网络的问题归结为按近似特性实现网络。无论逼近问题还是实现网络问题都在频域进行。故是频域综合问题。

在某些情况，对放大器提出的要求不是频率的函数，而是时间的函数。例如放大脉冲信号时，给定了脉冲通过放大器后允许的波形失真——前沿陡度的改变、过冲、平顶跌落、脉宽的变化等。在这种情况下，对网络的特性提出的要求是由网络输入与输出的时间函数来确定。这样的综合问题是时域综合问题。若限于线性、时不变网络，从傅氏变换或拉氏变换的角度来看，可以把输入与输出的时间函数变换为频率（或复频率）的函数，于是给定特性也转换成了频率的函数。于是时域综合问题就可以变为频域综合问题来解决了。但这样做法，在解决逼近问题时，必须注意到频域中求得的近似特性变回到时域中时与要求特性的误差，其近似程度是否满足预先给定的要求。因为归根到底，重要的是网络特性必须满足要求的时间特性。因此，必须研究逼近问题的误差在频域中与时域中的相互关系。可见时域综合问题与频域综合不同点，主要是逼近问题。一旦求得了满足要求的近似特性，其实现方法与频域综合是相同的。

本书不讨论时域综合问题，有兴趣的读者可以参阅有关的专门著作[13]。

§1.3 归 一 化

在网络综合中，元件参量值可能很分散。常用元件值约在10^{-12}(电容量）到10^6或10^7

(电阻)数量级范围。所遇到的频率范围可由数赫到数兆赫。因此，由实际网络元件值构成的表示网络特性的函数，其系数的数字比较复杂。不论是人工计算或者计算机计算均很不方便。但这些函数的性质与分析综合方法却跟函数中数字的绝对大小无关。另外，不论在数值计算上或是在理论上，若使某些关键数值定为1，将使结果既简单且更一般化。例如图 1-3 表示的二端口网络，其输入端与输出端分别接有电阻 R_1 及 R_2。假定我们用 R_1（或R_2）作为阻抗的"单位"。即令 R_1（或 R_2）为 1，而网络中的其他元件的阻抗值均除以R_1，缩小 R_1 倍，这样会使表示此网络特性的有关方程简单得多。这种按需要规定以某些量（例如 R_1）为"单位"的方法称为归一化。对于滤波器也只有利用归一化才有可能制出能通用的各种参数图表。

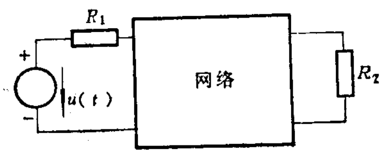

图1-3　二端口网络

在对阻抗进行归一化时，取某一固定电阻（例如图 1-3 网络中的 R_1）为"单位"。以 R_0 表示作为"单位"的电阻，则网络中的其他电阻 R、感抗 $X_L=\omega L$、容抗 $X_c=1/\omega C$ 的归一化值分别为

$$R/R_0=\widetilde{R} \tag{1-1}$$

$$X_L/R_0=\tilde{x}_L \tag{1-2}$$

$$X_c/R_0=\tilde{x}_c \tag{1-3}$$

式中 $\widetilde{R}$、$\tilde{x}_L$、$\tilde{x}_c$ 分别是归一化电阻、感抗、容抗。

一个 R、L、C 串联电路的阻抗 Z，其归一化阻抗为

$$\tilde{z}=\frac{z}{R_0}=\frac{1}{R_0}\left(R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}\right)=\widetilde{R}+j\left(\tilde{x}_L-\tilde{x}_c\right) \tag{1-4}$$

其归一化导纳为

$$\widetilde{Y}=\frac{1}{\tilde{z}}=\frac{R_0}{z}=Y\Big/\frac{1}{R_0}=\frac{1}{\widetilde{R}+j\left(\tilde{x}_L-\tilde{x}_c\right)} \tag{1-5}$$

可见归一化导纳是实际导纳除$\frac{1}{R_0}$。实际上，$\frac{1}{R_0}$是进行归一化时的导纳"单位"。

频率也可以进行归一化。选取某一固定频率 ω_0 为"单位"。实际频率 ω 与 ω_0 之比

$$\Omega=\omega/\omega_0 \tag{1-6}$$

称为归一化频率。

如果频率归一化的同时对阻抗进行归一化，则电阻、感抗、容抗分别为

$$\frac{R}{R_0}=\widetilde{R} \tag{1-7}$$

$$\frac{\omega L}{R_0}=\Omega\left(L\Big/\frac{R_0}{\omega_0}\right)=\Omega\widetilde{L}=\tilde{x}_L \tag{1-8}$$

$$\frac{1}{\omega CR_0}=\frac{1}{\Omega}\cdot\frac{1}{\omega_0R_0C}=\frac{1}{\Omega}\quad\frac{1}{\widetilde{c}}=\tilde{x}_c \tag{1-9}$$

式中 $\widetilde{R}$、$\widetilde{L}$、$\widetilde{C}$ 分别是归一化的电阻、电感、电容。而归一化的感抗是归一化频率与归一化电感的积，归一化的容抗是归一化频率与归一化电容的积的倒数。由此可以看出，进行

归一化时，并不是可以对所有量（频率、阻抗、电感、电容等）都分别选择一个归一化“单位”的。当我们选定了归一化频率的“单位”ω_0，阻抗归一化“单位”R_0后，电感、电容的归一化“单位”就已经确定了。由式（1-8）及式（1-9），$\widetilde{L}=L\Big/\left(\frac{R_0}{\omega_0}\right)$，$\widetilde{C}=C\Big/\left(\frac{1}{\omega_0 R_0}\right)$。这就是说电感的归一化“单位”是$\frac{R_0}{\omega_0}$，而电容的归一化“单位”是$\frac{1}{\omega_0 R_0}$。不可能再取其他值。否则就得不到归一化的感抗$\tilde{x}_L=\Omega\widetilde{L}$及归一化容抗$\tilde{x}_c=1/\Omega\widetilde{C}$。

在频率与时间两者中，只能选择其中一个的归一化“单位”。选定了频率的归一化“单位”就不能再选时间或反之。这可从以下讨论中看出。设正弦函数的相角为β，则有$\beta=\omega t$。若分别选定归一化时间“单位”t_0，归一化的频率“单位”ω_0，则归一化后，网络中的归一化相角

$$\tilde{\beta}=\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\left(\frac{t}{t_0}\right) \tag{1-10}$$

从物理上看，要求$\beta=\tilde{\beta}$。例如一倒相器，在归一化后仍然应是倒相器。这就要求

$$\omega_0 t_0=1 \qquad t_0=\frac{1}{\omega_0} \tag{1-11}$$

即t_0与ω_0不能独立地选定。

因此，在频率、阻抗、电感、电容、时间这些量中，只有二个量可以独立地选择归一化“单位”。通常总是将频率及阻抗的归一化“单位”独立地选定。

若已知电阻、电感、电容的归一化值，归一化的频率“单位”及阻抗“单位”也已知道，可按以下公式转换到实际值

$$R=\widetilde{R}\cdot R_0 \tag{1-12}$$

$$L=\widetilde{L}\cdot\frac{R_0}{\omega_0} \tag{1-13}$$

$$C=\widetilde{C}\cdot\frac{1}{R_0\omega_0} \tag{1-14}$$

第二章　网络综合的基础知识

§2.1　重要的网络元件及其表示式

2.1.1　一端口元件

一端口元件由其端口上的电压 $u(t)$ 与电流 $i(t)$ 决定其特性。如图 2-1 所示。

若 1、2 二端互换，电压与电流的相互关系保持不变时，此元件称为双向的。否则称为非双向的或单向的。

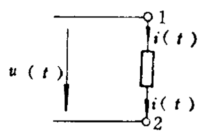

图2-1　一端口元件

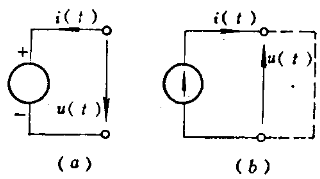

图2-2　电压源与电流源

若元件二端的电压与电流的关系不随时间改变，则此元件称为时不变的。否则称为时变的。对于时不变元件，在元件没有初始储能时，加于其上的任意电压 $u(t)$ 产生的响应电流为 $i(t)$，则对电压 $u(t+\tau)$（τ 为任意值）的响应电流必为 $i(t+\tau)$，不会因 $u(t)$ 加到元件上的时刻不同而产生不同的响应电流 $i(t)$。

若加至元件上的电压 $u(t)$ 乘以实常数因子 K，产生的电流 $i(t)$ 也将乘以相同的因子 K，则此元件称为齐次的。若元件上的电压 $u_1(t)$ 产生响应电流 $i_1(t)$，电压 $u_2(t)$ 产生响应 $i_2(t)$，当 $u_1(t)+u_2(t)$ 加于此元件时，产生的响应为 $i_1(t)+i_2(t)$，则称此元件具有可加性。若元件既具齐次性又具可加性，则此元件称为线性的。

一元件上作用的电压 $u(t)$ 与电流 $i(t)$ 在任一时刻 t_0 及以后的 $t \geqslant t_0$ 有如下关系

$$W(t)=\int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, i(\tau)\, d\tau = \int_{t_0}^{t} u(\tau)\, i(\tau) d\tau + W(t_0) \geqslant 0$$

$$0 \leqslant W(t_0) \leqslant K < \infty \tag{2-1}$$

则此元件称为无源的。否则就是有源的。式中 $W(t_0)$ 表示 t_0 时刻以前元件消耗的能量。

元件在从状态 1 变到状态 2 时注入了能量 W。当它从状态 2 变回到原来状态 1 时，放出同样数量的能量 W，此元件称为无损耗的。否则称为有损耗的。

重要的一端口元件为电压源、电流源、电阻（电导）电感及电容。图2-2(a) 为电压源，图2-2(b) 为电流源。

对于电压源有

$$u(t)=\text{给定值} \tag{2-2}$$

$$(i(t)=\text{任意值，决定于外电路情况})$$

对于电流源有

$$i(t) = \text{给定值} \tag{2-3}$$

$$(u(t) = \text{任意值，决定于外电路情况})$$

对于电阻（电导），如图2-3，二端电压 $u(t)$ 与电流 $i(t)$ 的关系如下

$$u(t) = Ri(t),\quad i(t) = Gu(t) \tag{2-4}$$

$$G = 1/R = \text{实数}$$

对于电感（图 2-4）、电容（图 2-5），$u(t)$ 与 $i(t)$ 有关系如下

$$u(t) = L\frac{di}{dt},\quad i(t) = \int \frac{1}{L}udt = \int_0^t \frac{1}{L}u(\tau)d\tau + i(0) \tag{2-5}$$

$$i(t) = C\frac{du}{dt},\quad u(t) = \int \frac{1}{C}idt = \int_0^t \frac{1}{C}i(\tau)d\tau + u(0) \tag{2-6}$$

由以上表示式可见，电感二端电压与电流的关系与电容二端电流与电压的关系相同。把式(2-5)中的 L 用 C 代替，电流用电压代替，电压用电流代替就可得式（2-6）。由于电感与电容具有上述关系称它们是对偶的。任何二个元件，具有上述特性时也称为对偶的。

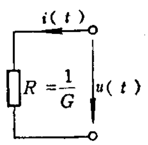

图2-3　电阻

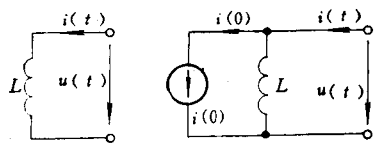

图2-4　电感及将起始电流用电流源代替的等效电路

将 $u(t)$ 及 $i(t)$ 表示为频率（复频率）的函数，为此对 $u(t)$ 及 $i(t)$ 进行拉氏变换得出它们的象函数为 $U(s)$ 及 $I(s)$。s 为复频率。在元件为线性时不变情况下，对式(2-4)～(2-6)等式两侧取拉氏变换，得关系式如下

$$U(s) = RI(s),\quad I(s) = GU(s) \tag{2-7}$$

$$U(s) = sLI(s) - Li(0) \text{ 或 } I(s) = \frac{U(s)}{sL} + \frac{i(0)}{s} \tag{2-8}$$

$$I(s) = sCU(s) - Cu(0) \text{ 或 } U(s) = \frac{I(s)}{sC} + \frac{u(0)}{s} \tag{2-9}$$

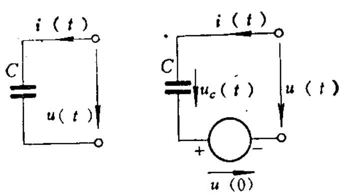

图2-5　电容及将起始电压用电压源代替的等效电路

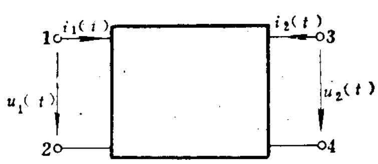

图2-6　二端口网络

在 $u(0)$，$i(0) = 0$ 时，称为零状态。这种状态下的式（2-8）及式（2-9）为零状态方程。

2.1.2　二端口元件

二端口元件如图2-6，由电压 $u_1(t)$、及 $u_2(t)$ 及电流 $i_1(t)$、$i_2(t)$ 的关系来决定其特性。对于一端口元件定义的时不变、线性、无源、无损耗等概念，对二端口元件同样适用。只是式（2-1）中的 $u(t)i(t)$ 应代之以 $u_1(t)i_1(t) + u_2(t)i_2(t)$。仅双向性需要另加定义。我们在后面介绍。

二端口元件需要用u_1、u_2、i_1、i_2的二个方程来表示它们的特性。可以用多种形式的方程，我们主要应用三种，将在下面介绍。在这些方程中采用的电流$i_1(t)$、$i_2(t)$及电压$u_1(t)$、$u_2(t)$方向均按图2-6规定。以后若不加特别指出，这一规定不变。

对于线性时不变的二端口元件，设$u_1(t)$、$u_2(t)$、$i_1(t)$及$i_2(t)$经拉氏变换后的象函数分别是$U_1(s)$、$U_2(s)$、$I_1(s)$及$I_2(s)$(方向仍如图2-6)则联系它们的三组方程如下

(1)
$$\begin{aligned}U_1(s)&=I_1(s)z_{11}+I_2(s)z_{12}\\ U_2(s)&=I_1(s)z_{21}+I_2(s)z_{22}\end{aligned}\tag{2-10}$$

称为阻抗方程。z_{11}、z_{12}、z_{21}、z_{22}称为z参数。

(2)
$$\begin{aligned}I_1(s)&=U_1(s)y_{11}+U_2(s)y_{12}\\ I_2(s)&=U_1(s)y_{21}+U_2(s)y_{22}\end{aligned}\tag{2-11}$$

称为导纳方程。y_{11}、y_{12}、y_{21}、y_{22}称为y参数。

(3)
$$\begin{aligned}U_1(s)&=U_2(s)A+(-I_2(s))B\\ I_1(s)&=U_2(s)C+(-I_2(s))D\end{aligned}\tag{2-12}$$

称为传输方程。A、B、C、D称为A参数。

这些参数的意义，大家是熟悉的，我们不再重复。

上三方程用矩阵表示，可得

$$\begin{bmatrix}U_1\\U_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{Z}\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}\quad 其中\quad \boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}z_{11}&z_{12}\\z_{21}&z_{22}\end{bmatrix}\tag{2-13}$$

$$\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{Y}\begin{bmatrix}U_1\\U_2\end{bmatrix}\quad 其中\quad \boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}y_{11}&y_{12}\\y_{21}&y_{22}\end{bmatrix}\tag{2-14}$$

$$\begin{bmatrix}U_1\\I_1\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}\begin{bmatrix}U_2\\-I_2\end{bmatrix}\quad 其中\quad \boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}\tag{2-15}$$

$\boldsymbol{Z}$称为阻抗矩阵，$\boldsymbol{Y}$称为导纳矩阵，$\boldsymbol{A}$称为传输矩阵。三矩阵间的关系见表2-1。

表2-1　$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{A}$间的相互关系

	$\boldsymbol{Z}$		$\boldsymbol{Y}$		$\boldsymbol{A}$	
$\boldsymbol{Z}$	z_{11}	z_{12}	$y_{22}/\Delta y$	$-y_{12}/\Delta y$	A/C	$\Delta A/C$
	z_{21}	z_{22}	$-y_{21}/\Delta y$	$y_{11}/\Delta y$	$1/C$	D/C
$\boldsymbol{Y}$	$z_{22}/\Delta z$	$-z_{12}/\Delta z$	y_{11}	y_{12}	D/B	$-\Delta A/B$
	$-z_{21}/\Delta z$	$z_{11}/\Delta z$	y_{21}	y_{22}	$-1/B$	A/B
$\boldsymbol{A}$	z_{11}/z_{21}	$\Delta z/z_{21}$	$-y_{22}/y_{21}$	$-1/y_{21}$	A	B
	$1/z_{21}$	z_{22}/z_{21}	$-\Delta y/y_{21}$	$-y_{11}/y_{21}$	C	D

表中
$$\Delta z=z_{11}z_{22}-z_{12}z_{21}$$
$$\Delta y=y_{11}y_{22}-y_{21}y_{12}$$
$$\Delta A=AD-BC$$

二端口元件中，若信号可从1、2端传输至3、4端，又可以从3、4端传输至1、2

端，则此二端口元件称为双向的。对于线性、时不变、双向二端口元件有

$$z_{12}=z_{21},\quad y_{12}=y_{21},\quad \Delta A=1 \tag{2-16}$$

式(2-16)是互易原理的必然结果。

将原来加在1、2端的电压 U_1 加至3、4端，在1、2端得电压 U_2、电流 I_2。若它们与加在1、2端时得到的3、4端电压电流相同，则此元件称为对称。对称二端口元件的参数有以下关系

$$z_{12}=z_{21} \quad 及 \quad z_{11}=z_{22} \tag{2-17}$$

$$y_{12}=y_{21} \quad 及 \quad y_{11}=y_{22} \tag{2-18}$$

$$A=D \quad 及 \quad \Delta A=1 \ (当 B\ C 中有一个不等于零) \tag{2-19}$$

或

$$A=-D \quad 及 \Delta A=-1 \ (当 B=C=0 时) \tag{2-20}$$

重要的二端口元件是被控源、理想回转器、理想变压器以及互感线圈。

被控源的特性在有源滤波器的讨论中介绍。

图 2-7 示理想回转器，它的特性由以下方程决定

$$\left.\begin{aligned} u_1&=-ri_2 \\ u_2&=ri_1 \end{aligned}\right\} \tag{2-21}$$

r 称之为回转电阻。其相应的 $\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{A}$ 分别如下：

$$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{r} \\ -\frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 0 & r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{bmatrix} \tag{2-22}$$

理想回转器是双向的，在 r 为常数时为线性时不变的。但它是非互易的，$y_{12} \neq y_{21}$，$y_{12} \neq y_{21}$，$\Delta A \neq 1$。

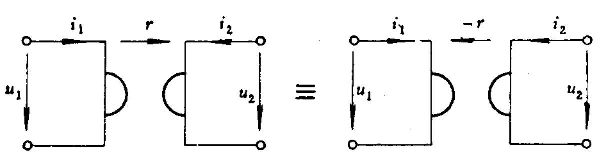

图2-7 理想回转器

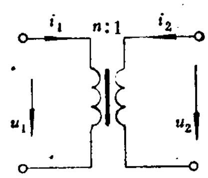

图2-8 理想变压器

图 2-8 为理想变压器，它的特性由如下方程决定

$$u_1=nu_2 \quad i_1=\frac{-1}{n}i_2 \tag{2-23}$$

n 为理想变压器的变比。理想变压器无 $\boldsymbol{Y}$ 及 $\boldsymbol{Z}$，其 $\boldsymbol{A}$ 如下

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix} \tag{2-24}$$

它是双向的，n 为常数时，是线性时不变的。

互感线圈如图 2-9，它的 u_1、u_2、i_1、i_2 关系如下

$$u_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} \tag{2-25}$$

$$u_2 = M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} \tag{2-26}$$

M的值，在图 2-9(a)中为正，在图 2-9(b)中为负。

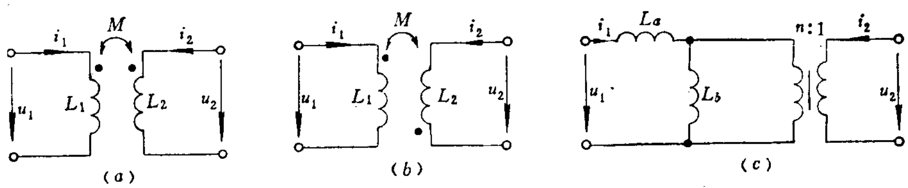

图2-9　互感线圈

(a) M为正；(b) M为负；(c) 等效电路。

互感线圈可用无互感的线圈 及理想变压器来等效，如图 2-9(c)。图中电感 L_a 及 L_b 间无互感。理想变压器变比 为 n，它们与 L_1、L_2、M间关系为

$$L_a = L_1 - \frac{M^2}{L_2},\quad L_b = \frac{M^2}{L_2},\quad n = \frac{M}{L_2} \tag{2-27}$$

以上结论的正确性，请读者自行证明。式中M取正号。

当 L_1、L_2、M为常数时，元件是线性时不变的。对式(2-25)及式(2-26)取 拉氏变换，得

$$\left.\begin{aligned} U_1(s) &= sL_1I_1(s) + sMI_2(s) - L_1i_1(0) - Mi_2(0) \\ U_2(s) &= sMI_1(s) + sL_2I_2(s) - Mi_1(0) - L_2i_2(0) \end{aligned}\right\} \tag{2-28}$$

在零状态，$i_1(0)$、$i_2(0)$为零，上式变为

$$\left.\begin{aligned} U_1(s) &= sL_1I_1(s) + sMI_2(s) \\ U_2(s) &= sMI_1(s) + sL_2I_2(s) \end{aligned}\right\} \tag{2-29}$$

互感线圈的 $\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{A}$ 分别如下

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} sL_1 & sM \\ sM & sL_2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \dfrac{L_2}{s\Delta L} & -\dfrac{M}{s\Delta L} \\ -\dfrac{M}{s\Delta L} & \dfrac{L_1}{s\Delta L} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{L_1}{M} & s\dfrac{\Delta L}{M} \\ \dfrac{1}{sM} & \dfrac{L_2}{M} \end{bmatrix} \tag{2-30}$$

式中$\Delta L = L_1L_2 - M^2$。在完全耦合的情况，$M^2 = L_1L_2$，$\Delta L = 0$，$\boldsymbol{Y}$不存在。

2.1.3　一端口网络、二端口网络及二端口网络的串联、并联、级联

网络系由多个一端口元件及二端口元件的任意联结来构成。网络具有若干个引出端联接激励源及其负载。与激励源联接的二个端点称为输入端口或输入端。与负载联接的二个端点称为输出端口或输出端。在端口上，由其中一个端点流入网络的电流必须等于经网络由另一端点流出的电流。输入是对网络的激励，输出是网络的响应。我们用数学方程将网络的激励(输入)与网络的响应(输出)联系起来以描述与研究网络。这种方法称为输入-输出方法。本书应用这种方法来讨论网络的综合问题。

在激励只有一个，只考虑一个端口的响应时，即单一激励，单一响应的情况，网络的引出端点可以是二个。此时，激励及响应在同一端口上考察。就网络的二个端点（一个端

口）来研究它时，此网络为一端口网络或二端网络。其特性由端口上的电压、电流关系来描述，与一端口元件类似，一端口元件实质上是最简单的一端口网络。

网络的引出端点是四个(二个端口)，激励与响应是在不同的端口上考察。这样的具有二个端口的网络称为二端口网络或四端网络。二端口网络要用输入端口与输出端口上的电压、电流来描述与研究。这与二端口元件相同。二端口元件实质上是最简单的二端口网络。二端口网络显然也用 $\boldsymbol{Z}$ 参数、$\boldsymbol{Y}$ 参数及 $\boldsymbol{A}$ 参数来描述。其输入端电压、电流与输出端电压、电流也用式(2-13)到式(2-15)来联系。

当组成网络的元件是线性、时不变、无源双向时，则网络也是线性、时不变、无源、双向的。参数也有式(2-16)到式(2-20)的关系。

一个二端口网络可以由多个二端口网络联接而成。合成二端口网络的参数与组成它的基本二端口网络的关系如何是我们关心的。以下讨论二端口网络串联、并联、级联的情况。

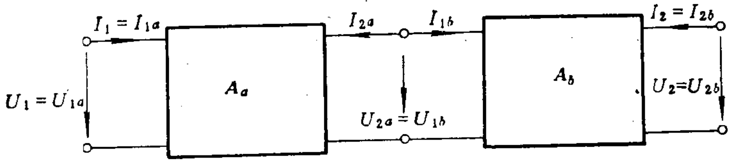

图2-10　二端口网络的级联

二端口网络 a 及二端口网络 b 联接如图 2-10，称为级联。分别用 $U_{1a}(s)$、$U_{2a}(s)$、$I_{1a}(s)$、$I_{2a}(s)$ 表示二端口网络 a 的输入端口与输出端口的电压与电流。用 $U_{1b}(s)$、$U_{2b}(s)$、$I_{1b}(s)$、$I_{2b}(s)$ 表示二端口网络 b 的输入端口与输出端口的电压与电流。这里我们用大写字母来表示它们经拉氏变换后的象函数。若网络 a 的传输矩阵为 $\boldsymbol{A}_a$，网络 b 的传输矩阵为 $\boldsymbol{A}_b$，则有

$$\begin{bmatrix} U_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_a \begin{bmatrix} U_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} U_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_b \begin{bmatrix} U_{2b} \\ -I_{2b} \end{bmatrix} \tag{2-31}$$

网络 a 与网络 b 级联后，合成的二端口网络的输入端电压 $U_1=U_{1a}$，电流 $I_1=I_{1a}$，输出端电压 $U_2=U_{2b}$，电流 $I_2=I_{2b}$。另外，由图 2-10，$U_{2a}=U_{1b}$，$I_{2a}=-I_{1b}$。于是合成二端口网络的电压、电流有如下关系

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1a} \\ I_{1a} \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_a \begin{bmatrix} U_{2a} \\ -I_{2a} \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_a \begin{bmatrix} U_{1b} \\ I_{1b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_a\boldsymbol{A}_b \begin{bmatrix} U_{2b} \\ -I_{2b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}_a\boldsymbol{A}_b \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

令 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_a\boldsymbol{A}_b$ 得

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{A} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad 其中 \boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_a\cdot\boldsymbol{A}_b \tag{2-32}$$

可见，a 及 b 二网络级联得的合成二端口网络的传输矩阵 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_a\cdot\boldsymbol{A}_b$。此结果可推广到任意多个二端口网络级联的情况。这时需要相乘的矩阵应按照对应的二端口网络邻接的次序列出，因为矩阵的乘积不遵守交换律。

二端口网络的联接如图 2-11，称为串联。用阻抗矩阵来求合成二端口网络的阻抗矩阵。由式(2-13)有

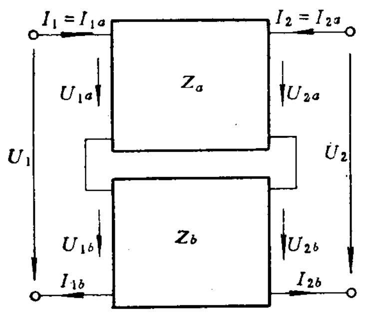

图2-11　二端口网络的串联

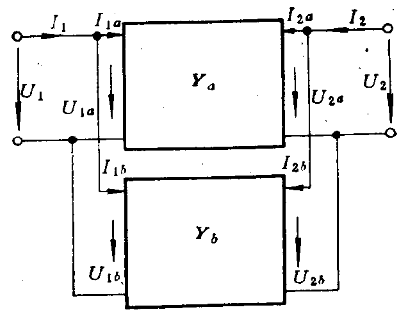

图2-12　二端口网络的并联

$$\begin{bmatrix} U_{a1} \\ U_{a2} \end{bmatrix} = \boldsymbol{Z}_a \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix}$$

及

$$\begin{bmatrix} U_{1b} \\ U_{2b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{Z}_b \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix}$$

合成二端口网络的入端电压 $U_1=U_{1a}+U_{1b}$，出端电压 $U_2=U_{2a}+U_{2b}$。因此

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1a}+U_{1b} \\ U_{2a}+U_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1a} \\ U_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{1b} \\ U_{2b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{Z}_a \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} + \boldsymbol{Z}_b \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix} \tag{2-33}$$

由图 2-11 可见，合成二端口网络入端电流 $I_1=I_{1a}$，出端电流 $I_2=I_{2a}$，若合成二端口网络入端（同样输出端）上方端点上的电流与下方端点上的电流相等而方向相反时，网络的联接称为正规联接（关于这一问题以后还要讨论）。在正规联接时，有 $I_{1a}=I_{1b}=I_1, I_{2a}=I_{2b}=I_2$。于是由式(2-33)有

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{Z}_a \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \boldsymbol{Z}_b \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = (\boldsymbol{Z}_a+\boldsymbol{Z}_b) \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{Z} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2-34}$$

式中 $\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{Z}_a+\boldsymbol{Z}_b$。这样，在串联时，合成二端口网络的阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 是基本二端口网络阻抗矩阵之和。

二端口网络的联接如图 2-12，称为并联。应用导纳矩阵来求合成二端口网络的参数。由式(2-14)得

$$\begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} = \boldsymbol{Y}_a \begin{bmatrix} U_{1a} \\ U_{2a} \end{bmatrix} \tag{2-35}$$

$$\begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{Y}_b \begin{bmatrix} U_{1b} \\ U_{2b} \end{bmatrix} \tag{2-36}$$

合成二端口网络的输入端电流 $I_1=I_{1a}+I_{1b}$，输出端电流 $I_2=I_{2a}+I_{2b}$，考虑到式(2-35)及式(2-36)得

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a}+I_{1b} \\ I_{2a}+I_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{Y}_a \begin{bmatrix} U_{1a} \\ U_{2a} \end{bmatrix} + \boldsymbol{Y}_b \begin{bmatrix} U_{1b} \\ U_{2b} \end{bmatrix} \tag{2-37}$$

以上关系是假定正规联接的条件是满足的。由图 2-13 可见，$U_1=U_{1a}=U_{1b}$，$U_2=U_{2a}=U_{2b}$。这样式(2-37)可改写如下

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}=\boldsymbol{Y}_a\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}+\boldsymbol{Y}_b\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}=(\boldsymbol{Y}_a+\boldsymbol{Y}_b)\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}=\boldsymbol{Y}\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \tag{2-38}$$

其中 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}_a+\boldsymbol{Y}_b$。这样，在并联时，合成二端口网络的导纳矩阵是基本二端口网络导纳矩阵之和。

以下我们讨论一下二端口网络联接的正规性问题。

二端口网络串联、并联时，进入和离开基本网络端口的电流相等的条件，可能因为二端口网络在联接后相互间的电耦合而受到破坏。图 2-13 是因二个基本网络间的电耦合破坏端口电流上方与下方相等的例子。

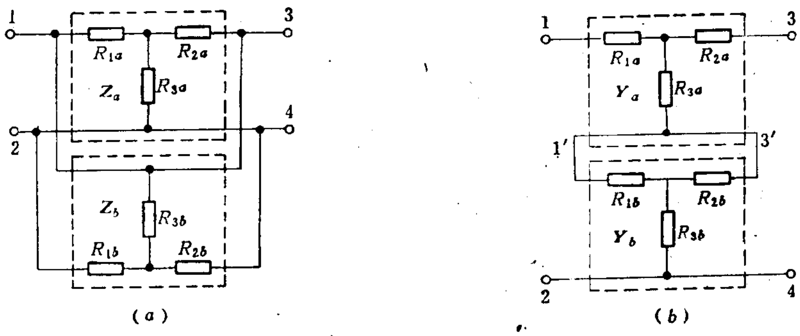

图2-13　二端口网络非正规联接的示例

图 2-13(b)是串联的情况。网络 a 是由 R_{1a}、R_{2a}、R_{3a} 组成的 T 形网络。网络 b 是由 R_{1b}、R_{2b}、R_{3b} 组成的 T 形网络。如图联接，使网络 b 的输入端的上端点 1′ 与输出端的上端点 3′ 短接，从而使 I_{1a} 不等于 I_{1b}。只有在 R_{1b} 及 R_{2b} 取某些特殊值时才会相等。图 2-13(a)是并联的情况。由于网络间的电耦合使 1，3 二点短接而破坏了端口上下方电流相等。

应用 1:1 的理想变压器，可以保证二端口网络联接的正规性。图 2-14 是这种联接方法的示例。图 2-14(a)为串联联接；图 2-14(b)为并联联接。采用这种方法后，图 2-14 中由于网络联接引起的电耦合造成的非正规联接问题可以避免。

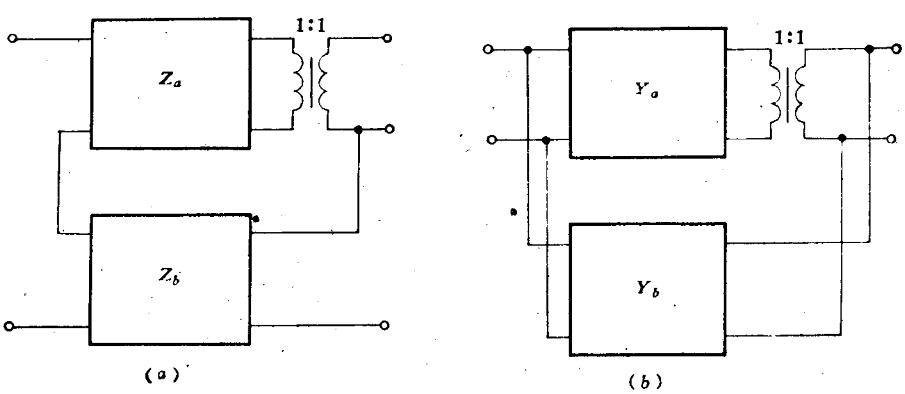

图2-14　借理想变压器保证二端口网络的正规联接

§2.2 网络函数

2.2.1 定义

为进行网络综合，我们必须有描述网络特性的量，并了解这些量的性质。当我们用输入-输出方法来描述及研究网络时，若网络为线性时不变的，则网络的输入（激励）与输出（响应）间的关系由线性微分方程来联系。应用拉氏变换，激励和响应的联系为线性代数方程。取(响应)/(激励)，它仅与网络的特性有关，我们用此函数来描述网络特性称为网络函数。具体一点说，若一线性时不变网络是单一输入、单一输出，其输入(激励)为$x(t)$、输出（响应）为$y(t)$，如图 2-15。应用拉氏变换的方法，在零起始状态时有

$$Y(s)=H(s)X(s) \tag{2-39}$$

其中$Y(s)$及$X(s)$分别是$y(t)$及$x(t)$经拉氏变换后的象函数。$H(s)$是网络函数。

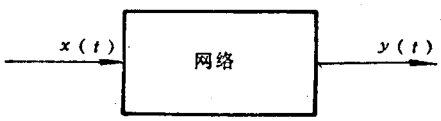

图2-15 网络的激励与响应

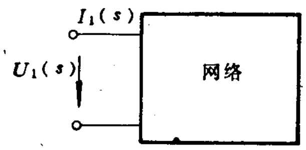

图2-16 一端口网络

$x(t)$、$y(t)$可以是电压也可以是电流。激励与响应可以是在网络的同一端口上，即网络是一端口网络，见图 2-16。此时的网络函数是策动点阻抗或策动点导纳，统称为策动点函数。用$U_1(s)$及$I_1(s)$分别表示端口上的电压和电流，则

$$U_1(s)/I_1(s)=\text{策动点阻抗；}$$
$$I_1(s)/U_1(s)=\text{策动点导纳。}$$

网络是二端口网络时见图 2-17，激励与响应分别在不同端口上，网络函数可以是转移阻抗、转移导纳、转移电压比、转移电流比，统称为转移函数。分别用$U_1(s)$、$I_1(s)$表示网络输入端的电压与电流，$U_2(s)$、$I_2(s)$表示输出端的电压与电流，则

$$U_2(s)/U_1(s)=\text{转移电压比；}$$
$$-I_2(s)/I_1(s)=\text{转移电流比；}$$
$$U_2(s)/I_1(s)=\text{转移阻抗；}$$
$$-I_2(s)/U_1(s)=\text{转移导纳。}$$

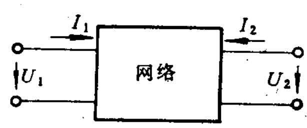

图2-17 二端口网络

以上表示式中$I_2(s)$前取负号，是因为我们取电流方向与规定方向相反之故。在这里，我们规定网络函数为输出比输入的形式。

当$s=j\omega$时，网络函数是复数，可写成如下形式

$$H(j\omega)=|H(j\omega)|e^{j\phi(\omega)} \tag{2-40}$$

这里$|H(j\omega)|$是模，$\phi(\omega)$是相角。我们还可以把$H(j\omega)$表示成指数形式。即

$$H(j\omega)=e^{-r(j\omega)} \tag{2-41}$$

这里$r(j\omega)=\alpha(\omega)+j\beta(\omega)$。将式(2-41)二侧取对数得

$$\alpha(\omega)+j\beta(\omega)=-\ln H(j\omega)=-\ln|H(j\omega)|-j\phi(\omega)$$

故有
$$\left.\begin{aligned}\alpha(\omega)&=-\ln|H(j\omega)|\\ \beta&=-\phi\end{aligned}\right\}\tag{2-42}$$

当$H(s)$是转移电压比或转移电流比时，α称为衰减，是$+\ln\left|\dfrac{U_1(\omega)}{U_2(\omega)}\right|=-\ln\left|\dfrac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)}\right|$，$\beta$称为相移。是$\arg U_1(\omega)-\arg U_2(\omega)$，表示经网络传输后相位的延迟。群时延$T(\omega)$应为
$$T(\omega)=\frac{d\beta}{d\omega}=-\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}\tag{2-43}$$

2.2.2 网络函数的性质

当一网络的结构已知，组成网络的元件为线性时不变的（本书只讨论线性时不变的），且参数给定时，网络函数可以由网络的回路电流方程或节点电压方程来求得。我们用节点电压法来求网络函数。设网络有n个节点对，在单一激励及单一响应情况见图 2-18，仅有一外电源加至此网络。

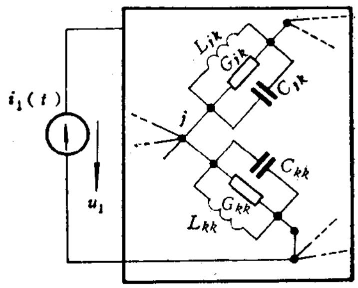

图2-18 n个节点对的网络

设电源为电流源$i_1(t)$，它跨接的节点对电压为u_1，则网络的节点对方程如下
$$\left.\begin{aligned}\alpha_{11}u_1+\alpha_{12}u_2+\cdots+\alpha_{1n}u_n&=i_1(t)\\ \alpha_{21}u_1+\alpha_{22}u_2+\cdots+\alpha_{2n}u_n&=0\\ \alpha_{n1}u_1+\alpha_{n2}u_2+\cdots+\alpha_{nn}u_n&=0\end{aligned}\right\}\tag{2-44}$$

其中 $\alpha_{ij}=G_{jk}+C_{jk}\dfrac{d}{dt}+\dfrac{1}{L_{jk}}\int dt(j,\ K=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$；$G_{jk}$为自有或互有电导；$C_{jk}$为自有或互有电容；$L_{jk}$为自有或互有电感。应用拉氏变换于上述方程得
$$\left.\begin{aligned}a_{11}U_1(s)+a_{12}U_2(s)+\cdots+a_{1n}U_n(s)&=I_1^i(s)+I_1(s)\\ a_{21}U_1(s)+a_{22}U_2(s)+\cdots+a_{2n}U_n(s)&=I_2^i(s)\\ a_{n1}U_1(s)+a_{n2}U_2(s)+\cdots+a_{nn}U_n(s)&=I_n^i(s)\end{aligned}\right\}\tag{2-45}$$

这里$a_{jk}=G_{jk}+C_{jk}s+1/L_{jk}s(j,\ K=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$。$I_1(s)$是$i_1(t)$经拉氏变换后的象函数。而$I_1^i(s)$，$I_i^i(s)$，…等分别是电容及电感起始条件引起的电流之和，它们流向各节点1，2，3，…，n。即
$$I_j^i(s)=\sum_K\left[C_{jk}u_k(0)\right]-\frac{1}{s}\sum_K i_{L_{jk}}(0)\tag{2-46}$$

$i_{L_{jk}}(0)$方向是取离开节点j。若我们关心的响应是节点k的电压$U_k(s)$，则解方程式(2-45)得
$$U_k(s)=\frac{\Delta_{1k}}{\Delta}I_1(s)+\sum_{j=1}^{n}\frac{\Delta_{jk}}{\Delta}I_j^i(s)\tag{2-47}$$

式中Δ为方程式(2-45)的行列式，阶数为n。因为Δ中的元素a_{jk}的形式是$a_{jk}=\dfrac{1}{s}\times(G_{jk}s+C_{jk}s^2+L_{jk}^{-1})$，故$\Delta(s)$可表示成以下形式
$$\Delta(s)=\frac{1}{s^r}P(s)\tag{2-48}$$

$P(s)$为s的实系数多项式，其最高幂次$m\leqslant 2n$，这是因为G_{jk}、C_{jk}、L_{jk}均是实数。Δ_{jk}是行列式Δ的a_{jk}的余因子。而$r\leqslant n$。

式(2-47)中，U_k有二部分，一部分是

$$U'_k=\sum_{j=1}^{n}\frac{\Delta_{jk}}{\Delta}I_j^i(s) \tag{2-49}$$

另一部分是

$$U_k=\frac{\Delta_{1k}}{\Delta}I_1(s) \tag{2-50}$$

式(2-49)是没有外加激励时的响应，是网络的零输入响应。由于$P(s)$为多项式，故式(2-49)可部分分式化而得

$$U'_k=\sum_{i=1}^{r_1}\frac{K_{1i}}{(s-s_1)^i}+\sum_{i=1}^{r_2}\frac{K_{2i}}{(s-s_2)^i}+\cdots+\sum_{i=1}^{r_j}\frac{K_{ji}}{(s-s_j)^i}+\cdots \tag{2-51}$$

式中s_j是行列式Δ的零点。即$\Delta=0$的根，也就是$P(s)$的零点，$P(s)=0$的根。r_j是零点的阶数，是正整数，s_j仅与网络的元件值及网络的结构有关，而与网络的起始状态及激励无关。它们的量纲与s相同，是频率的量纲，称为网络的自然频率。而K_{ji}除与网络结构及元件参数有关外，尚与起始状态有关。对式(2-51)进行拉氏反变换U'_k的原函数$U'_k(t)$为

$$U'_k(t)=\sum_{i=1}^{r_1}\frac{1}{(i-1)!}K_{1i}t^{i-1}e^{s_1t}+\cdots+\sum_{i=1}^{r_j}\frac{1}{(i-1)!}K_{ji}t^{i-1}e^{s_jt}+\cdots \tag{2-52}$$

上式中各项，将因s_j在s平面上的位置不同而取不同形式。若s_j为实数，设为σ_j，则其形式为

$$\sum_{i=1}^{r_j}\frac{K_{ji}}{(i-1)!}t^{i-1}e^{\sigma_jt} \tag{2-53}$$

若s_j为虚数$j\omega_j$，由于$P(s)$为实系数多项式，故必有同阶的另一零点$-j\omega_j$。把这二项合并，得它们的表示式为

$$\sum_{i=1}^{r_j}\frac{2|K_{ji}|}{(i-1)!}t^{i-1}\cos(\omega_jt+\phi_{ji}) \tag{2-54}$$

其中　$K_{ji}=|K_{ji}|e^{j\phi_{ji}}$

若s_j为复数$\sigma_j+j\omega_j$，必有同阶的另一零点$\sigma_j-j\omega_j$。这些项的形式可写为

$$\sum_{i=1}^{r_j}\frac{2|K_{ji}|}{(i-1)!}t^{i-1}e^{\sigma_jt}\cos(\omega_jt+\phi_{ji}) \tag{2-55}$$

由式(2-53)～式(2-55)，在t无限增加时，$U'_k(t)$要保持有界，必须$\sigma_j<0$。在$\sigma_j=0$时i必须等于1。也就是说

第一　网络的自然频率必须位于s平面的左半平面内。

第二　网络的自然频率若位于虚轴上，必须是单阶。网络的零输入响应为有界时，网络为稳定的。因此上述两条件是网络稳定的条件。

U_k 的另一部分式（2-50），是网络对外激励的响应称为零状态响应。零状态响应是 Δ_{1K}/Δ 与 $I_1(s)$ 的积。本书中，重要的是网络对外激励的响应。此响应与起始状态是无关的，故仅需关心零状态响应就行了，与网络起始状态有关的响应是不重要的。因此，我们用零状态响应被激励除来描述网络特性。这就是我们前节定义的网络函数。由此得

$$H(s)=\frac{U_k(s)}{I_1(s)}=\frac{\Delta_{1K}}{\Delta} \tag{2-56}$$

Δ_{1K}/Δ 仅与网络的结构与元件的参数有关。由(2-48) $H(s)$ 是 s 的实系数多项式可表示成如下形式

$$H(s)=\frac{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0}{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0} \tag{2-57}$$

上式的分子分母可写成因式相乘形式为

$$H(s)=K\frac{(s-z_1)(s-z_2)(s-z_3)\cdots(s-z_n)}{(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)\cdots(s-s_m)} \tag{2-58}$$

s_1，s_2，s_3，…，s_m 是 $H(s)$ 的极点；z_1，z_2，z_3，…，z_n 是 $H(s)$ 的零点。显然 $H(s)$ 的零点及极点位置都确定后，除常数 K 外，$H(s)$ 就确定了。比较式(2-49)与式(2-56)，它们的分母均是 Δ。因此 $H(s)$ 的极点必然是网络的自然频率。这样对于一稳定网络的网络函数必有以下特性：网络函数的极点必位于 s 平面的左半平面内。若极点位于左半平面的边界虚轴上则必须是单阶的。

必须指出，网络的自然频率并非都是网络函数的极点。原因是 $H(s)$ 的分子分母可能有公共因子。

总结以上讨论，网络函数有二个重要特性：一是由式（2-57）可得 $H(s)$ 是复频率 s 的有理函数；二是其极点位于 s 平面的左半平面内，虚轴上的极点是单阶的。在结束本节前，我们来观察一下 $H(s)$ 沿虚轴变化的特点。

讨论 $H(s)$ 沿虚轴变化的特点是重要的，因为 $s=j\omega$ 时 $H(s)$ 就是网络对随时间作正弦变化的激励的响应。我们先设法把 $H(s)$ 写成偶部与奇部之和，因为 $H(s)$ 是有理函数，可写为二多项式之商，故有

$$H(s)=\frac{P(s)}{Q(s)}=\frac{g_1(s)+u_1(s)}{g_2(s)+u_2(s)} \tag{2-59}$$

式中 $P(s)$ 及 $Q(s)$ 分别是二个多项式，g_1、g_2 是 $P(s)$ 及 $Q(s)$ 中偶次幂项之和，称为它们的偶部，是偶函数。$u_1(s)$、$u_2(s)$ 是 $P(s)$ 及 $Q(s)$ 中奇次幂项之和，称为它们的奇部，是奇函数。将 $H(s)$ 的分子分母均乘以 g_2-u_2 得

$$H(s)=\frac{g_1g_2-u_1u_2}{g_2^2-u_2^2}+\frac{-g_1u_2+u_1g_2}{g_2^2-u_2^2} \tag{2-60}$$

上式中二项的分母只有偶次幂项故为偶函数。第一项的分子也只有偶次幂项，故上式的第一项为偶函数，称为 $H(s)$ 的偶部，用 $\mathrm{Ev}\,H(s)$ 表示。第二项分子只有奇次幂项是奇函数，故第二项本身也是奇函数，称为 $H(s)$ 的奇部，用 $\mathrm{Od}\,H(s)$ 表示。于是得

$$H(s)=\mathrm{Ev}\,H(s)+\mathrm{Od}\,H(s) \tag{2-61}$$