

初中数学

龙门 专题

因式分解与分式

南秀全 主编

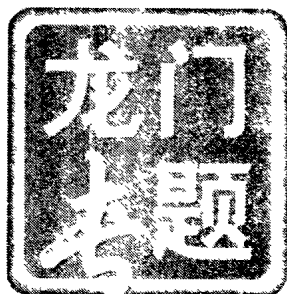


$$\begin{aligned}x^4 - y^4 \\&= (x^2)^2 - (y^2)^2 \\&= (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \\&= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)\end{aligned}$$



龍門書局

因式分解与分式



主 编 南秀全

本册主编 肖九河



龍門書局

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64033640(打假办)



因式分解与分式

南秀全 主编

责任编辑 王 敏 乌 云

龙门书局 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码 100717

中国人民解放军第 1201 工厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2001 年 2 月第 一 版 开本：880 × 1230 A5

2001 年 3 月第二次印刷 印张：8

印数：10001—40000 字数：300 000

ISBN 7-80160-123-8/G·159

定 价：9.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前 言

参考书几乎是每一位学生学习过程中必不可少的。如何发挥一本参考书的长效作用,使学生阅读后,能更透彻、迅速地明晰重点、难点,在掌握基本的解题思路和方法的基础上,举一反三、触类旁通,这是编者和读者共同关心的问题。这套《龙门专题》,就是龙门书局本着以上原则组织编写的。它包括数学、物理、化学三个学科共计 44 种,其中初中数学 11 种,高中数学 12 种,初中物理 4 种,高中物理 6 种,初中化学 3 种,高中化学 8 种。

本套书在栏目设置上,主要体现循序渐进的特点。每本书内容分为两篇——“基础篇”和“综合应用篇”(高中为“3+X”综合应用篇)。“基础篇”又分为“知识点精析与应用”、“视野拓展”两个栏目。其中“**知识点精析与应用**”着眼于把基础知识讲透、讲细,帮助学生捋清知识脉络,牢固掌握知识点,为将成绩提高到一个新的层次奠定扎实的基础。“**视野拓展**”则是在牢固掌握基础知识的前提下,为使学生的成绩“更上一层楼”而准备的。需要强调的是,这部分虽然名为“拓展”,但仍然立足于教材本身。主要针对教材中因受篇幅所限言之不详,但却是高(中)考必考内容的知识点(这类知识点,虽然不一定都很难,但却一直是学生在考试中最易丢分的内容)。“视野拓展”即针对这部分知识进行讲解,还包括了另外一些不易掌握、失分率较高的内容。纵观近年来高(中)考形势的变化,综合题与应用题越来越多,试行“3+X”高考模式以后,这一趋势更加明显。“综合应用篇”正是顺应这种形势而设,旨在提高学生的综合能力与应用能力,使学生面对纷繁多样的试题,能够随机应变,胸有成竹。

古人云:授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷。这也是我们编写这套书的宗旨。作为龙门书局最新推出的《龙门专题》,有以下几个特点:

1. 以“专”为先 本套书共计 44 种,你尽可以根据自己的需要从

中选择最实用、最可获益的几种。因为每一种都是对某一个专题由浅入深、由表及里的诠释,读过一本后,可以说对这个专题的知识就能够完全把握了。

2. 讲解细致完备 由于本书是就某一专题进行集中、全面的剖析,对知识点的讲解自然更细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识,能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小,易于理解和记忆。

3. 省时增效 由于“专题”内容集中,每一本书字数相对较少,学生可以有针对性地选择,以满足在较短时间里完成对某一整块知识学透、练透的需求。

4. 局限性小 与教材“同步”与“不同步”相结合。“同步”是指教材中涉及的知识点本套书都涉及,并分别自成一册;“不同步”是指本套书不一定完全按教材的章节顺序编排,而是把一个知识块作为一个体系来加以归纳。如归纳高中立体几何中的知识为四个方面、六个问题,即“点、线、面、体”和“平行、垂直、成角、距离、面积、体积”。让学生真正掌握各个知识点间的相互联系,从而自然地连点成线,从“专题”中体味“万变不离其宗”的含义,以减小其随教材变动的局限性。

5. 主次分明 每种书的前面都列出了本部分内容近几年在高考中所占分数的比例,使学生能够根据自己的情况,权衡轻重,提高效率。

本书的另一特点是充分体现中央关于“减负”的精神。“减负”的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才,它是实施素质教育的重要环节。就各科教学而言,只有提高教学质量,提高效率,才能真正达到减轻学生负担的目的。而本套书中每本书重点突出,讲、练到位,对于提高学生对某一专题学习的相对效率而言,大有裨益。这也是本书刻意追求的重点。

鉴于本书立意的新颖,编写难度很大,又受作者水平所限,书中难免疏漏之处,敬请不吝指正。

编 者

2001年1月1日

编委会

(初中数学)

总 策 划
龙 门 书 局

主 编
南 秀 全

编 委
肖 九 河
付 东 峰

余 曙 光
黄 振 国

余 石
南 山

执 行 编 委
王 敏



目 录

目录

第一篇 基础篇	(1)
第一章 因式分解	(2)
1.1 因式分解	(2)
1.2 提公因式法	(9)
1.3 运用公式法	(17)
1.4 分组分解法一	(33)
1.5 分组分解法二	(43)
1.6 十字相乘法	(53)
中考热点题型分析	(66)
本章测试题	(74)
第二章 分式	(84)
2.1 分式	(84)
2.2 分式的基本性质	(95)
2.3 约分	(106)
2.4 分式的乘除法	(115)
2.5 分式的加减法	(125)
2.6 分式的混合运算	(139)
2.7 含有字母系数的一元一次方程	(152)
2.8 可化为一元一次方程的分式方程	(163)
2.9 分式方程的应用	(182)
中考热点题型分析	(195)

基础题型	(195)
中难新题型	(206)
本章测试题	(214)
第二篇 综合应用篇	(227)
一、运用换元法解题	(227)
二、恒等变形	(231)
三、分式与不等式	(237)
综合能力训练	(238)

第一篇 基础篇

本书各章节知识在全国各地的中考试题中所占分数比例大约如下表

内 容	因式分解	分 式
所占分数百分比	2% ~ 3.3%	3% ~ 5.8%

因式分解也叫做分解因式，是代数中一种重要的恒等变形，它不仅在下章分式的通分和约分中有着直接的应用，而且对于将来求一元一次方程的根以及三角函数式进行恒等变形等，都将起着重要的作用，因此，分解灵活多变的题型对于提高同学们的兴趣、开发智力、培养创新意识也有促进作用。

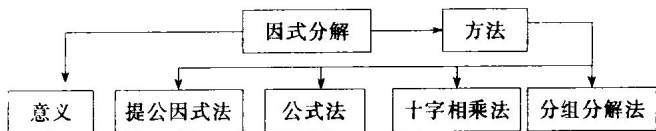
在分式一章中，主要学习分式的概念、基本性质，分式的乘除法和加减法以及含有字母系数的一元一次方程、可化为一元一次方程的分式方程及其应用。从整式到分式是式的重要扩展，整式和分式统称为有理式。本章是前几章所学知识的综合应用。如多项式的因式分解、四则运算法则、移项、合并同类项、列方程等基础知识，都应在学习本章之前作一个温习，或者在学习新知识的同时复习旧知识，这样就能比较顺利地学好本章。另一方面，学好本章对进一步学习函数和方程等知识，有着重要的作用。

因式分解、分式这两章的内容在各地中考中属必考内容，直接考查以基础题型为主，包括填空、选择、化简求值；间接考查以中等题形式出现，包括与方程、应用题等知识的综合。

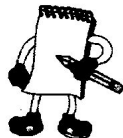


第一章 因式分解

本章知识框图



1.1 因式分解



知识梳理

本节主要讲述因式分解的定义，掌握定义并应用是重点，也是难点。学习过程中要正确理解因式分解与整式乘法的区别与联系。

知识点精析与应用

【知识点精析】

本节主要知识点是因式分解的定义及运用定义判断一个变形是否是因式分解。

课本中指出：“把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做把这个多项式因式分解，也叫做把这个多项式分解因式”。理解这段文字，应注意以下几点：

1. 因式：几个整式相乘，每个整式叫做它们的积的因式。例如 $(m-2)(m+3) = m^2 + m - 6$ 中， $m-2$ 和 $m+3$ 就是 $m^2 + m - 6$ 的因式。
2. 公因式：几个整式公有的因式，叫做这几个整式的公因式。或者说，如果一个整式能同时整除几个整式，那么这个整式叫做这几个整式的公因式。如 ma ， $-mb$ ， mc 三个整式中都有因式 m ，则 m 叫做这三个整式的公因式。
3. 因式分解是多项式的一种变形，就是把多项式转化成乘积的形式，它与整式乘法正好是相反的变形。如

$$(p+q)(p-q) \xrightarrow[\text{多项式的因式分解}]{\text{多项式乘法}} p^2 - q^2$$

从上图可以看出,整式乘积和与之对应的多项式保持相等关系,但方向不同,意义就不一样.但不能说因式分解是整式乘法的逆运算,因为整式乘法的逆运算是整式的除法.

4. 因式分解的结果必须是几个整式的积的形式,而不是几个整式的积与某项的和差形式. 如 $(3x^2+6xy-12x)=3x(x+2y-4)$, $m^2+8m-9=(m-1)(m+9)$ 都是因式分解; 而 $a^2-b^2=(a+b)^2 \cdot \frac{a-b}{a+b}$, $x^2-4+3x=(x+2)(x-2)+3x$, 虽然每个式子左右两边相等, 但不合因式分解的要求.

5. 因式分解的结果必须是每一个因式在有理数范围内不能再分解为止.

如

因式分解要彻底

$$(1) m^5 - m = m(m^4 - 1);$$

$$(2) m^5 - m = m(m^2 + 1)(m^2 - 1);$$

$$(3) m^5 - m = m(m-1)(m+1)(m^2+1).$$

应用整式乘法公式检查(1)、(2)、(3)均成立, 但(3)才是把多项式 $m^5 - m$ 分解因式的结果.

6. 最终分解结果仅相差一个数字因数的, 可看作分解结果相同. 如

$$(1) 4x^2 - 1 = (2x+1)(2x-1);$$

$$(2) 4x^2 - 1 = 4(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2}).$$

两种结果, 形式不一样, 实质相同

由此可知, 因式分解结果惟一, 对例子中 $4x^2 - 1$ 分解因式习惯上写成(1)的形式.

7. 因式分解和分解因式是同义语, 它属于恒等变形, 即“形”变而“值”不变.

【解题方法指导】

【例1】 指出下列各式中的公因式

$$(1) ax, ay; \quad (2) -2mx, 3mx;$$

$$(3) 15p^2, 5p; \quad (4) 12xyz, -9x^2y^2z, 6x^2z^2.$$

分析 找几个单项式的公因式, 先把每个单项式像分解因数一样分成几个因式的乘积, 再寻找它们共同含有的因式.

解 (1) $ax = a \cdot x$, $ay = a \cdot y$, 它们都含有因式 a , 则公因式是 a ;

(2) $-2mx = (-2) \times mx$, $3mx = 3 \times mx$, 它们都含有因式 mx , 则公因式是 mx ;

(3) $15p^2 = 5p \times 3p$, $5p = 5p \times 1$, 它们都含有因式 $5p$, 则公因式是 $5p$;

(4) $12xyz = 3xz \cdot 4y$, $-9x^2y^2z = 3xz \cdot (-3xy^2)$, $6x^2z^2 = 3xz \cdot 2xz$, 它们都含有因式 $3xz$, 则公因式是 $3xz$.

说明 找公因式可按下面的步骤进行:

- (1) 确定每个单项式系数的最大公约数;
- (2) 观察所有单项式中都含有的字母, 它们必是公因式包含的字母;
- (3) 确定公因式中字母的指数, 这些指数是该字母在单项式中指数最小的那一个.

综合(1)(2)(3)即可得到几个单项式的公因式. 简单地说, 公因式是各项系数的最大公约数与各项都含有的字母的最低次幂的积.



掌握好公因式的求法

[例2] (1) 多项式 $-3m^2n^2 - 12m^3n^4 + 9m^3n^3$ 的公因式是_____. (2) $-14, 21, 35$ 的公因式是_____.

分析 多项式是由单项式的和组成的, 多项式中每一个单项式都含有的因式即为多项式的公因式.

解 (1) $-3m^2n^2, -12m^3n^4, 9m^3n^3$ 中系数的最大公约数为 3, 每一个单项式都含有字母 m, n , 它们的最小指数为 2, 所以它们的公因式为 $3m^2n^2$. 由于多项式首项系数为负数, 故多项式的公因式为 $-3m^2n^2$.

(2) $-14, 21, 35$ 的最大公约数是 7, 故公因式是 7.

说明 几个具体的数字, 因它们都是单项式, 也有公因式, 即它们的最大公约数. 在确定公因式时要考虑公因式系数的符号问题, 一般取公因式的系数符号为正. 但当几个单项式系数都为负号时, 可取负号; 或多项式中首项为负号时, 公因式系数一般取负号.

[例3] 判断下列各式从左到右的变形是否是因式分解, 用“√”表示是, 用“×”表示不是

$$(1) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (\quad)$$

$$(2) 3x^3 - 6x^2 - 3x = 3x(x^2 - 2x - 1) \quad (\quad)$$

$$(3) m^3 - m^2 + m = m(m^2 - m) \quad (\quad)$$

$$(4) x^2 + 2x - 3 = x(x+2) - 3 \quad (\quad)$$

分析 应用因式分解的定义和整式乘法的计算进行判断.

解 (1) ×. 本题是整式乘法运算.

(2) √. 本题是把多项式化成乘积形式, 用单项式乘以多项式法则计算等式右边结果与左边相等, 所以是因式分解.

(3) ×. 经计算等式不成立.

(4) ×. 等式右边不是因式乘积形式.

说明 运用定义进行判断、计算是解题的最常见形式, 要注意因式分解是恒等变形, 是整式乘法的相反形式, 所以要灵活地运用乘法公式计算

参与判断.

【达标跟踪训练】

一、填空题

1. $(a+3)(a-2) = a^2 + a - 6$ 是表示_____与_____相乘, 结果是_____, 属于_____运算.

2. $a^2 + a - 6 = (a+3)(a-2)$ 是把多项式_____化为_____与_____的积的形式, 属于_____.

3. 多项式 $3xy + 21axy - 18a^2xy$ 中的公因式是_____.

4. 多项式 $-6m^3n^2 - 3m^2n^2 + 12m^2n^3$ 中公因式是_____.

5. 因式分解与整式乘法的关系是_____.

二、判断下列各式从左到右的变形是否是因式分解, 对的画“√”, 错的画“×”.

1. $x^2 + 3x - 4 = x(x+3) - 4$ ()

2. $3x^2 - 6xy + x = x(3x - 6y)$ ()

3. $a^2b + ab^2 = ab(a+b)$ ()

4. $x+1 = x\left(x+\frac{1}{x}\right)$ ()

5. $(x+3)(x-2) = x^2 + x - 6$ ()

三、选择题

1. 下列各式中从左到右的变形中, 是因式分解的是 ()

A. $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$

B. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

C. $a^2 - 4a - 5 = (a-2)^2 - 9$

D. $a^2 - 4a - 5 = a(a-4) - 5$

2. 代数式 $15a^3b^2 + 5a^2b - 20a^3b^3$ 的公因式是 ()

A. $5ab$

B. $5a^2b^2$

C. $5a^2b$

D. $5a^2b^3$

【答案与提示】

一、1. $a+3, a-2, a^2+a-6$, 整式乘法. 2. $a^2+a-6, a+3, a-2$, 因式分解. 3. $3xy$ (因 $3xy = 3xy \cdot 1$, $21axy = 3xy \cdot 7a$, $-18a^2xy = 3xy \cdot (-6a^2)$, 它们都含有因式 $3xy$, 所以公因式是 $3xy$.) 4. $-3m^2n^2$ (6, 3, 12 的最大公约数是 3, 三个单项式中都有字母 m, n , 且 m, n 的最低次幂分别为 m^2, n^2 , 则公因式是 $-3m^2n^2$.) 5. 互为相反形式 (不是互为逆运算, 因式分解只是一种变形, 不是运算.)

二、1. $\times$ (结果不是几个因式积的形式.) 2. $\times$ (应用乘法公式检验, 左边、右边不相等.) 3. $\checkmark$ (符合定义.) 4. $\times$ (结果不是几个整式的乘积的形式, 因式分解中不能出现分式.) 5. $\times$ (这是整式乘法运算.)

三、1. B 2. C (多项式中单项式系数的最大公约数为 5, 三项均有的字母为 a, b , 取相同字母最低次幂求积, 则公因式为 $5a^2b$.)

视野拓展

【释疑解难】

本节中涉及多项式的公因式, 找含字母指数的公因式, 以及应用因式分解与乘法公式关系进行因式分解等问题要引起重视.

【典型例题导析】

【例 4】 写出下列各式的公因式

(1) $3(a+b)^2, -6(a+b)^3, 9(a+b)$;

(2) p^{m+2}, p^{m+1} (m 为正整数);

(3) $(x-y)^2, 3(y-x)^2, -(y-x)^3$.

分析 公因式是指每个单项式中都含有的因式, 不仅单项式可作为公因式, 多项式也可作为公因式, 如(1)中 $a+b$ 可看作一个整体.

解 (1) $3(a+b)^2 = 3(a+b) \cdot (a+b)$, $-6(a+b)^3 = 3(a+b) \cdot [-2(a+b)^2]$, $9(a+b) = 3(a+b) \cdot 3$, 它们都有因式 $3(a+b)$, 则公因式为 $3(a+b)$;

(2) $p^{m+2} = p^{m+1} \cdot p$, $p^{m+1} = p^{m+1} \cdot 1$, 它们含有因式 p^{m+1} , 则公因式为 p^{m+1} ;

(3) $(y-x)^2 = (x-y)^2$, $(y-x)^3 = -(x-y)^3$, 又知 $(x-y)^2 = 1 \times (x-y)^2$, $(y-x)^2 = 1 \times (x-y)^2$; $-(y-x)^3 = (x-y)^3 = (x-y)(x-y)^2$, 它们都含有因式 $(x-y)^2$, 则公因式为 $(x-y)^2$.

说明 本例(3)找公因式时进行了适当的变形, 这类题变形时要注意下面的规律:

$$(x-y)^n = \begin{cases} (y-x)^n, & \text{当 } n \text{ 为偶数;} \\ -(y-x)^n, & \text{当 } n \text{ 为奇数.} \end{cases}$$

【例 5】 根据乘法运算法则计算得 $(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$, $(p-2)(p^2 + 2p + 4) = p^3 - 8$. 请根据上面式子分解因式 $a^2 - 6a + 9, p^3 - 8$.

分析 乘法公式与因式分解只是形式的不同, 这是我们进行因式分解的突破口.

解 $a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2, p^3 - 8 = (p-2)(p^2 + 2p + 4)$

说明 上面解法运用了整式乘法与因式分解的关系解题, 数学知识间有着密不可分的联系, 能沟通各种知识的联系是数学的基本功. 整式乘法是旧知识, 因式分解是新知识, 它们之间的关系是沟通的桥梁, 化新为旧, 解决新问题, 是常见的学习方法, 大家应充分地认识到这一点.

【思维拓展训练】

一、填空题

1. 多项式 $x(a-b) + y(a-b) - z(b-a)$ 的公因式是_____.
2. $-3ab(a-b)^2, ab(b-a)^3$ 的公因式为_____; 25, 35, -40 的公因式是_____.

二、选择题

1. 若 $-2a^{n-1} - 4a^{n+1}$ 的公因式是 M , 则 M 等于 ()
 A. $2a^{n-1}$ B. $-2a^n$ C. $-2a^{n-1}$ D. $-2a^{n+1}$
2. 下列四个从左到右的变形中, 是因式分解的是 ()
 A. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$
 B. $(a-b)(m-n) = (b-a)(n-m)$
 C. $ab - a - b + 1 = (a-1)(b-1)$
 D. $m^2 - 2m - 3 = m\left(m - 2 - \frac{3}{m}\right)$
3. (安徽省, 1997) 下列分解因式正确的是 ()
 A. $-8m^3 + 12m^2 - 4m = -4m(2m^2 + 3m - 1)$
 B. $m^2 + 5n - mn - 5m = (m-5)(m-n)$
 C. $5m^2 + 6mn - 8n^2 = (m-2n)(5m+4n)$
 D. $0.09m^2 - \frac{16}{49}n^2 = \left(0.03m + \frac{4}{7}n\right)\left(0.03m - \frac{4}{7}n\right)$
4. 观察下列各式:
 (1) $2a+b$ 和 $a+b$; (2) $5m(a-b)$ 和 $b-a$;
 (3) $3(a+b)$ 和 $-(a+b)$;
 (4) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$ 和 x^2-xy+y^2 .
 其中, 有公因式的只有 ()
 A. (1)(2) B. (2)(3) C. (3)(4) D. (1)(4)
5. 下列因式分解正确的是 ()
 A. $3x^3 - 3x = 3x(x^2 - 1)$
 B. $x^3 + x^2 - x - 1 = x(x^2 + x - 1) - 1$
 C. $x^2 - 5x + 6 = (x-6)(x+1)$
 D. $ab + a + b + 1 = (a+1)(b+1)$

6. 下列各式从左到右的变形, 是因式分解的是 ()

- A. $a^2 - 4 + 3a = (a + 2)(a - 2) + 3a$
 B. $(x + 2)(x - 5) = x^2 - 3x - 10$
 C. $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$
 D. $(x^3 - 1)(x + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + x + 1)$

7. 下列从左到右变形中错误的是 ()

- A. $(y - x)^2 = (x - y)^2$ B. $-a - b = -(a + b)$
 C. $(m - n)^3 = -(n - m)^3$ D. $-m + n = -(m + n)$

8. 下列等式一定成立的是 ()

- A. $b^2 - a^2 = (a + b)(a - b)$ B. $a^2 + b^2 = (a + b)^2$
 C. $(a - b)^2 = (b - a)^2$ D. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$

三、在横线处填上“+”号或“-”号, 使等式成立.

$$\begin{aligned} y - x &= \underline{\hspace{2cm}} (x - y) \\ -z - y &= \underline{\hspace{2cm}} (y + z) \\ (b - a)^2 &= \underline{\hspace{2cm}} (a - b)^2 \\ (x - y)^3 &= \underline{\hspace{2cm}} (y - x)^3 \\ -x^2 + y^2 &= \underline{\hspace{2cm}} (x^2 - y^2) \\ (1 - x)(x - 2) &= \underline{\hspace{2cm}} (x - 1)(x - 2) \end{aligned}$$

四、写出下列各式的公因式

- (1) $-35x(x + y)$ 与 $42(x + y)$
 (2) $4x(2x - y)$ 与 $2y(2x - y)$
 (3) $(b - a)^2$, $(a - b)(a - c)$, $(b - a)(b + c)$

五、整式 $(x + y - z)(x - y + z) + (y - x + z)(y - x - z)$ 有公因式吗? 若有, 请找出来.

【答案与提示】

一、1. $a - b$ (因为 $-z(b - a) = z(a - b)$, 则三个单项式中均有式子 $(a - b)$.) 2. $ab(a - b)^2$; 5 (由 $(b - a)^3 = -(a - b)^3$ 对单项式转化后可知, 它们都有因式 $ab(a - b)^2$.)

二、1. C (同一字母作为公因式的字母, 指数应取最低的, 由此排除 B、D; 而当每一个单项式系数均为负数时, 一般应取公因式的系数为负数.) 2. C (用定义排除 A、B、D.) 3. B (用乘法公式把等式右边计算出来, 再与左边比较, 左、右相等的即为因式分解. 这是巧用乘法法则判断因式分解的.)

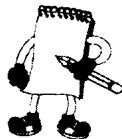
4. B ((1)中没有完全相同的因式, (2)中 $b - a = -(a - b)$, (3)中 $-(a + b) = -1 \times (a + b)$, (2)(3)中 $a - b, a + b$ 分别都看成一个整体, (4)中 $x^2 + xy + y^2$

与 $x^2 - xy + y^2$ 有符号的差别, 故选 B.) 5. D (A 中 $3x(x^2 - 1) = 3x(x + 1)(x - 1)$, 没有分解到最后一步, B 的右边不是积的形式, C 左、右不相等, 故均可排除, 则最后的结果为 D.) 6. C (A, B 用定义排除, D 的左边不是多项式.) 7. D (其中 B, D 的变形是应用添括号的法则, 在多项式前面添上负号和括号, 则括号内每一项都应变号, D 的正确结果为 $-(m - n)$.) 8. C (A 的右边是 $a^2 - b^2$, 与左边不相等; B 的左边是 a, b 的平方和, 右边是 a, b 的差的平方, 左边不等于右边; D 的右边不符合立方和公式的结果.)

三. -, -, -, +, -, -, -, -.

四. (1) $7(x + y)$, (2) $2(2x - y)$, (3) $a - b$ 或 $b - a$.

五. 有; 公因式是 $(x - y + z)$ (解这类题关键在应用添加“-”号改变原来字母的系数符号, $(x + y - z)(x - y + z) + (y - x + z)(y - x - z) = (x + y - z) \cdot (x - y + z) + (x - y - z)(x - y + z)$, 故有公因式是 $(x - y + z)$. 在变形同时对字母顺序进行排列, 这样便于发现公因式.)



1.2 提公因式法

知识梳理

本节重点是提公因式法的掌握与灵活运用, 难点是正确找出公因式.

知识点精析与应用

【知识点精析】

1. 多项式各项的公因式

多项式 $ma + mb + mc$, 各项都含有一个公共的因式 m , 这时我们把因式 m 叫做这个多项式各项的公因式.

(1) 正确找出多项式各项的公因式是提公因式法的关键, 找多项式各项公因式的方法是: ①公因式的系数是多项式各项系数的最大公约数; ②字母取多项式各项中相同的字母; ③相同字母的指数取该字母在各项中指数最小的那一个. 例如多项式 $8a^3b^2c - 12ab^2c^2 + 4a^2b^3c^3d$ 各项系数的最大公约数是 4, 各项都含有的相同字母是 a, b, c , a 的指数最小的是 1, b 的指数最小的是 2, c 的指数最小的是 1, 因此各项的公因式是 $4ab^2c$.

(2) 多项式各项的公因式可以是单项式, 也可以是多项式. 例如多项式 $6m(p - 3) - 5n(p - 3)$ 各项的公因式是 $p - 3$, 它是一个多项式. 又如多项式 $x(a$