蒋德才

海洋波动动力学

HAIYANGBODONG DONGLIXUE

青岛海洋大学出版社

海洋波动动力学

蒋德才

青岛海洋大学出版社

鲁新登字15号

内 容 简 介

本书为物理海洋学专业教材，全书共七章。前二章建立了张量形式的流体力学方程，论述了线性水波的基本理论。第三、四章讨论了滨海地形、缓变流场和底质对波动的影响。第五章研究了非线性波动的基本理论解及其在极浅海中的应用。第六章讨论在滨海地形影响下，波的破碎以及波动产生的近岸流系和水位升降。第七章利用流体力学长波方程，讨论了一维潮波，假潮和风暴潮等主要长波课题。

读者对象为物理海洋学专业的高年级大学生，研究生及从事海洋动力学，海洋环境学和海洋工程的科技工作者。

海洋波动动力学
蒋德才
*
青岛海洋大学出版社出版发行
青岛市鱼山路5号
邮政编码 266003
新华书店经销
山东电子工业印刷厂印刷
*
1992年10月第1版　　1992年10月第1次印刷
32开本(850×1168毫米)　12.75印张　319千字
印数1—3000
ISBN7-81026-029-4/P·5
定价：4.90元

前　言

人类社会面临人口膨胀、资源紧缺和环境污染等一系列问题，海洋的开发利用是解决这些问题的一个重要途径。自70年代以来，沿海各国纷纷划定二百海里专属经济区，到1990年已有80多个国家和地区宣布建立海洋经济区。许多国家扩大并深化对海洋开发利用的领域，加强对海区的宏观控制和海区功能区划，并进行海洋基础理论的调查研究。

我国濒临西太平洋，跨越热带、亚热带和温带三个气候带，大陆架宽广，15m等深线以浅水域和滩涂面积约2亿亩，1989年海水养殖产量为1979年年产量的3.7倍。沿海主要港口码头泊位1240个，海运商船总吨位列居世界第八位，海盐年产量1300多万吨，一直保持世界第一位，近海油气田资源约为90—180亿吨，具有良好的开发潜力。总之，近年来我国海洋产业正在崛起，前景十分广阔。

海洋开发的历史表明，对海洋进行开发利用的成功与否，往往不仅取决于科学技术和管理水平，在很大程度上还依赖于对海洋环境要素分布变化规律的掌握。没有深入而全面地了解海洋状况，特别是不掌握物理海洋要素，例如流、浪、潮和风场等方面的系统知识，要想作出科学的结论是不可能的。因此，在对物理海洋进行系统研究的基础上建立海洋经济开发水域的环境综合保障及其预报体系，是进行海洋开发的一个重要条件。

海洋所发生的各种物理过程，其中有不同类型、不同尺度的海水运动。如海洋密度分布不一致产生的“热盐环流”，由海面风应力驱动的风生流和风生环流，由天体引潮力所产生的潮波运

动，因各种扰动而产生的风浪、涌浪、惯性波、行星波等多种波动，以及因上述种种运动所产生的湍流、混合等等，它们是使得海洋环境发生变化的基本动力或原因。这些动力学现象由于它们和海洋生产活动息息相关，很早便受到人们的关注，从学科发展来看，它们历史较长，研究的比较深入和系统，已建立了各自的体系。

我校物理海洋学和海洋气象学系，前身为原山东大学海洋系，她成立近40年了。早在1952年第一任系主任赫崇本教授便卓有远见地把动力海洋学分成海流、潮汐、海浪三门独立的课程进行讲授，使得这些分支学科发展较快，形成了各自的系统，并出版了专著；它们已能直接为生产、海防、航海等方面服务。嗣后，又有风暴潮、海雾等方面的专著问世。如今，浅海动力学、内波和海洋细微结构、海气相互作用、海洋热学和水团等方面的研究均取得一定成果。上述工作为我们编写一套物理海洋学教材打下了良好基础。

开发利用海洋、开展海洋研究工作离不开人才的培养，而人才的培养又离不开教材，要想编写出既能总结本学科知识体系的精华，又能反映当代本学科发展水平的教材是不容易的，我们愿为此作出努力。

本系列教材不仅适用于大学本科生的学习，对于海洋科学技术的研究、海洋环保、海洋工程、海洋水产、航海和从事管理、应用等方面的工作者均有参考价值。限于编著者水平，不恰当和错误之处，请读者批评指正。

文圣常

1990年10月于青岛

序

海洋表面波包括小尺度的毛细波至大尺度的行星波，它是人们熟知的海洋波动现象，也是海洋动力学的重要组成部分。本书讨论的内容仅限于短周期和长周期的重力波，为滨海海洋动力学最关心的问题，与滨海的海洋开发，海岸变迁，泥沙运动，海洋工程和海洋环境密切相关，对生产和国防的许多问题具有实用意义。

本书是物理海洋学专业教材，全面地论述了海洋表面重力波的基础理论和有关应用的计算方法。对不同的海洋表面重力波，一般用流体力学和应用数学等手段，从波动的基本方程出发，导出其所需的结果，并阐明不同的物理背景对波动的影响，从而说明各波动的特征。在波动规律的应用中，本书注意新近研究的成果，重视理论和现场观测比较，说明其适用范围。全书共七章，前二章建立了张量形式的波动基本方程，论述了线性波动的基本理论。第三、四章讨论了滨海地形，缓变流场和底质对波动的影响。第五章研究了非线性波动的基本理论解及其在极浅海水域中的应用。第六章讨论了滨海动力学关心的波的破碎，波产生的近岸流系和水位升降．第七章应用长波理论研究了一维潮波，假潮和风暴潮等长波课题。

本教材内容广泛，在编写过程中取舍上未必恰当，还难免有其它漏误，敬希读者指正．在编写过程中曾与文圣常教授讨论本书的结构等问题．孙孚副教授也曾给予很大帮助，研究生蒋兴伟和刘百桥也曾给予协助，特此深表谢忱。书中多数图表注明了原作者，这里一并致谢．

作　者

1992年5月

目　录

第一章　水波动力学基础

本章主要对水波动力学中常用的矢量、张量运算和动力学的基本公式作一简单的论述.

1.1　矢量和张量

在水波动力学中常遇到的物理量可分为标量、矢量和二阶张量. 例如：温度、体积和能量这一类的量是标量；力、速度、加速度和动量这一类的量是矢量；切应力和动量通量这一类的量是二阶张量. 用以下符号区别这些量：

用细体字母表示标量，如a，S，T等.

用黑体字母表示矢量，如$\mathbf{V}$，$\mathbf{a}$，$\mathbf{F}$.

用手写体字母表示张量，如$\mathscr{P}$，$\mathscr{D}$等.

1. 矢量、张量表示法

让我们引进笛卡儿直角坐标系的单位矢量$\mathbf{l}_1$，$\mathbf{l}_2$和$\mathbf{l}_3$，如图1-1所示. 用经典的矢量方法，位于空间任意点P的任意矢量$\mathbf{V}$可写成

$$\mathbf{V}=V_1\mathbf{l}_1+V_2\mathbf{l}_2+V_3\mathbf{l}_3, \tag{1.1.1}$$

式中V_1，V_2和V_3分别表示$\mathbf{V}$在x_1，x_2，和x_3方向上的投影. 如用下标符号表示，笛卡儿分量V_1，V_2和V_3可以用符号$V_i(i=1,2,3)$表示，其中下标依序取值1，2，3. 符号V_i依序表示三个笛卡儿分量V_1，V_2，和V_3. 在下标符号表示法中，V_i是表示三维空间中的矢量$\mathbf{V}$的一种符号，它完全表征并代表矢量$\mathbf{V}$. 在一般情况下，我们使用标准符号$\mathbf{i}$，$\mathbf{j}$，$\mathbf{k}$来表示直角坐标系的单位

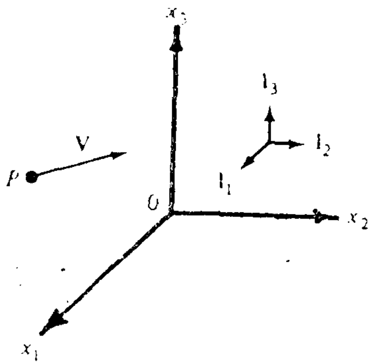

图1-1 笛卡儿直角标系的单位矢量(下标符号表示法)

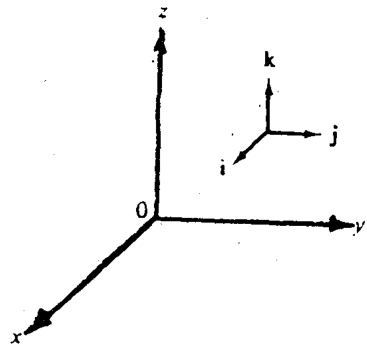

图1-2 笛卡儿直角标系的单位矢量(通常表示法)

矢量，如图1-2所示，此时，完全与式(1·1·1)等价，我们可把$\mathbf{V}$写成

$$\mathbf{V}=V_x\mathbf{i}+V_y\mathbf{j}+V_z\mathbf{k}, \tag{1.1.2}$$

式中的V_x，V_y和V_z表示$\mathbf{V}$在x，y和z轴方向上的投影。

一个张量的阶数可定义为下标的个数，这样

B＝零阶张量(即标量，它只有1个分量)，

F_i＝一阶张量(即矢量，它有3个分量)，

τ_{ij}＝二阶张量(它有9个分量)，

ε_{ijk}＝三阶张量(它有27个分量)。

二阶张量τ_{ij}有9个分量，它们可以写成阵列的形式

$$\tau_{ij}=\begin{bmatrix}\tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13}\\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23}\\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33}\end{bmatrix}.$$

下标取值范围和求和的习惯记号：

当一个小拉丁字母下标在某项中出现一次时，除非另有声明，我们都应该理解这个下标分别取值1，2和3(如果涉及物理空间是三维的，则取值1，2和3；如果涉及物理空间是二维的，则取值1和2)。这样，我们对于一组数，一组方程及方程

中的有关项，就有了一种简单的表示法。例如

$$F_i = ma_i,\ (i=1,\ 2,\ 3).$$

因为下标i在每一项中都只出现一次，所以应理解i分别取值 1，2 和 3．这样上式便完全等价于三个标量方程或一个矢量方程，即

$$F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 = m(a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3 l_3),$$

或

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a},$$

或

$$F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} = m(a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k})$$

当一个小写拉丁字母下标在一项中重复出现两次时，除非另有声明，我们应该理解 该项 代表 的意 义是求和，下标分别取值 1，2和 3，这样

$$\tau_{ii} \equiv \sum_{i=1}^{3} \tau_{ii} \equiv \tau_{11} + \tau_{22} + \tau_{33}.$$

这个例子中，不重复的下标的量是零，根据前面所述张量阶数的定义，τ_{ii}是一个标量．

在方程中经常出现Kronecker δ张量和置换张量，通过这两个张量的使用，可把许多方程表示成简练的形式．

Kronecker δ张量，它是一个二阶张量，用符号δ_{ij}表示，并定义为

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{当}i = j\text{时}, \\ 0 & \text{当}i \neq j\text{时}, \end{cases} \qquad (1.1.3)$$

或称为单位张量

$$\delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

置换张量是以符号ε_{ijk}表示的三阶张量，并定义为

$$\varepsilon_{ijk}=\begin{cases}+1 & \text{当}ijk=123,\ 231,\ 312\text{时(即偶置换情形)},\\ -1 & \text{当}ijk=321,\ 132,\ 213\text{时(即奇置换情形)},\\ 0 & \text{当其中两个下标相同时.}\end{cases}\tag{1.1.4}$$

2. 标量、矢量、张量的乘法运算

用下标个数定义的普遍性笛卡儿张量的乘法运算可定义为算术乘法、点乘，叉乘，并乘和双点乘五种运算法则.

两个零阶张量(即标量)A和B相乘定义为通常的算术乘法运算，

$$(A)(B)=\text{标量.}\tag{1.1.5}$$

两个一阶张量(即矢量)$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$相乘可定义为三种乘法运算.一种是点乘，用$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}$符号表示，并定义为

$$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}=|\boldsymbol{U}||\boldsymbol{V}|\cos\theta=UV\cos\theta.\tag{1.1.6}$$

式中$|\boldsymbol{U}|$，$|\boldsymbol{V}|$，U和V表示矢量$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$的量值，它们分别等于$(U_x^2+U_y^2+U_z^2)^{1/2}$和$(V_x^2+V_y^2+V_z^2)^{1/2}$. θ是矢量$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$之间的夹角.根据矢量分析式(1.1.6)有

$$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}=U_xV_x+U_yV_y+U_zV_z.$$

对于单位矢量有如下恒等式

$$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}=1,\ \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}=1,\ \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{k}=1.$$

$$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=0,\ \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k}=0,\ \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{i}=0.$$

矢量的点乘运算具有交换律和分配律，但是，不具有结合律，即

$$\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{U}.$$

$$\boldsymbol{U}\cdot(\boldsymbol{V}+\boldsymbol{W})=\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}+\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{W},$$

$$(\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V})\boldsymbol{W}\neq\boldsymbol{U}(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{W}).$$

另一种定义为叉乘，用$\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V}$符号表示.两个矢量的叉乘是一个矢量$\boldsymbol{W}$，矢量$\boldsymbol{W}$垂直于$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$所在的平面，当矢量$\boldsymbol{U}$沿最短路径转向矢量$\boldsymbol{V}$时，右手螺旋前进的方向就是矢量$\boldsymbol{W}$的方向. $\boldsymbol{W}$的量值是

$$|\boldsymbol{W}| = |\boldsymbol{U}||\boldsymbol{V}|\sin\theta,$$

式中θ是矢量$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$之间的夹角（$\theta<180°$）。根据矢量分析，矢量$\boldsymbol{W}$的笛卡儿分量与矢量$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$的笛卡儿分量之间的关系有

$$\begin{aligned} W_x &= U_y V_z - U_z V_y, \\ W_y &= U_z V_x - U_x V_z, \\ W_z &= U_x V_y - U_y V_x. \end{aligned} \tag{1.1.7}$$

或

$$\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ U_x & U_y & U_z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}.$$

叉乘无交换律和结合律，但是有分配率，即

$$\begin{gathered} \boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V} = -\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{U}, \\ \boldsymbol{U}\times(\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{W}) \neq (\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{V})\times\boldsymbol{W}, \\ (\boldsymbol{V}+\boldsymbol{U})\times\boldsymbol{W} = \boldsymbol{V}\times\boldsymbol{W} + \boldsymbol{U}\times\boldsymbol{W}. \end{gathered}$$

此外，两个矢量中间不加任何乘法符号地连结在一起（$\boldsymbol{UV}$），定义为并积，如下所示

$$\boldsymbol{UV} = \begin{vmatrix} U_x V_x & U_x V_y & U_x V_z \\ U_y V_x & U_y V_y & U_y V_z \\ U_z V_x & U_z V_y & U_z V_z \end{vmatrix}, \tag{1.1.8}$$

一般说来，并乘积($\boldsymbol{UV}$)和并乘积($\boldsymbol{VU}$)是不同的，应用式(1.1.8)给出并乘积$\nabla\boldsymbol{V}$

$$\nabla\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial V_x}{\partial x} & \dfrac{\partial V_y}{\partial x} & \dfrac{\partial V_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial V_x}{\partial y} & \dfrac{\partial V_y}{\partial y} & \dfrac{\partial V_z}{\partial y} \\ \dfrac{\partial V_x}{\partial z} & \dfrac{\partial V_n}{\partial z} & \dfrac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}. \tag{1.1.9}$$

通常把并乘积$\nabla\boldsymbol{V}$二阶张量称为矢量$\boldsymbol{V}$的微分张量，如使用下标符号表示，上式可写为

$$\nabla \mathbf{V} = \partial V_i / \partial x_j .$$

两个张量可定义为双点乘和单点乘．双点乘运算其结果称为双点乘积，

$$\begin{aligned}\mathscr{P} : \mathscr{D} &= P_{ij} D_{ij} \\ &= (P_{11} D_{11} + P_{12} D_{12} + P_{13} D_{13} \\ &\quad + P_{21} D_{21} + P_{22} D_{22} + P_{23} D_{23} \\ &\quad + P_{31} D_{31} + P_{32} D_{32} + P_{33} D_{33}) . \end{aligned} \tag{1.1.10}$$

上式说明二阶张量的双点乘积是标量．两个张量的单点乘运算，其结果称为单点乘积或张量积．

$$\begin{aligned}\mathscr{P} \cdot \mathscr{D} &= P_{ij} D_{jk} \\ &= P_{i1} D_{1k} + P_{i2} D_{2k} + P_{i3} D_{3k} , \end{aligned} \tag{1.1.11}$$

显然，二阶张量的单点乘积是二阶张量．

一个二阶张量和一个矢量可定义点乘运算，其结果为矢量．

$$\begin{aligned}\mathscr{P} \cdot \mathbf{V} &= P_{ij} V_j \\ &= (P_{11} V_1 + P_{12} V_2 + P_{13} V_3) \boldsymbol{l}_1 \\ &\quad + (P_{21} V_1 + P_{22} V_2 + P_{23} V_3) \boldsymbol{l}_2 \\ &\quad + (P_{31} V_1 + P_{32} V_2 + P_{33} V_3) \boldsymbol{l}_3 . \end{aligned} \tag{1.1.12}$$

类似地有

$$\begin{aligned}\mathbf{V} \cdot \mathscr{P} &= V_j P_{ji} \\ &= (P_{11} V_1 + P_{21} V_2 + P_{31} V_3) \boldsymbol{l}_1 \\ &\quad + (P_{12} V_1 + P_{22} V_2 + P_{32} V_3) \boldsymbol{l}_2 \\ &\quad + (P_{13} V_1 + P_{23} V_2 + P_{33} V_3) \boldsymbol{l}_3 . \end{aligned} \tag{1.1.13}$$

显然

$$\mathscr{P} \cdot \mathbf{V} \neq \mathbf{V} \cdot \mathscr{P} .$$

但是，当张量$\mathscr{P}$为对称张量，即$P_{ij} = P_{ji}$时，则有

$$\mathscr{P} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{V} \cdot \mathscr{P} . \tag{1.1.14}$$

3．标量场的梯度

让我们考虑随空间变化的标量场，如房间里的温度场$T(x, y, z)$，由于不稳定地加热，使温度随空间的高度和水平距离变化。当在空间某点的温度和梯度已知时，在某点距dr处的温度应用三维泰勒级数展开求得

$$T(x+\Delta x,\ y+\Delta y,\ z+\Delta z)$$
$$=T(x,\ y,\ z)+\frac{\partial T(x,\ y,\ z)}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial T(x,\ y,\ z)}{\partial y}\Delta y$$
$$+\frac{\partial T(x,\ y,\ z)}{\partial z}\Delta z.$$

式中，最后三项可写成两个矢量的点乘运算

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}i+\frac{\partial T}{\partial y}j+\frac{\partial T}{\partial z}k\right)\cdot(\Delta x i+\Delta y j+\Delta z k),$$

式中，第一括号内定义为温度梯度，第二括号内是矢量微分dr。梯度(或梯度矢量)通常写为∇T,

$$\nabla T=\left(i\frac{\partial}{\partial y}+j\frac{\partial}{\partial y}+k\frac{\partial}{\partial z}\right)T(x,\ y,\ z), \qquad (1.1.15)$$

等式右边第一项定义为矢量微分算子，第二项是标量场温度。梯度总是指向标量场极大值变化的方向。

让我们考虑标量温度的等值面

$$T(x,\ y,\ z)=\text{常数}.$$

给定不同的T值，便可确定一族等标量面，这族等标量面描述了变量T的空间变化，如图1-3所说明。如果用相同的增量绘画出等标量面时，这些等值面之间的间隔大小便反映了T的空间变化率。容易证明，T的梯度是矢量，它的方向就是给定点(x, y, z)处的等值面的法线方向，并指向T值增加的方向。设dr表示给定点(x, y, z)处与等值面相切的微分矢量，即

$$dr=i dx+j dy+k dz,$$

式中dx，dy和dz是通过等值面方程