机械振动——理论及应用习题解答

张景绘　沈文钧　等编译

国防工業出版社

机械振动——理论及应用

习 题 解 答

张景绘　沈文钧　邱　阳
徐　晖　　　　　张希农　编译

国防工业出版社

机械振动——理论及应用
习题解答
张景绘　沈文钧　邱　阳　徐　晖　张希农　编译
*
国防工业出版社出版
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装
*
787×1092 1/16　印张25　587千字
1985年9月第一版　1985年9月第一次印刷　印数：0,001—8,000册
统一书号：15034·2763　定价：5.10元

编译者前言

为了配合《机械振动——理论及应用》教程(简称“教程”）的使用，我们编译了该书的全部习题解答。主要依据《Solutions Manual to Accompany **Mechanical Vibrations** Theory and Applications》，Francis S.T.，Ivan E.M.，Rolland T.H.，解题的方法和过程与这本原著基本相同，而对原著中的解答全部进行了验算，修正了其中的错误。因原著是手稿形式，所以在文字上做了较多的增补，使叙述前后连贯。原著中没有求解的部分习题也做了补充解答。对计算机习题的程序做了较详细的解释，便于读者读通程序文本。在解题中，经常引用“教程”中的公式和结论，为了便于阅读，我们从“教程”中摘编了解题中所需要的公式和计算机程序名，附在本书最后。采取以上作法是力图使这本书成为振动力学的一本完整习题集。

全部习题共267道，其中有59道计算机习题，不但数量较多，而且题目类型较全，可供不同学时数的课程选用。很多题目来自工程实际，对于技术人员而言，多做一些这类题目，可开扩解决工程振动问题的思路。其中对计算机习题写出的程序可供技术人员直接选用。一个题目的求解方法可有多种，本书只采用了与《教程》叙述内容相一致的方法。

参加编译的人员有

第一、二、九章及附录：张景绘

第三章：张希农

第四、五章：邱阳

第六章：沈文钧、徐晖

第七、八章：徐晖

全书由张景绘校对整理。

感谢陈碧湘等同志帮助描图。

编 译 者

目　录

第一章　导　论

1-1　阐明下列概念，必要时可用插图：

（a）弹簧力、阻尼力、惯性力、激振；

（b）动能、势能；

（c）自由振动、强迫振动、保守系统；

（d）稳态响应、瞬态运动；

（e）离散系统、连续系统；

（f）固有频率、共振；

（g）初始条件、静平衡位置；

（h）直线运动、旋转运动；

（i）周期运动、频率、周期、拍频；

（j）叠加；

（k）亚阻尼系统、临界阻尼系统；

（l）振幅、幅相、相位角。

解：

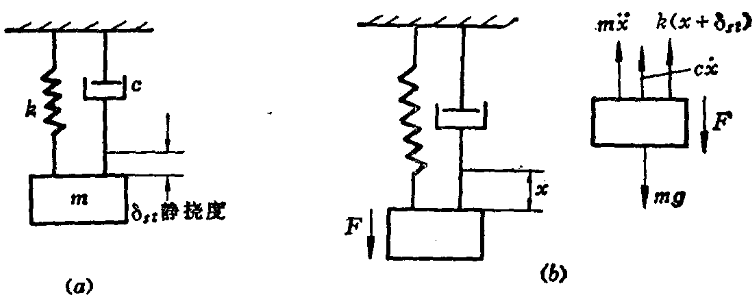
（a）图P1-1（a）是质量-弹簧-阻尼器系统，以质量m为分析对象，图P1-1（b）是m的分离体图，受力如图所示。

弹簧力$k(x+\delta_{st})$是由于弹簧两端有相对位移（弹簧变形）而产生的力。

阻尼力$c\dot{x}$是由于阻尼器两端有相对运动而产生的力。

惯性力$-m\ddot{x}$是质量被加速时所呈现的反作用力。

激振F是作用于系统并使其产生响应的外部因素。可以是激振力，作用在质量上，如图P1-1（a）所示；也可以是激振运动，作用在弹簧或阻尼器上；或代表基础的运动。



图P1-1　质量-弹簧-阻尼器系统

（b）动能：对图P1-1系统而言，若把质量m当作一个质点，那末，它的质量m和运动速度平方乘积之半称为它的动能。

势能：指有势力所做的功，对图P1-1系统指弹簧k所具有的变形能和m的重力

势能。

（c）自由振动：动力系统由于某些初始条件或在时间为零时的扰动，而零时以后没有激振，则称系统所产生的振动为自由振动。

强迫振动：动力系统因激振的作用而产生的振动称为强迫振动。

保守系统：在振动系统中是指没有阻尼的系统，即无能量消耗。

（d）稳态响应：被正弦激振所支持的运动称为稳态振动或稳态响应。这个定义包含了周期激振所产生的稳态响应。

瞬态运动：非稳态振动亦非随机振动，它包含系统按固有频率(有阻尼或无阻尼)振动部分和非周期激振产生的强迫振动。

（e）离散系统：可以用有限个集中参数来描述的系统，亦称多自由度系统。

连续系统：系统的参数如质量、弹性等是连续分布的，在任何瞬时都需要无限多个坐标才能确定其位置。

（f）固有频率：系统的无阻尼自由振动的频率。是由系统本身的质量和刚度所决定的。

共振：当激振频率等于系统的固有频率时发生的振动。或更一般地讲，当系统作强迫振动时，若激振频率有微小变化时，就会使系统的响应下降，则说系统处于共振状态。

（g）初始条件：系统在时间为零时所处的状态。

静平衡位置：系统静力平衡所处的位置，如图P1-1（a）中所示，静平衡位置是弹簧静伸长$\delta_{st}=\frac{mg}{k}$时的位置。

（h）直线运动：运动的轨迹为直线。在振动中称为直线振动。

旋转运动：运动的轨迹是弧线。如扭转振动等。

（i）周期运动：每经过一定时间间隔，运动状态将重复出现。

频率：单位时间内运动重复的次数，用f表示，单位为赫兹。

周期：系统产生重复运动所需要的最小时间间隔，用τ表示，且有$\tau=\frac{1}{f}$，单位为秒。

拍频：产生拍频振荡时，幅值周期变化的频率。

（j）叠加：同时有两个（或多个）激振作用于线性系统的响应等于每一激振单独作用所产生的响应的线性组合。

（k）亚阻尼系统：当系统的阻尼大小使其自由振动是振荡型衰减时，或系统的阻尼因子小于1时，称该系统为亚阻尼系统。

临界阻尼系统：当系统的阻尼的大小刚好使其自由振动处于振荡型和非振荡型之分界处，亦即阻尼因子等于1时，称该系统为临界阻尼系统。

（l）振幅：当系统的运动是谐和振动时，偏离平衡位置的最大值称为振幅。

幅相：当用向量表示一谐和振动时，并用复数记法，将谐和振动的振幅及相位角表示为一复数，这复数就称为复数振幅或幅相。

相位角：当用向量表示一谐和振动时，该向量与参考向量之间的夹角称为相位角。

1-2 一谐和位移的表达式为$x(t)=10\sin(30t-\pi/3)$毫米，其中t以秒计，相位角以弧度计。

求：（a）运动的频率和周期；（b）最大位移、最大速度和最大加速度；（c）$t=0$秒时的位移、速度和加速度；（d）$t=1.2$秒时的位移、速度和加速度。

解：

已知：$x=10\sin(30t-\pi/3)=X\sin(\omega t-\phi)$ 毫米

（a）频率为

$$f=\omega/2\pi=\frac{30}{2\pi}=4.77\text{ 赫兹}$$

周期为

$$\tau=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{30}=0.21\text{ 秒}$$

（b）最大位移为

$$x_{max}=X=10\text{ 毫米}$$

最大速度为

$$\dot{x}_{max}=\omega X=30\times10=300\text{ 毫米/秒}$$

最大加速度为

$$\ddot{x}_{max}=\omega^2X=30^2\times10=9\times10^3\text{ 毫米/秒}^2$$

（c）在$t=0$时

$$x=10\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-8.66\text{ 毫米}$$

$$\dot{x}=10\times30\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)=150\text{ 毫米/秒}$$

$$\ddot{x}=-10\times30^2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=7.79\times10^3\text{ 毫米/秒}^2$$

（d）在$t=1.2$秒时

$$x=10\sin\left(36-\frac{\pi}{2}\right)=-3.85\text{ 毫米}$$

$$\dot{x}=10\times30\cos(36-\pi/3)=-277\text{ 毫米/秒}$$

$$\ddot{x}=-10\times30^2\sin(36-\pi/3)=3.47\times10^3\text{ 毫米/秒}^2$$

1-3 如谐和速度为$\dot{x}(t)=150\cos(17t+\pi/2)$毫米/秒，重做习题1-2。

解：

已知：$\dot{x}=150\cos(17t+\pi/2)=\omega X\cos(\omega t+\phi)$ 毫米/秒

（a）频率为

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{17}{2\pi}=2.71\text{赫兹}$$

周期为

$$\tau=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{17}=0.37\text{秒}$$

（b）最大位移为

$$x_{max}=X=\frac{150}{\omega}=\frac{150}{17}=8.82\text{ 毫米}$$

最大速度为

$$\dot{x}_{max}=\omega X=150\quad\text{毫米/秒}$$

最大加速度为

$$\ddot{x}_{max}=\omega^2X=17\times150=2.55\times10^3\quad\text{毫米/秒}^2$$

(c) 在 $t=0$ 时

$$x=8.82\sin(\pi/2)\text{ 毫米}$$

$$\dot{x}=\omega X\cos(\pi/2)=0$$

$$\ddot{x}=-\omega^2X\sin(\pi/2)=-2.55\times10^3\quad\text{毫米/秒}^2$$

(d) 在 $t=1.2$秒时

$$x=8.82\sin(20.4+\pi/2)=0.18\quad\text{毫米}$$

$$\dot{x}=150\cos(20.4+\pi/2)=-150\quad\text{毫米/秒}$$

$$\ddot{x}=-2.55\times10^3\sin(20.4+\pi/2)=-51.9\quad\text{毫米/秒}^2$$

1-4 加速度计上指示出一物体的加速度是正弦性的，其频率为40赫兹。如最大加速度为100米/秒^2，求其位移和速度的幅值。

解:

令 $x=X\sin(\omega t-\phi)$，则

$$\ddot{x}=-\omega^2X\sin(\omega t-\phi)$$

$$\ddot{x}=-100\sin[2\pi\times40t-\phi]$$

所以

$$\ddot{x}_{max}=\omega^2X=100\text{米/秒}^2=10^5\quad\text{毫米/秒}^2$$

$$\omega=2\pi f=80\pi\quad\text{弧度/秒}$$

最大位移为

$$x=X=10^5/(80\pi)^2=1.58\quad\text{毫米}$$

最大速度为

$$\dot{x}_{max}=\omega X=10^5/(80\pi)=398\quad\text{毫米/秒}$$

1-5 如加速度落后于激振15°，重做习题1-4。激振频率是多少?

解:

速度和位移的幅值与习题 1-4 相同。因为系统是线性的，所以，激振频率是加速度计指示的频率，即40赫兹。

1-6 一谐和运动可表示为 $x(t)=X\cos(100t+\psi)$ 毫米。初始条件是 $x(0)=4.0$毫米和 $\dot{x}(0)=1.0$米/秒。

(a) 求常数X和Ψ;

(b) 用下列方式表示 $x(t)$:

$$x=A\cos\omega t+B\sin\omega t$$

求出A和B。

解:

因为

$$x = X\cos\psi\cos 100t - X\sin\psi\sin 100t$$
$$\dot{x} = -100X\cos\psi\sin 100t - 100X\sin\psi\cos 100t$$

（a）由初始条件可得

$$x(0) = 4\text{毫米} = X\cos\psi$$
$$\dot{x}(0) = 10^3\ \text{毫米/秒} = -100X\sin\psi$$

二式相除得

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\sin\psi}{\cos\psi} = \frac{-10}{4}$$
$$\psi = -68.2^\circ$$
$$X\cos\psi = X\cos(-68.2^\circ) = 4$$

所以

$$X = 10.8\quad\text{毫米}$$

（b）若x写成

$$x = A\cos 100t + B\sin 100t$$

由初始条件

$$x(0) = A = 4\quad\text{毫米}$$
$$\dot{x}(0) = 100B = 10^3\quad\text{毫米/秒}$$
$$B = 10\text{毫米}$$

因此

$$x = 4\cos 100t + 10\sin 100t\quad\text{毫米}$$

1-7　设$x(t) = X\cos(100t + \psi) = A\cos 100t + B\sin 100t$，在下列各组条件下求$A$、$B$、$X$和$\psi$：

（a）$x(0.1) = -8.796$毫米和$x(0.2) = 10.762$毫米

（b）$x(0.1) = -8.796$毫米和$\dot{x}(0.1) = -621.5$毫米/秒

（c）$x(0.1) = -8.796$毫米和$\ddot{x}(0.2) = -10.76\times 10^4$毫米/秒^2

（d）$x(0.1) = 4.0$毫米和$\ddot{x}(0.2) = -10.76\times 10^4$毫米/秒^2

解：

由题目给出的形式，位移、速度和加速度表达式为

$$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$
$$\dot{x} = -\omega A\sin\omega t + \omega B\cos\omega t$$
$$\ddot{x} = -\omega^2 A\cos\omega t - \omega^2 B\sin\omega t$$

其中$\omega = 100$弧度/秒。

（a）由已知条件

$$x(0.1) = -8.796\text{毫米} = A\cos 10 + B\sin 10 = -0.839A - 0.544B$$
$$x(0.2) = 10.762\text{毫米} = A\cos 20 + B\sin 20 = 0.408A + 0.912B$$

解出A和B为

$$A = 4\quad\text{毫米}\qquad\qquad B = 10\quad\text{毫米}$$

令$x = X\cos(\omega t + \psi)$，则

$$X = \sqrt{A^2 + B^2} = 10.8\quad\text{毫米}$$

$$\psi = \mathrm{tg}^{-1}\frac{-B}{A} = -68.2^\circ$$

（b）由已知条件

$$x(0.1) = -8.796\text{毫米} = A\cos 10 + B\sin 10 = -0.839A - 0.544B$$
$$\dot{x}(0.1) = -621.5\text{毫米/秒} = -100A\sin 10 + 100B\cos 10$$
$$= 54.4A - 83.9B$$

解出A和B为

$A = 4$ 毫米　　　　$B = 10$ 毫米

由于

$$x = X\cos(100t + \psi)$$

由（a）中的求法，则有

$X = 10.8$ 毫米　　　　$\psi = -68.2^\circ$

（c）由已知条件

$$x(0.1) = -8.796\text{毫米} = -0.839A - 0.544B$$
$$\ddot{x}(0.2) = -10.76\times 10^4\text{毫米/秒}^2 = -10^4A\cos 20 - 10^4B\sin 20$$
$$= -4081A - 9129B$$

解出A和B

$A = 4$ 毫米　　　　$B = 10$ 毫米

$$x = 10.8\cos(100t - 68.2^\circ)\text{毫米}$$

（d）由已知条件

$$x(0) = A\cos 0 + B\sin 0 = A$$

所以 $A = 4$ 毫米。由另一条件

$$\ddot{x}(0.2) = -10.76\times 10^4\text{毫米/秒}^2 = -10^4A\cos 20 - 10^4B\sin 20$$
$$= -4081A - 9129B$$

所以

$$9129B = -4081A + 10.76\times 10^4$$
$$B = 10 \text{ 毫米}$$

由于

$$x = X\cos(100t + \psi)$$

由（a）中可知：$X = 10.8$毫米，$\psi = -68.2^\circ$

1-8 一台面以一定频率做垂直正弦运动。如要求台面上的物体保持与台面接触，则台面的最大振幅可有多大？

解：

台面的振动为

$$x = X\sin(\omega t - \phi)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 X\sin(\omega t - \phi)$$

最大加速度：$\ddot{x}_{max} = \omega^2 X$。如台面上的物体与台面保持接触，则

$$\ddot{x}_{max} \leqslant g \ (9.81\text{米/秒}^2)$$

所以，在一频率 $f=\frac{\omega}{2\pi}$ 振动时，最大振幅为

$$x_{max}=X\leqslant 9.81/\omega^2 \quad 米$$

1-9 求下列两谐和运动 x_1和 x_2之和

$$\begin{aligned}x&=x_1+x_2\\&=2\sin(\omega t+\pi/3)+3\sin(\omega t+2\pi/3)\\&=X\sin(\omega t+\alpha)\end{aligned}$$

求X和α，并用图解法检验之。

解：

$$\begin{aligned}x&=2\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)+3\sin\left(\omega t+\frac{2}{3}\pi\right)\\&=2\times\left(\frac{1}{2}\sin\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right)+3\times\left(-\frac{1}{2}\sin\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right)\\&=\left(1-\frac{3}{2}\right)\sin\omega t+\sqrt{3}\left(1+\frac{3}{2}\right)\cos\omega t\\&=-\frac{1}{2}\sin\omega t+\frac{5\sqrt{3}}{2}\cos\omega t=X\sin(\omega t+\alpha)\end{aligned}$$

其中

$$X=\frac{1}{2}\sqrt{(-1)^2+(5\sqrt{3})^2}=4.36$$

$$\alpha=\mathrm{tg}^{-1}\frac{5\sqrt{3}}{-1}=96.6^\circ$$

所以

$$x=4.36\sin(\omega t+96.6^\circ)$$

用图解法如图 P 1-9。

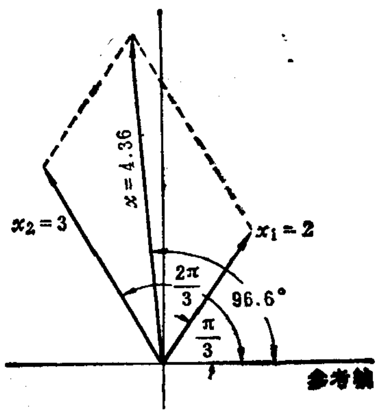


图 P 1-9　图解法

1-10 一质点的运动可表示为 $x=4\sin(\omega t+\pi/6)$。如此运动包含两个分量，其中之一是 $x_1=2\sin(\omega t-\pi/3)$，求另一谐和分量。

解：

设 $x=x_1+x_2$，

所以

$$\begin{aligned}x_2&=x-x_1\\&=4\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)-2\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{3}\right)\\&=4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\omega t+\frac{1}{2}\cos\omega t\right)-2\times\left(\frac{1}{2}\sin\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right)\\&=(2\sqrt{3}-1)\sin\omega t+(2+\sqrt{3})\cos\omega t=X_2\sin(\omega t+\alpha)\end{aligned}$$

其中

$$X_2=\sqrt{(2\sqrt{3}-1)^2+(2+\sqrt{3})^2}=\sqrt{20}$$

$$\alpha=\mathrm{tg}^{-1}\frac{2+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1}=56.6^\circ$$

1-11 当运动可用下列各公式描述时，用 $x-t$ 图画出 $0\leqslant t\leqslant 0.4$ 秒时间间隔内的运动情况：

$$x_1=5\sin 10\pi t;\quad x_2=4\sin\left(10\pi t+\frac{\pi}{4}\right);\quad x_3=3\sin\left(10\pi t-\frac{\pi}{4}\right)$$

解：

$x-t$ 图如图 P 1-11所示。

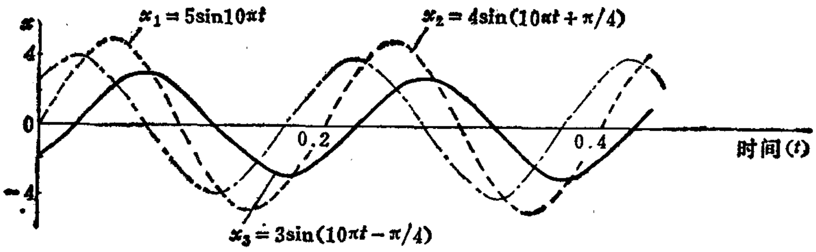


图 P 1-11

1-12 一周期运动用下式表示：

$$x=5\sin 2\pi t+3\sin 4\pi t$$

用 $x-t$ 图画出 $0\leqslant t\leqslant 1.5$ 秒时的运动情况。

解：

分别绘出谐和运动 $5\sin 2\pi t$ 和 $3\sin 4\pi t$ 的 $x-t$ 图，两图叠加而得 x 的 $x-t$ 图，如图 P 1-12所示。

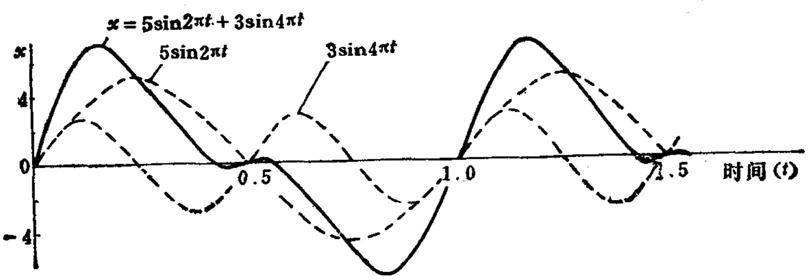


图 P 1-12

1-13 重作习题1-12，如果

(a) $x=5\sin(2\pi t+30^\circ)+3\sin(4\pi t+60^\circ)$

(b) $x=5\sin(2\pi t+90^\circ)+3\sin(4\pi t+180^\circ)$

解：

$x-t$ 图如图 P 1-13所示。

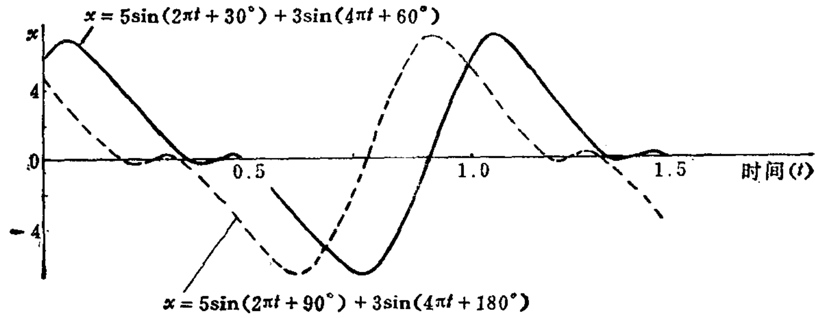


图 P1-13

1-14 $x(t)=\cos 10t+3\cos(10+\pi)t$ 的运动是否周期性运动?

解:

$x=\cos 10t+3\cos(10+\pi)t$ 不是周期性的。

如果 $x=X_1\cos\omega_1 t+X_2\cos\omega_2 t$ 是周期性的，若周期为 τ，在一周期 τ 内，x_1 完成 m 次循环，x_2 完成 n 次循环，则有 $\omega_1\tau=2\pi m$，$\omega_2\tau=2\pi n$，或 $\dfrac{\omega_1}{\omega_2}=\dfrac{m}{n}$ 是一个有理数。对于本习题的 $\omega_1/\omega_2=\dfrac{10}{(10+\pi)}$ 不是一有理数，所以是非周期的。

1-15 求下列函数的周期:

(a) $x=3\sin 3t+5\sin 4t$

(b) $x=7\cos^2 3t$

解:

(a) $x=3\sin 3t+5\sin 4t$ 或 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$ 令 $x(t)$ 的周期是 τ，则有

$$x(t+\tau)=3\sin 3(t+\tau)+5\sin 4(t+\tau)$$
$$=3\sin(3t+2\pi m)+5\sin(4t+2\pi n)$$

所以，$3\tau=2\pi m$，$4\tau=2\pi n$，$\tau=\dfrac{2\pi m}{3}=\dfrac{2\pi n}{4}$。对于 τ 的最小值，令 $m=3$，$n=4$，$\tau=2\pi$。也就是，当 $x(t)$ 完成一次循环时，$x_1(t)$ 完成 3 次循环，而 $x_2(t)$ 完成 4 次循环。

(b) $x(t)=7\cos^2 3t=\dfrac{7}{2}(1+\cos 6t)=\dfrac{7}{2}+\dfrac{7}{2}\cos 6t$，所以，周期 τ 为

$$\tau=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}\qquad 秒$$

1-16 计算两谐和运动 $x_1=X_1\cos\omega t$ 和 $x_2=X_2\cos(\omega+\varepsilon)t$ 之和，其中 $\varepsilon\leqslant\omega$。如发生拍的现象，求其振幅和拍频。

解:

两谐和运动 x_1 和 x_2 之和为 x，则

$$
\begin{aligned}
x(t) &= X_1\cos\omega t + X_2\cos(\omega+\varepsilon)t \\
&= X_1\cos\omega t + X_2(\cos\omega t\cos\varepsilon t - \sin\omega t\sin\varepsilon t) \\
&= (X_1 + X_2\cos\varepsilon t)\cos\omega t - (X_2\sin\varepsilon t)\sin\omega t \\
&= X\left(\frac{X_1 + X_2\cos\varepsilon t}{X}\cos\omega t - \frac{X_2\sin\varepsilon t}{X}\sin\omega t\right) = X\cos(\omega t+\beta)
\end{aligned}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
X &= \sqrt{(X_1+X_2\cos\varepsilon t)^2 + (X_2\sin\varepsilon t)^2} \\
&= \sqrt{X_1^2 + 2X_1X_2\cos\varepsilon t + X_2^2}
\end{aligned}
$$

$$
\beta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{X_2\sin\varepsilon t}{X_1+X_2\cos\varepsilon t} = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\sin\varepsilon t}{(X_1/X_2)+\cos\varepsilon t}
$$

如果 $X_1 \neq X_2$，则 $(X_1-X_2)^2 \leqslant X^2 \leqslant (X_1+X_2)^2$。若 $X_1 = X_2$，则 $0 \leqslant X \leqslant 2X_1$。所以

$$
X = X_1\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\varepsilon t} = X_1\sqrt{2}\sqrt{1+\left(2\cos^2\frac{\varepsilon}{2}t-1\right)} = 2X_1\cos\frac{\varepsilon}{2}t
$$

$$
\beta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\sin\varepsilon t}{1+\cos\varepsilon t} = \mathrm{tg}^{-1}\frac{2\sin\frac{\varepsilon}{2}t\cos\frac{\varepsilon}{2}t}{1+\left(2\cos^2\frac{\varepsilon}{2}t-1\right)} = \frac{\varepsilon}{2}t
$$

如果 $\varepsilon \ll \omega$，则拍现象出现。拍频 $f_b = \frac{\varepsilon}{2\pi}$，如教程（1-8）式。

1-17 画出 $0 \leqslant t \leqslant 1.0$ 秒内下列各式表达的运动情况。

（a）$x = 5e^{-2t}\sin(10\pi t + \pi/4)$

（b）$x = 5e^{-2t}\sin(10\pi t + \pi/4) + 7\sin 4\pi t$

解：

（a）$x = 5e^{-2t}\sin(10\pi t + \pi/4)$ 表示的运动时间历程如图 P 1-17(a)。

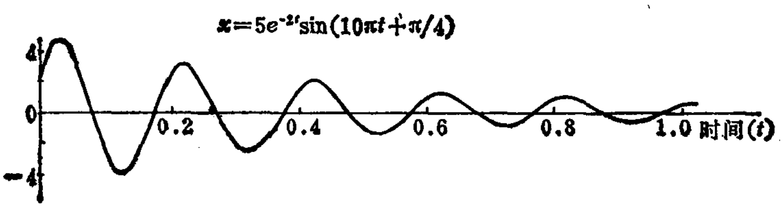


图　P 1-17(a)

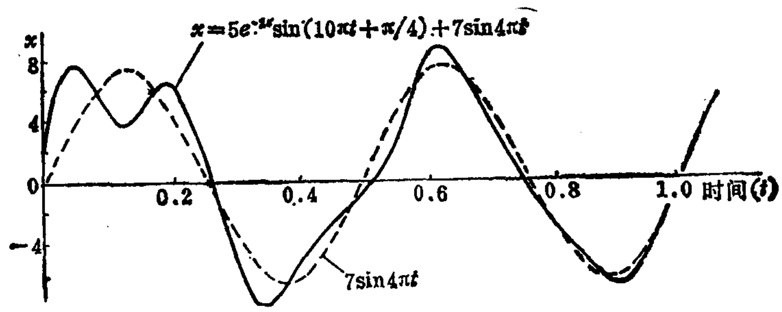


图　P 1-17(b)

(b) $x = 5e^{-2t}\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 7\sin 4\pi t$ 表示的运动时间历程如图 P 1-17(b)。

1-18 将下列复数写成指数$Ae^{j\theta}$形式：

(a) $1 + j\sqrt{3}$

(b) -2

(c) $3/(\sqrt{3} - j)$

(d) $5j$

(e) $3/(\sqrt{3} - j)^2$

(f) $(\sqrt{3} + j)(3 + 4j)$

(g) $(\sqrt{3} - j)/(3 - 4j)$

(h) $[(2j)^2 + 3j + 8]$

解：

(a) $1 + j\sqrt{3} = 2\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2(\cos\theta + j\sin\theta) = 2e^{j\frac{\pi}{3}}$。可参看图 P 1-18。

(b) $-2 = -2 + jo = 2(\cos\theta + j\sin\theta) = 2e^{j\pi}$

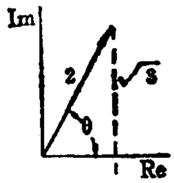


图 P 1-18

(c) $\frac{3}{\sqrt{3} - j} = \frac{3}{2e^{-j\frac{\pi}{6}}} = \frac{3}{2}e^{j\frac{\pi}{6}}$

(d) $5j = 0 + 5j = 5(\cos\theta + j\sin\theta) = 5e^{j\frac{\pi}{2}}$

(e) $3/(\sqrt{3} - j)^2 = \frac{3}{(2e^{-j\frac{\pi}{6}})^2} = \frac{3}{4}e^{j\frac{\pi}{3}}$

(f) $(\sqrt{3} + j)(3 + 4j) = (2e^{j\frac{\pi}{6}})(5e^{j\alpha})$，因为 $\alpha = \mathrm{tg}^{-1}\frac{4}{3} = 54.1^\circ = 0.92$ 弧度，所以

$$(\sqrt{3} + j)(3 + 4j) = 10e^{j\left(\frac{\pi}{6} + 0.92\right)} = 10e^{j1.45}$$

(g) $\frac{\sqrt{3} - j}{3 - j4} = \frac{2e^{-j\frac{\pi}{6}}}{5e^{-j0.92}} = \frac{2}{5}e^{-j\left(\frac{\pi}{6} - 0.92\right)} = \frac{2}{5}e^{j0.4}$

(h) $[(2j)^2 + 3j + 8] = (-4 + 8 + 3j) = 4 + 3j = 5e^{j0.64}$

1-19 某一质点在一个平面内的振动具有两个垂直的谐和分量：$x_1 = 2\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ 和$x_2 = 3\sin\omega t$。用图解法确定这一质点的运动。

解：

分别将 x_1 和 x_2 用旋转矢量表示，并作图如图 P 1-19的下图和右图，将两图合成为图 P 1-19的左上图。

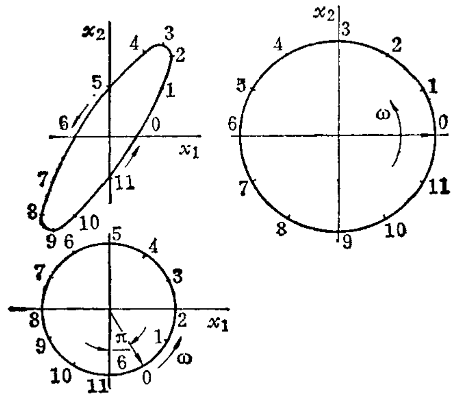


图 P 1-19

1-20 用 $x_1=2\sin\left(2\omega t+\frac{\pi}{6}\right)$和$x_2=3\sin\omega t$ 重做习题1-19。

解：

分别将 x_1 和 x_2 用旋转矢量表示，并作图如图 P 1-20的下图和右图，将两图合成为图 P 1-19的左上图。

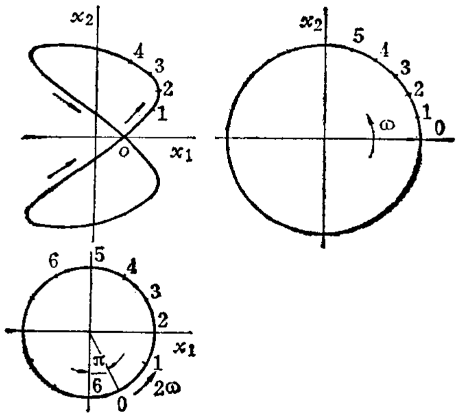


图 P 1-20