理论物理学之一

经典力学

张启仁 著

科学出版社
www.sciencep.com

理论物理学之一
经典力学
版
社

理论物理学之一

经典力学

张启仁 著

科学出版社

2002

内 容 简 介

本书是作者在北京大学所用教材基础上修改而成的.在叙述从实验和观察事实总结出牛顿力学的基本规律之后,立即引导学生用分析方法迅速准确地掌握经典力学的一系列基本概念和抽象形式,并将它们用于实际.

全书共十章,有牛顿力学、运动学、拉格朗日力学、变分原理、哈密顿力学、刚体动力学、转动、振动和波、弹性力学、流体力学、相对论力学、广义相对论力学.书后有附录:矩阵及其本征值、南部力学.每章后均有一定量的习题.本书适合于综合大学物理类专业师生、有关专业的研究人员和工程师阅读.

图书在版编目(CIP)数据

经典力学/张启仁著.-北京:科学出版社,2002

(理论物理学;1)

ISBN 7-03-009479-4

Ⅰ.经… Ⅱ.张… Ⅲ.经典力学-高等学校-教材 Ⅳ.O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 15103 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2002年1月第一版 开本:B5(720×1000)

2002年1月第一次印刷 印张:25 1/4

印数:1—3 000 字数:466 000

定价:38.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

序　　言

理论物理是一个整体,经典力学是它的基础.这里指的不是逻辑关系.理论物理学的各分支间是不能演绎的.这里是指,经典力学是人们进入理论物理宏伟殿堂必经的第一层台阶.在这里,人们首次领略物理规律的精确、严密,首次感受到自然规律的深邃、和谐与统一.经典力学规律有极其普遍的形式,可以推广到经典物理,乃至工程的许多分支.深邃的经典力学还孕育着相对论和量子论的胚芽,现代物理的这两大支柱可以说是在新的实验事实的指引下从它脱胎而出的.可见,学好经典力学是学好整个理论物理的前提.

在有些人看来,抽象的东西必定是不直观的,难懂的,很难应用的,因而采取回避的态度.实际上,正确的抽象能把握住本质的东西,因而显得更直观,更易掌握,更方便应用.这也是人们在认识的理性阶段要实行抽象的意义所在.这一点在学习经典力学的过程中会逐渐明白.像学习理论物理的其他分支一样,学习经典力学有助于提高认识论与方法论水平,有助于正确对待理论及其与实践的关系.

学习经典力学的首要目的当然是了解力学规律本身并将它用于实际.这也是我们安排本书内容时的第一标准.现代力学始于牛顿,在第一章中我们详细阐述了牛顿力学中惯性、力和作用的相互性等基本概念的客观基础、物理含义和可能的发展.在后来众多的形式发展中我们也着意剖析每一形式的物理内含.精确的定量推算是理论物理的特征.经典力学所用到的数学工具与理论物理的其他分支相比是很有限的.我们采取讲彻底的态度,这有助于对问题的准确了解,也有助于培养严谨的学风.对众多实例彻底求解不仅可以示范实际应用,且可使读者由于深入认识自己周围的力学现象而兴味盎然.为了增进实际处理力学问题的能力,我们特辟摄动论一节,介绍力学中这一常用的近似方法.

学习经典力学的目的还在于为学习理论物理的其他分支做准备.场的基本规律与力学的基本规律有相同的形式,而统计物理则是在场和力学规律的基础上做统计.力学中的最直路径原理和最小作用量原理直接为广义相对论的几何表述做了准备.而经典力学与几何光学的相似,作用量的绝热不变性等则为量子力学的发现做了准备.对一束彼此无关联的粒子(粒子系综),每一自

由度的坐标分散程度与动量分散程度的乘积积分(5.308)在运动过程中的不变性可当作量子力学中的测不准关系在经典力学中的胚芽.学习这些规律不仅因为它们本身有用,而且因为对学习后续理论物理课程,以及对物理的统一理解有益.

经典力学已有数百年历史,是理论物理中最成熟的一支.然而它仍然在发展中.这不仅表现在现有力学的新形式、新方法和新用途诸方面,也不仅表现在与新兴学科如突变论和混沌理论等的结合上,还表现为新力学体系的建立.一个有趣的例子是南部阳一郎建立的南部力学.这一力学是一个自洽的逻辑系统,给出运动的轨道方程.由于它不同于现有力学也就与我们周围实际发生的力学现象不尽相符.但是否存在某些领域,在那里发生的现象要由南部力学或其他逻辑上自洽的力学描述而不由现有力学描述呢?这是一个有趣的问题.非欧几何曾被认为是虚构,是没有实用价值的.可现在证明这种看法错了,它在广义相对论和一些实际工程问题中派上了大用场.发现彼此根本不同而又各自逻辑上自洽的几何体系是人类认识上的一大进步.发现逻辑上自洽的不同力学体系应当是这种进步的延续.因此我们将在附录中讲南部力学,以开阔眼界,活跃思想.让我们共同欣赏这多姿的力学世界.

本书由作者在北京大学技术物理系讲授理论力学的讲义发展而成.由于经验和水平都很有限,缺点、错误在所难免,敬请指正.

作者

2001年1月于承泽园

目　　录

第一章　牛顿力学

经典力学的系统理论始于牛顿[①]. 虽然在三百年的发展中数度更新，但就实质内容而言，它已完成于牛顿诸定律中. 学习经典力学自应由此开始. 另外，在这一原始形态中，比较容易看清诸如惯性、惯性系、力等基本概念是如何从实际中抽象出来的，不至于被后来华丽的数学形式掩盖，把它们当作主观随意引进的东西. 可以说，牛顿诸定律是我们进入经典力学这一华丽殿堂的第一个台阶.

§1.1　惯性与惯性系　牛顿第一定律

古人认为，外界推动是物体运动的原因，没有外界推动的物体将维持静止状态. 即使已在运动的物体，如果没有外界推动维持，运动也会逐渐静止下来. 这似乎也是我们日常生活中惯见的现象. 不深入思考的人很容易产生这种观念. 到了现代文明的启蒙时期，理性思维逐渐被重视，实验方法逐渐被确立. 人们先是注意到，运动物体逐渐静止下来正是外界摩擦作用的结果. 进而人们设计各种实验来检验这种概念. 发现，随着摩擦作用的减弱，物体越来越长时间地维持原来的运动方式. 于是最后抽象出一个概念：在完全没有外界作用的条件下，物体应维持原有的运动方式不变，即维持原来的运动方向和速度不变，这就是惯性. 可见惯性概念是实验研究的成果，也是理性思维的成果. 完全没有外界作用的条件是不可能实现而只能逼近的. 完全的惯性运动实际并不存在，它只是实际运动的一种极限，是一种理想的情况. 天体运动是非常理想的情况了，它不受摩擦作用的阻尼(如果不考虑极稀薄的星际物质的影响). 正因如此，天体运行的研究成为人类建立经典力学的场所. 然而天体也无法摆脱引力的作用，牛顿意义下的惯性运动在这里也只是一种理想情况，只是一种抽象. 经典力学这一最基本的规律不是对实际运动的简单描写，而是对实际运动一种极限的描写，一种抽象的描写. 这种极限并非实际发生的，然而却是实际运动中的本质性、规律性的东西. 很难想象，如果没有这种抽象，怎么能建立起

① I. Newton, Principia(1687)

经典力学的体系，又怎样发展以后的科学、技术和文明.

对惯性的认识还与人们对运动的另一思考有关，那就是力学运动的相对性问题.力学运动是物体位置的移动.对位置的描写需要一参考物系统，称为参考系.对位置移动的描写自然也需要参考系.所有力学运动都是相对于某个参考系而言的.在长期的观察中，人们发现相对作等速直线运动的两个参考系能同样好地用来研究力学运动，是等价的.力学规律在其中的表现是一样的.这就是力学的相对性原理.按这种了解，如果一个不受外界作用的物体从一个参考系看是静止的，从另一个与之等价的参考系看却是等速直线运动的.静止与等速直线运动从一个参考系看是两种不同的形态，然而从所有彼此等价的参考系全体来看，它们却属于同一类形态.惯性表现为不受外界作用的物体“静者恒静，动者恒等速直线运动”就是自然的事.

为了明确表现出静止与等速直线运动的相对性，我们看看相对作等速直线运动的两个参考系之间的变换.在这两个参考系上分别建立直角坐标系 S 和 S′.它们在起始时刻重合，随后 S′沿 S 的 x 轴方向以速度 v 相对 S 运动.将起始时刻取作 S 和 S′中计时的零点，用同样的时钟在 S 和 S′中计时，用同样的直尺在 S 和 S′中测距.设一件在 S 系看来发生在时刻 t 坐标 x、y、z 处的事件在 S′系看来发生在时刻 t' 坐标 x'、y'、z' 处.由日常经验可直观判断

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \tag{1.1}$$

这就是著名的伽利略(Galileo)变换.按此变换在 S′系中静止的物体在 S 系看来却以等速 v 沿 x 方向运动.或者一般地说，在 S′系中作等速直线运动(包括静止)的物体在 S 系看来也作等速直线运动(包括静止).将静止与等速直线运动统称惯性运动类，以上关系又可表示为：惯性运动类在伽利略变换(1.1)下是不变的.这就是伽利略的力学相对性原理在惯性运动中的表现.

变换(1.1)还提示我们，只有两参考系彼此作等速直线运动时，等速直线运动(包括静止)才变换成等速直线运动(包括静止).相反，如两参考系彼此作加速运动，一个参考系看来作等速直线运动(包括静止)的物体在另一参考系看来却作加速运动.可见“在不受外界作用的条件下静者恒静，动者恒等速直线运动”的规律只对某些参考系的观察者成立，而对另一些参考系不成立.幸好，人们采用的大部分参考系中这一规律都很好地成立，使人们较容易地认识了它.但对它的准确表达则应是

“存在一类参考系，称为惯性系，相对于惯性系一个不受外界作用的物体将保持其静止或等速直线运动的状态.”

这就是惯性定律，或牛顿第一定律.

像惯性运动一样，惯性系也是一种抽象，是实际参考系的一种极限.人们最初以自己周围的物体作为参考系，初步认识了惯性规律.然后认识到这实际

是以地球作参考系，而地球在绕太阳公转并且在自转，因而不是理想的惯性系．这一点为实际观察到的地面上的非惯性运动(相对于真正惯性系的惯性运动)所证实．于是将参考系搬到太阳上，完成了从地心说到日心说的转移．然而太阳在银河系中运行也受其他星体的摄动而作变速运动．这就使它也不是完全的惯性系．当然可以进一步把银河中心作为参考系，这样会更接近惯性系．然而银河系也受河外星云的摄动……宇宙间物体无不在相互作用中运动，这就使惯性系与惯性定律只能是一种抽象，是实际参考系和实际运动的一种极限的描写．这种抽象，这种对实际的极限的描写在理论的发展中是非常有用的，因为它们反映了实质性的规律性的东西．另一方面，既然是抽象，是极限的描写，那就只是我们的一种认识，包含了主观的东西．因此这一规律不应是凝固的，而应是发展的．特别现在已将宇宙作为一个整体来研究，研究其中物质的相互作用和运动．惯性定律在这种研究中也应采取相适应的形式．我们会在有关章节再讨论这一问题．

§1.2　惯性与作用的定量表示　质量与力　牛顿第二定律　简谐振动

取定坐标系原点 O 后，可用一条由原点到粒子所在位置的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示粒子位置．$\boldsymbol{r}$ 称为径矢量．它对时间的微商即是粒子速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}. \tag{1.2}$$

在不受外界作用时粒子将保持 $\boldsymbol{v}$ 的方向和大小不变，这就是惯性运动．外界的作用改变速度 $\boldsymbol{v}$，即产生加速度

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}. \tag{1.3}$$

粒子在外界作用下的运动规律表现为 $\boldsymbol{a}$ 与外界作用的定量关系．为此我们需要对外界作用的定量描述．

日常生活中广泛使用力的概念．力有方向，有大小．方向的概念是明确的，无需多说．力的大小却需定义，要有一定的规则来衡量．一种简单的想法是：就用它产生的加速度来衡量．产生的加速度越大就说力越大，产生的加速度大一倍就说力也大一倍．于是产生了力与加速度成正比的概念．用 $\boldsymbol{F}$ 代表力，与它产生的加速度 $\boldsymbol{a}$ 成正比的关系可写成

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}, \tag{1.4}$$

其中比例常数 m 称为被加速物体的质量．在同样的力作用下质量大的物体加速度小，因而质量反映了物体惯性的大小．(1.4)式中的质量 m 称为惯性质量．

(1.4)就是熟知的牛顿第二定律.然而它在这里又像是关于力的度量的定义.而按一般认识,定律是客观规律的表述,定义则是一种主观规定,二者不会是同一件事.(1.4)确是客观规律的表述而不是主观随意的规定.设有两个方向相同而大小不同的力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$,它们在一个物体上分别产生加速度 $\boldsymbol{a}_1$ 和 $\boldsymbol{a}_2$,在另一物体上分别产生加速度 $\boldsymbol{a}_1'$ 和 $\boldsymbol{a}_2'$.按(1.4)应有比例关系

$$\boldsymbol{a}_1 : \boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{a}_1' : \boldsymbol{a}_2'. \tag{1.5}$$

这是一个要由实验检验的命题,而不是可以随意规定的.实验当然早已证实了比例关系(1.5),从而证实了客观规律(1.4).加速度确实可以通过(1.4)来度量力,但这是建立在上述客观规律基础上的度量方法.正是比例关系(1.5)使这种度量成为可能.

一个量可用多种不同方式度量,显示出物理规律内部的协调一致.力的度量也是这样.除可根据牛顿第二定律用加速度度量外,也可根据胡克定律用弹性体的形变程度来度量.弹簧秤就是用这种方式量物体受的重力的.弹性体形变,其中分子或原子离开平衡位置,它们之间的作用产生恢复力与外界作用相平衡.用形变度量力就是用形变物体的恢复力度量力,或者说用其中分子、原子间的相互作用来度量力.弹性体中原子、分子的作用在这里被用作标准来度量其他各种力.这种度量力的方式与牛顿第二定律的一致表现出后者的客观基础,表现出经典力学规律的自洽.

像牛顿定律这样的基本定律的正确性自然不只取决于上述简单论证,也不只取决于个别实验,它的正确性取决于它的全部结论在广泛范围内与实际的全面一致.如果力 $\boldsymbol{F}$ 是粒子位置 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$ 的函数,在(1.4)中牛顿第二定律便表现为坐标矢量 $\boldsymbol{r}$ 的对时间的二阶微分方程.因此只要知道起始位置 $\boldsymbol{r}(0)$ 和起始速度 $\boldsymbol{v}(0)=\left.\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}$ 就可用它算出粒子在任何时刻 t 的位置 $\boldsymbol{r}(t)$ 和速度 $\boldsymbol{v}(t)=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$,因而算出粒子运动的全部情况.这种计算结果在广泛范围内与实际的一致证明了这一定律的正确性.

一维简谐运动是一个简单例子.一个下垂弹簧的下端悬一小球,当弹簧拉力与重力平衡时小球的位置取作坐标原点,一维坐标 x 轴垂直向下.当沿 x 方向拉伸或挤压弹簧时它的弹性力发生变化.变化后的弹性力与重力的合力构成小球受到的恢复力,它指向平衡位置.在弹性限度内,按胡克定律,恢复力与离开平衡位置的距离成比例.即恢复力

$$F = -kx, \tag{1.6}$$

k 为弹簧的劲度系数.将此力代入牛顿方程(1.4),注意对这个一维问题加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{x}, \tag{1.7}$$

得运动方程

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \tag{1.8}$$

其中常数

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \tag{1.9}$$

在下面表现为振动的角频率.常系数二阶线性常微分方程(1.8)有通解

$$x = x_0 \sin(\omega t + \delta), \tag{1.10}$$

积分常数 x_0 和 δ 由起始条件 $x(0)$和 $v(0)=\left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}$定:

$$x(0) = x_0 \sin\delta, \qquad v(0) = x_0 \omega \cos\delta. \tag{1.11}$$

由此解得

$$x_0 = \sqrt{x^2(0) + \frac{v^2(0)}{\omega^2}}, \qquad \tan\delta = \frac{\omega x(0)}{v(0)}. \tag{1.12}$$

它们规定了振动的振幅 x_0 和相角 δ.一维简谐振子的轨道方程(1.10)的正确性是人们熟知的.

按伽利略变换(1.1)

$$\dot{x}' \equiv \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - v \equiv \dot{x} - v, \qquad \dot{y}' = \dot{y}, \qquad \dot{z}' = \dot{z}, \tag{1.13}$$

$$\ddot{x}' \equiv \frac{\mathrm{d}^2 x'}{\mathrm{d}t'^2} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \equiv \ddot{x}, \qquad \ddot{y}' = \ddot{y}, \qquad \ddot{z}' = \ddot{z}. \tag{1.14}$$

(1.13)表明相对作等速直线运动的两个坐标系看来,同一个粒子的运动速度是不同的,它们之间差坐标系相对运动的速度.而(1.14)则表明,这样两个不同的坐标系看来,同一粒子的加速度是相同的.一个自然的假设是,力和质量在两个相对作等速直线运动的坐标系看来也是相同的.如此,牛顿第二定律在两个相对作等速直线运动的坐标系看来同样有效.或者说,牛顿方程(1.4)在伽利略变换下是不变的.这就是伽利略的力学相对性原理在动力学中的表现.

如果两坐标系相对作加速运动,情况就根本不同.在这样两个不同坐标系看来同一粒子的加速度也不相同.如果在一个坐标系中,它满足牛顿方程(1.4),则在另一坐标系中看来就不满足.

牛顿第二定律因此应表述为:

“在惯性系中,粒子的加速度与它受到的作用力成正比而与它的质量成反比.”

相对于惯性系作加速运动的坐标系称为非惯性系.在它看来,牛顿方程(1.4)不成立是因为,对同一个粒子,从它看到的加速度与从惯性系看到的不

同,而作用在粒上的力和粒子质量则被认为从所有坐标系看来是一样的.这就使在惯性系中成立的(1.4)在非惯性系中不成立.然而,如果认为非惯性系中的力也不同于惯性系,则(1.4)仍可成立.为此在非惯性系中需附加的力称为惯性力.在转动坐标系中的离心力和科里奥利(Coriolis)力就是惯性力.在广义相对论中将惯性力等效于万有引力,将在以后讨论.

引入动量

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} = m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}, \tag{1.15}$$

牛顿方程(1.4)又可写成

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}. \tag{1.16}$$

它表明动量随时间的变化率等于力,力是动量变化的原因.(1.16)优于(1.4),便于推广,例如推广到要用相对论的情况.这时只需改变动量的定义(1.15),运动方程还保持为牛顿方程(1.16)的形式.

将(1.16)对时间积分,得

$$\boldsymbol{p}(t_2) - \boldsymbol{p}(t_1) = \int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}(t), t)\mathrm{d}t \equiv \boldsymbol{M}. \tag{1.17}$$

力沿粒子运动轨道的时间积分 $\boldsymbol{M}$ 称为冲量.此式表明动量的变化等于冲量.(1.16)适于讨论运动状态的连续变化.然而,实际存在着运动状态的突然变化,例如,刚球的碰撞以及打击事件就是.对这类事件,宜用方程(1.17),只考虑事件前后运动状态的变化而不问事件本身的瞬间过程.

§1.3 功 动能与势能 能量守恒

设粒子在时刻 t_a 位于 a 点,到时刻 t_b 运动到了 b 点.将牛顿方程(1.4)两边沿粒子轨道作线积分,右边得

$$\boldsymbol{W} = \int_a^b \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}(t), t)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}, \tag{1.18}$$

它是粒子从 a 到 b 的运动过程中外力作的功.左边得

$$\begin{aligned}\int_a^b m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} &= \int_{t_a}^{t_b} m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\cdot\boldsymbol{v}\mathrm{d}t = \int_{t_a}^{t_b}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)\mathrm{d}t \\ &= T(t_b) - T(t_a),\end{aligned} \tag{1.19}$$

其中

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \tag{1.20}$$

为粒子的动能.两边相等得

$$T(t_b) - T(t_a) = W, \tag{1.21}$$

它表示粒子动能的变化等于外力作的功.

另一方面,在很多情况下力 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$可表示成一个函数 $V(\boldsymbol{r})$的负梯度:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -\nabla V(\boldsymbol{r}), \tag{1.22}$$

$V(\boldsymbol{r})$称为力 $\boldsymbol{F}$ 的势.将此式两边沿粒子运动的轨道作线积分得

$$W = \int_a^b \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = -\int_a^b \nabla V(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = V(\boldsymbol{r}_a) - V(\boldsymbol{r}_b), \tag{1.23}$$

其中 $\boldsymbol{r}_a$ 和$\boldsymbol{r}_b$ 分别为a 和b 两点的坐标.此式表明力 $\boldsymbol{F}$ 在粒子从a 到b 的运动过程中对粒子作的功等于势函数 V 在这两点取值的差.与(1.21)比较可见,动能的增加(减少)是以势函数取值的减小(增大)为代价的.这就使得它们的和

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V(\boldsymbol{r}) \tag{1.24}$$

在运动过程中不变.此式定义的 E 称为粒子的机械能,在力学中可简称能量, $V(\boldsymbol{r})$称为势能.规律

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{1.25}$$

称为机械能守恒或简称能量守恒.

上节讨论过的一维简谐振动中恢复力(1.6)的势函数为

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2. \tag{1.26}$$

很容易验证,由轨道方程(1.10)表示的简谐振动能量守恒.其中动能为

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \cos^2(\omega t + \delta), \tag{1.27}$$

势能为

$$V = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \sin^2(\omega t + \delta), \tag{1.28}$$

两者的和

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2[\cos^2(\omega t + \delta) + \sin^2(\omega t + \delta)] \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 \end{aligned} \tag{1.29}$$

不随时间变化.它也就是简谐振子运动到最远距离时的势能,这时动能为零.

§1.4 中心场 角动量及其守恒 平面运动及面积定理

如果存在一个中心,粒子受力的大小只与它和这个中心的距离有关,方向