

黄冈3+X新高考导航丛书

2002

数学

高考第**2**轮复习

X

课时**40**练

导航

本套丛书作者均为黄冈地区调考命题人

丛书主编

王后雄

本册主编

王兴旺

中南大学出版社
内蒙古科学技术出版社



高考第二轮复习

X

数学课时40练
导航

本册主编：王兴旺
编委：余国清 秦红安
郑祥贵 姚火生
余丹 黄华
陈念连 王四清

中南大学出版社 出版
内蒙古科学技术出版社



数学X导航

——高考第二轮复习课时40练

本册主编 王兴旺

-
- 责任编辑 谢贵良
- 出版发行 中南大学出版社
内蒙古科学技术出版社
社址：长沙市麓山南路 邮编：410083
发行科电话：0731-8876770 传真：0731-8829482
电子邮件：csucbs@public.cs.hn.cn
- 经 销 湖南省新华书店
- 印 装 湖北新华印务公司

-
- 开本 787×1092 1/16 印张 7.25 字数 181千字
- 版次 2001年12月第1版 2001年12月第1次印刷
- 印数 00001—33000
- 书号 ISBN7-5380-0845-4/G·203
- 定价 7.30元
-

图书出现印装问题请与经销商调换

《X导航·高考第2轮复习课时40练》的使用建议

2001年8月初《X导航·第一轮复习课时100练》修订版面世，在高考第一轮众多品牌复习资料之中，全国诸多重点中学把《X导航》作为首选复习用书。教学实践证明，使用效果极为显著。在一片赞誉声中，X导航编写组冷静思索，该怎样不负莘莘学子之重望，以严谨、科学的态度设计好2002年第二轮复习课时40练呢？

2002年1月，《X导航·第二轮复习课时40练》终于与新老读者见面了。在此，设计者把编写意图、设计思想及使用建议呈现给广大读者，以期达到最佳的使用效果。

设计40练是科学实践的总结

在黄冈，长期在第一线备战高考复习的名师常说，成功的、制胜的复习法宝应该是这样的：书越读越薄，题越练越少。因此第二轮课时练应突出高考能力考查的热点专项、重点难点，不再求全面覆盖，应体现以精练制胜、以题型引路的原则。但如果课时练太少，就不足以覆盖高考知识点和能力板块的90%的内容。所以，将第二轮复习设计为40练，这是我们长期实践的成功经验。

课时设计·题题赋分·实用易控

第二轮复习以专项考点为轴心，以课时测试为切入点，这是黄冈高考复习的一个创举，它摒弃了过去专题复习华而不实的弊端。

专项热点：设计注重在考查知识的同时注重能力的考查，力求系统地体现高考题型功能和题型改革要求

命题预测：探索了各专项考点应考哪些能力，能力要求有哪几个层次，用什么题型来考查。

时分控制：对每一个专项设计了练习时间、练习分数，方便老师检测和学生自评。可见，这种创新设计实用易控已是不争的事实。

40练设计对读者的忠告提示

- A.使用时间：**不同的地点、不同的学校第一轮复习时间差异较大，因此第二轮复习时间一般在2~6月，现在是你决定使用40练的时间了。
- B.如何使用：**教与学能和专项考点一致是最优选择，即便是不同步，也可从某个专项考点开始复习，使用时把每一课时练作为一次检测，对训练中的错误认真反思，不放过任何一道题目，将给你带来意外的收获。
- C.用心体会：**建议读者用心体会每一个专项考点、考向，考点中每一道题的能力考查及题型特点，到了临考前一周，再回过头去看一曾经在40练中做错的题，你的解题能力就有了质的飞跃。

谨此，愿我们冲浪2002年高考后再做述评，如何？



《X导航·高考第二轮复习课时40练》丛书主编：王后雄

2001年12月

目 录

专项热点 1 映射与函数	1	专项热点 21 多面体与旋转体的侧面积和体积	41
专项热点 2 函数的图象和性质	3	专项热点 22 折叠与展开	43
专项热点 3 二次函数、方程与不等式	5	专项热点 23 直线与圆	45
专项热点 4 幂函数、指数函数和对数函数	7	专项热点 24 椭圆、双曲线、抛物线的概念和性质	47
专项热点 5 函数的值域与最值	9	专项热点 25 直线与圆锥曲线的位置关系	49
专项热点 6 三角函数的求值	11	专项热点 26 轨迹问题	51
专项热点 7 三角形中的三角函数问题	13	专项热点 27 解析几何中的最值与对称问题	53
专项热点 8 三角函数的最值	15	专项热点 28 参数方程与极坐标	55
专项热点 9 反三角函数与最简单的三角方程	17	专项热点 29 函数应用题	57
专项热点 10 不等式的常用证明方法	19	专项热点 30 数列应用题	59
专项热点 11 不等式的解法	21	专项热点 31 不等式及其他应用题	61
专项热点 12 不等式的应用	23	专项热点 32 探索与开放性问题	63
专项热点 13 等差数列与等比数列	25	专项热点 33 函数与方程思想	65
专项热点 14 数列的通项与求和	27	专项热点 34 数形结合	67
专项热点 15 数列的极限与数学归纳法	29	专项热点 35 分类与讨论	69
专项热点 16 复数的运算及几何意义	31	专项热点 36 转化与化归	71
专项热点 17 复数的模与辐角	33	专项热点 37 常用的解题方法	73
专项热点 18 排列、组合与二项式定理	35	专项热点 38 学科综合及能力渗透	75
专项热点 19 空间直线、平面之间的平行与垂直	37	专项热点 39 试卷限时测试(一)	77
专项热点 20 空间角与距离	39	专项热点 40 试卷限时测试(二)	79
		参考答案	81



专项热点 1 映射与函数

学生姓名

测试时限:80 分钟

本卷满分:100 分

老师评定

【考纲导练】理解集合的概念,掌握有关术语和符号的使用;了解映射的概念,在此基础上理解解函数及其有关概念,掌握互为反函数的函数图象间的关系.

【高考预测】结合方程、不等式、函数、解析几何等有关知识,进行集合的运算;判断对应是否为映射、求映射的象或原象以及映射与排列、组合知识的综合运用;函数的定义域、值域、解析式以及互为反函数的函数图象间的关系是高考重点考查的内容.高考对本节内容要求不会过高,所以考生不必对映射等概念挖掘过深.

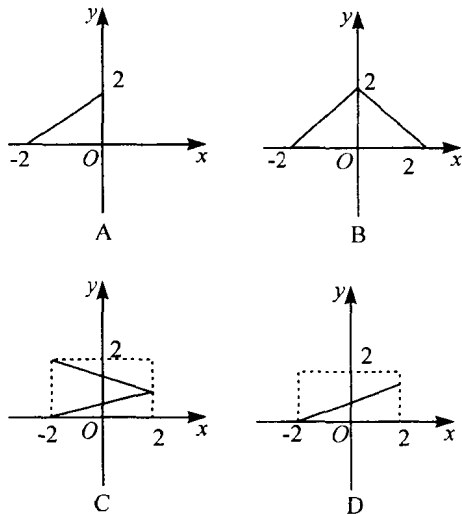


图 1-1

DIY 课时测试题卡

一、选择题:(每小题 5 分,共 50 分)

- 已知集合 A, B, C 为非空集合, $M = A \cap C, N = B \cap C, P = M \cup N$, 则 ()
 A. 一定有 $C \cap P = C$ B. 一定有 $C \cap P = P$
 C. 一定有 $C \cap P = C \cup P$ D. 一定有 $C \cap P = \emptyset$
- 设集合 $A = \mathbf{R}$, 集 $B = \mathbf{R}^+$, 则从集合 A 到集合 B 的映射 f 只可能是 ()
 A. $f: x \rightarrow y = |x|$ B. $f: x \rightarrow y = \sqrt{x}$
 C. $f: x \rightarrow y = 3^{-x}$ D. $f: x \rightarrow y = \log_2(1 + |x|)$
- 集合 $A = \{(x, y) | y = 2^x\}$ 和 $B = \{(x, y) | y > 0\}$ 之间的关系是 ()
 A. $A \subset B$ B. $B \subset A$ C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$
- 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$ 的定义域为 $(0, 3]$, 则它的反函数 $f^{-1}(x)$ 的定义域为 ()
 A. $[-1, 1]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[1, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$
- 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{4, 5, 6\}$, 映射 $f: A \rightarrow B$, 且满足 1 的象是 4, 则这样的映射有 ()
 A. 2 个 B. 4 个 C. 8 个 D. 9 个
- 设 $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}, N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 函数 $f(x)$ 的定义域为 M , 值域为 N , 则 $f(x)$ 的图象可以是 ()

- 同时满足 $\{1\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 A 中所有元素之和为奇数的集合 A 的个数是 ()
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
- 某种型号的手机自投放市场以来, 经过两次降价, 单价由原来的 2000 元降到 1280 元, 则这种手机平均每次降价的百分率是 ()
 A. 10% B. 15% C. 18% D. 20%
- 将曲线 $C_1: x = -\sqrt{y^2 + 1} (y < 0)$ 的图象绕坐标原点顺时针旋转 90° 得到曲线 C_2 , 曲线 C_3 与曲线 C_2 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则曲线 C_3 的方程为 ()
 A. $y = \sqrt{x^2 - 1} (x < -1)$ B. $y = \sqrt{x^2 + 1}$
 C. $y = -\sqrt{x^2 - 1} (x > 1)$ D. $y = -\sqrt{x^2 + 1}$
- 一辆中型客车的营运总利润 y (单位: 万元) 与营运年数 $x (x \in \mathbf{N})$ 的变化关系如下表示, 则客车的运输年数为 () 时, 该客车的年平均利润最大
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

x (年)	4	6	8	...
$y = ax^2 + bx + c$ (万元)	7	11	7	...

二、填空题:(每小题 4 分,共 12 分)

- 设集合 $A = \{x | 2 \lg x = \lg(8x - 15), x \in \mathbf{R}\}, B = \{x | \cos \frac{x}{2} > 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 _____ 个.



12. 函数 $y = -1 + \sqrt{1-x^2} (-1 \leq x \leq 0)$ 的反函数是 _____.

13. 国家税务部门规定个人稿费的纳税办法是:不超过 800 元的不纳税;超过 800 元而不超过 4000 元的按超过 800 元部分的 14% 纳税;超过 4000 元的按全稿酬的 11% 纳税.某人出版了一本书,共纳税 550 元,此人的稿费为 _____ 元.

三、解答题:(12 分 + 13 分 + 13 分 = 38 分)

14. 设函数 $f(x) = x^2 + px + q (p, q \in \mathbf{R})$, 又有集合 $A = \{x | f(x) = x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | f[f(x)] = x, x \in \mathbf{R}\}$,
(1) 证明: $A \subseteq B$. (2) 当 $A = \{-1, 3\}$ 时, 求 B .

15. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = -x^2 + mx - 1\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3, 0 \leq x \leq 3\}$, 若 $A \cap B$ 是单元素集, 求实数 m 的取值范围.

16. (理) 设 $0 < a < 1, f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

- (1) 求 $f(x)$ 的定义域和值域;
- (2) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;
- (3) 实数 k 取何值时, 关于 x 的方程 $f^{-1}(x) + a^{-x} = k$ 在区间 $(\log_a 4, 0]$ 上有相异两实数解, 并求出这时的两解之和.

(文) 已知函数 $f(x) = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{a^x + 1}\right) (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$.

- (1) 求函数 $y = f(x)$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$;
- (2) 判定 $f^{-1}(x)$ 的奇偶性;
- (3) 解不等式 $f^{-1}(x) > 1$.



专项热点 2 函数的图象和性质

学生姓名

测试时限:80 分钟

本卷满分:100 分

老师评定

【考纲导练】理解函数的单调性、奇偶性和周期性的概念,并能判断函数的单调性和奇偶性,能求一些简单的抽象函数的周期,能利用函数的奇偶性及周期性描绘出函数的图象;能根据函数的图象研究函数的性质.

【高考预测】给出图象求解析式或给出解析式判断图象的正确性常以选择题的形式出现;函数的性质及其应用是重点考查内容,特别是函数的单调性、奇偶性,而函数的周期性在 2001 年出现在高考的压轴题里,历年来少见.研究函数的性质,主要是以二次函数和对数函数为载体.图象的平移变换、伸缩变换和对称变换是历年高考的热点.

DIY 课时测试题卡

一、选择题:(每小题 5 分,共 40 分)

1. 设 $f(2^x - 1) = 3x + 1$, 则 $f(x)$ 的定义域是 ()

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, +\infty)$
C. $(-1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

2. 已知 $y = f(x)$ 的图象如图 2-1 所示, 则下列式子中能作为 $f(x)$ 的解析式是 ()

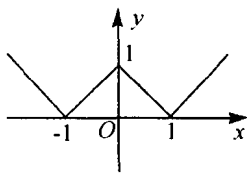
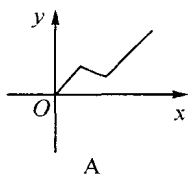


图 2-1

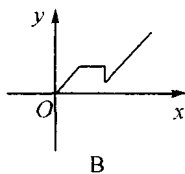
- A. $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1}$
B. $x^2 - 2|x| + 1$
C. $|x^2 - 1|$
D. $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$

3. 某人骑车沿直线旅行, 先前进了 a 千米, 休息了一段时间, 又原路返回 b 千米 ($b < a$), 再前进 c 千米, 则此人离起点的距离 y 与时间 x 的关系示意图是图 2-2 中的 ()

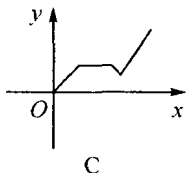
4. 已知 $f(x)$ 是周期为 2 的偶函数, 且在区间 $[0, 1]$ 上是增函数, 则 $f(-6.5), f(-1), f(0)$ 的大小关系为 ()



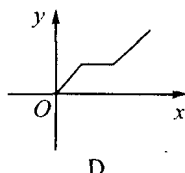
A



B



C



D

图 2-2

- A. $f(-6.5) < f(0) < f(-1)$
B. $f(-1) < f(-6.5) < f(0)$
C. $f(0) < f(-6.5) < f(-1)$
D. $f(-1) < f(0) < f(-6.5)$

5. 已知 $y = \log_a(ax^2 - x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上为增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{4}]$ B. $[\frac{1}{4}, 1)$
C. $[\frac{1}{4}, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在实数集 \mathbf{R} 上的奇函数, 且 $f(x) = -f(x+2)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = \frac{x}{2}$, 那么使

$f(x) = -\frac{1}{2}$ 成立的 x 的值为 ()

- A. $2n$ ($n \in \mathbf{Z}$) B. $2n-1$ ($n \in \mathbf{Z}$)
C. $4n+1$ ($n \in \mathbf{Z}$) D. $4n-1$ ($n \in \mathbf{Z}$)

7. 已知函数 $y = f(x)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$, 将 $y = f(2x-1)$ 的图象向左平移 2 个单位, 再关于 x 轴对称后所得函数的反函数是 ()

- A. $y = \frac{-3 - f^{-1}(x)}{2}$ B. $y = \frac{-3 + f^{-1}(-x)}{2}$
C. $y = \frac{3 - f^{-1}(x)}{2}$ D. $y = \frac{3 - f^{-1}(-x)}{2}$

8. 在 $f_1(x) = x^{\frac{1}{2}}, f_2(x) = x^2, f_3(x) = 2^x, f_4(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ 四个函数中, 当 $x_1 > x_2 > 1$ 时, 使 $\frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)] < f(\frac{x_1 + x_2}{2})$ 成立的函数是 ()

- A. $f_1(x) = x^{\frac{1}{2}}$ B. $f_2(x) = x^2$
 C. $f_3(x) = 2^x$ D. $f_4(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

二、填空题:(每小题 5 分,共 15 分)

9. 已知 $f(x) = \frac{1}{2^x + 1} + m$ 是奇函数,则 $f(-1)$ 的值是 _____.

10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x - 3, & x \leq 0 \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0 \end{cases}$, 已知 $f(a) > 1$, 则

实数 a 的取值范围是 _____.

11. 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: $f(x+1) = -f(x)$, 且在 $[-1, 0]$ 上是增函数. 下面是关于 $f(x)$ 的判断:

- ① $f(x)$ 是周期函数;
- ② $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称;
- ③ $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数;
- ④ $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数;
- ⑤ $f(2) = f(0)$.

其中正确的判断是 _____ (把你认为正确的判断都填上).

三、解答题:(每小题 15 分,共 45 分)

12. 设 $-1 < p < 1, f(x) = \log_a \frac{1+2x}{1-2x} + \log_a \frac{1-2x}{2x-p}$ (其中 $a > 0$, 且 $a \neq 1$).

- (1) 求 $f(x)$ 的定义域;
- (2) 求证 $f(x)$ 的图象与 x 轴无公共点.

13. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 其图象关于直线 $x=1$ 对称. 对任意 $x_1, x_2 \in [0, \frac{1}{2}]$ 都有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$.

- (1) 设 $f(1) = 2$, 求 $f(\frac{1}{2}), f(\frac{1}{4})$;
- (2) 证明 $f(x)$ 是周期函数.

14. 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, 且 $f(1) = 1$. 若 $a, b \in [-1, 1], a + b \neq 0$, 有 $\frac{f(a) + f(b)}{a + b} > 0$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数, 还是减函数, 并证明你的结论;

(2) (理) 解不等式 $f(x + \frac{1}{2}) < f(\frac{1}{x-1})$;

(文) 解不等式 $f(x - \frac{1}{2}) < f(x - \frac{1}{4})$;

(3) 若 $f(x) \leq m^2 - 2am + 1$, 对所有 $x \in [-1, 1], a \in [-1, 1]$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

专项热点3 二次函数、方程与不等式

学生姓名 _____

测试时限:80分钟

本卷满分:100分

老师评定 _____

【考纲导练】了解二次函数、一元二次不等式及一元二次方程三者之间的关系,掌握一元二次不等式的解法.

【高考预测】二次函数在闭区间上的值域问题;一元二次方程根的分布问题;求二次函数的解析式是高考的重点内容之一.

DIY 课时测试题卡

一、选择题:(每小题5分,共50分)

1. 已知 $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{2-x}$ 的定义域是 M , $g(x) = \lg(x^2 - x - 2)$ 的定义域是 N , 那么有 ()
 A. $M \cap N = \emptyset$ B. $M \subset N$
 C. $N \subset M$ D. $M = N$
2. 要使函数 $y = x^2 - 2ax + 1$ 在 $[1, 2]$ 上存在反函数, 则 a 的取值范围是 ()
 A. $a \leq 1$ B. $a \geq 2$
 C. $a \leq 1$ 或 $a \geq 2$ D. $1 \leq a \leq 2$
3. 若关于 x 的二次不等式 $mx^2 + 8mx + 21 < 0$ 的解集是 $\{x | -7 < x < -1\}$, 则实数 m 的值等于 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 已知命题甲:“ $-4 < k < 0$ ”、命题乙:“函数 $y = kx^2 - kx - 1$ 的值恒为负值”, 则命题甲是命题乙成立的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分又不必要条件
5. 若关于 x 的方程 $9^x + (4+a) \cdot 3^x + 4 = 0$ 有解, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, -8) \cup [0, +\infty)$ B. $(-\infty, -4]$
 C. $[-8, 4)$ D. $(-\infty, -8]$
6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图 3-1 所示, 则点 $(ac, a+b)$ 在直角坐标系的 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限
7. 在区间 $[-4, -1]$ 上, 函数 $f(x) = -x^2 + px + q$ 与函

数 $g(x) = x + \frac{4}{x}$ 同时取得相同的最大值, 那么函数 $f(x)$ 在区间 $[-4, -1]$ 上的最小值为 ()

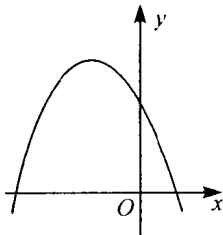


图 3-1

- A. -10 B. -5
 C. -8 D. -32

8. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - ax + 3a)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 4)$ B. $(-4, 4]$
 C. $(-\infty, -4) \cup [2, +\infty)$ D. $[-4, 2)$
9. 方程 $x^2 + (m-2)x + 5 - m = 0$ 的两根都大于 2, 则 m 的取值范围是 ()
 A. $(-5, -4)$ B. $(-\infty, -4)$
 C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, -5) \cup (-5, -4)$
10. 已知二次函 $f(x) = x^2 + ax + 5$ 对任意 t 都有 $f(t) = f(-4-t)$, 且在闭区间 $[m, 0]$ 上有最大值 5, 最小值 1, 则 m 的取值范围是 ()
 A. $m \leq -2$ B. $-4 \leq m \leq -2$
 C. $-2 \leq m \leq 0$ D. $-4 \leq m \leq 0$

二、填空题:(每小题4分,共12分)

11. 如果关于 x 的方程 $x^2 - (m-1)x + 2 - m = 0$ 的两根都为正实数, 则 m 的取值范围是 _____.
12. 函数 $y = f(x)$ 的图象与 $y = 2^x$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则函数 $y = f(4x - x^2)$ 的递增区间是 _____.
13. 对于函数 $f(x) = x|x| + px + q$, 现给出四个命题:
 ① $q = 0$ 时, $f(x)$ 为奇函数.
 ② $y = f(x)$ 的图象关于点 $(0, q)$ 对称.
 ③ $p = 0, q > 0$ 时, 方程 $f(x) = 0$ 只有一个实数根.
 ④ 方程 $f(x) = 0$ 至多有两个实数根.
 其中正确命题的序号是 _____. (把你认为正确命题的序号都填上)



三、解答题:(12分+13分+13分=38分)

14. 已知关于 x 的二次方程 $x^2 - 2x \log_a b + \log_a a = 0$ ($a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$) 两根分别在 $(0, 1)$ 和 $(1, +\infty)$ 内, 求出 a, b 满足的大小关系.

15. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的周期函数, 周期 $T = 5$, 函数 $y = f(x) (-1 \leq x \leq 1)$ 是奇函数, 且在 $[1, 4]$ 上是二次函数, 在 $x = 2$ 时函数取得最小值 -5 .

(1) 证明: $f(1) + f(4) = 0$;

(2) 试求 $y = f(x), x \in [1, 4]$ 的解析式.

16. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 均为实数), 且同时满足下列条件: ① $f(-1) = 0$; ② 对于任意的实数 x , 都有 $f(x) - x \geq 0$; ③ 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 有 $f(x) \leq (\frac{x+1}{2})^2$.

(1) 求 $f(1)$;

(2) 求 a, b, c 的值;

(3) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 函数 $g(x) = f(x) - mx$ (m 是实数) 是单调函数, 求 m 的取值范围.



专项热点4 幂函数、指数函数和对数函数

学生姓名

测试时限:80分钟

本卷满分:100分

老师评定

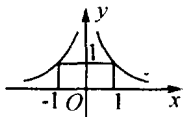
【考纲导读】理解分数指数幂、根式、对数的概念,掌握分数指数幂、对数的运算法则;掌握较简单的幂函数的图象和性质;重点掌握指数函数、对数函数的图象和性质;会解较简单的指数方程和对数方程.

【高考预测】对幂函数、指数函数、对数函数的图象考查较多,对它们的单调性和奇偶性考查也较多,而且是整个函数在高考中考查的最重要的内容,每年都涉及到这三种函数(特别是对数函数与二次函数的复合函数)的性质问题(特别是单调性).

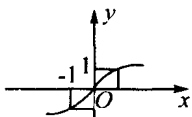
DIY 课时测试题卡

一、选择题:(每小题5分,共50分)

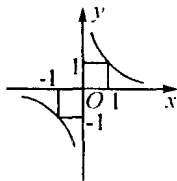
1. 函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 对于任意的实数 x, y 都有 ()
- A. $f(xy) = f(x)f(y)$
 B. $f(xy) = f(x) + f(y)$
 C. $f(x+y) = f(x)f(y)$
 D. $f(x+y) = f(x) + f(y)$
2. 函数 $y = |x|^{-\frac{1}{3}}$ 的图象是 ()



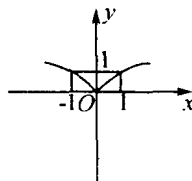
A



B



C



D

图 4-1

3. 据报道,青海湖水在最近 50 年内减少了 10%. 如果按此规律,设 2000 年的湖水量为 m ,从 2000 年起,过 x 年后湖水量 y 与 x 的函数关系是 ()
- A. $y = 0.9^{50} \cdot m$
 B. $y = (1 - 0.1^{50}) \cdot m$
 C. $y = 0.9^{50x} \cdot m$
 D. $y = (1 - 0.1^{50x}) \cdot m$
4. 设 $F(x) = (1 + \frac{2}{2^x - 1})f(x)$ ($x \neq 0$) 是偶函数,且 $f(x)$ 不恒等于零,则 $f(x)$ ()
- A. 是奇函数
 B. 是偶函数
 C. 可能是奇函数,也可能是偶函数
 D. 不是奇函数也不是偶函数
5. 若 $x > y > 1$,且 $0 < a < 1$,则 ① $a^x < a^y$; ② $\log_a x > \log_a y$; ③ $x^{-a} > y^{-a}$; ④ $\log_x a < \log_y a$. 其中不成立的个数是 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
6. 已知 $f(x) = \log_a |x + 1|$ 在 $(-1, 0)$ 上有 $f(x) > 0$, 则 $f(x)$ ()
- A. 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增
 B. 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减
 C. 在 $(-\infty, -1)$ 上单调递减
 D. 在 $(-\infty, -1)$ 上单调递增
7. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + ax + 2)$ 的值域为 $(-\infty, +\infty)$, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
 B. $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$
 C. $(-\infty, -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}, +\infty)$
 D. $(-\infty, -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}, +\infty)$
8. 先作与函数 $y = \lg \frac{1}{2-x}$ 的图象关于原点对称的图象,再将所得图象向右平移 2 个单位得图象 C_1 ,又 $y = f(x)$ 的图象 C_2 与 C_1 关于 $y = x$ 对称,则 $y = f(x)$ 的解析式是 ()
- A. $y = 10^x$ B. $y = 10^{x-2}$
 C. $y = \lg x$ D. $y = \lg(x-2)$
9. 已知 $0 < a < 1$,且函数 $y = \log_a(a - ka^x)$ 在 $1 \leq x <$



$+\infty$ 上有意义, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $[-1, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$
 C. $(-\infty, 1)$ D. $(-1, 1)$

10. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 不是常数函数, 且满足 $f(x-1) = f(x+1), f(1+x) = f(1-x)$, 则 $f(x)$

()

- A. 是奇函数也是周期函数
 B. 是偶函数也是周期函数
 C. 是奇函数但不是周期函数
 D. 是偶函数但不是周期函数

二、填空题: (每小题 4 分, 共 12 分)

11. 已知 $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$, 则 $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设正实数 a, b, c 满足 $(a-1)(b-1) < 0 < (a-1)(c-1)$, 且 $\log_a a + \log_a b = \log_a c$, 则 $|\log_a a|$ 与 $|\log_a b|$ 的大小关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (填 $>, =, <$)

13. 关于函数 $f(x) = \frac{3^x - 3^{-x}}{2}$, 有下列命题

- ① 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称;
 ② 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 为增函数; 当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 为减函数;
 ③ 函数 $f(x)$ 在定义域内不存在反函数;
 ④ $f(x)$ 在定义域上为增函数;
 ⑤ $f(x)$ 无最大值, 也无最小值.

其中正确命题的序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: (12 分 + 13 分 + 13 分 = 38 分)

14. 已知幂函数 $f(x) = x^{m^2 - 2m - 3}$ ($m \in \mathbf{Z}$) 为偶函数, 且在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 讨论函数 $g(x) = a\sqrt{f(x)} - \frac{b}{xf(x)}$ 的奇偶性.

15. 已知函数 $f(x) = \log_2 \frac{1+x}{1-x}$.

(1) 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;

(2) 解关于 x 的不等式 $f^{-1}(x) < m$ ($m < 1$).

16. 设 $f(x) = 2^x + \frac{a}{2^x} - 1$ (a 为实常数).

(1) 当 $a < 0$ 时, 用函数的单调性定义证明: $y = f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的是增函数;

(2) 当 $a = 0$ 时, 若函数 $y = g(x)$ 的图象与 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 求函数 $y = g(x)$ 的解析式;

(3) 当 $a < 0$ 时, 求关于 x 的方程 $f(x) = 0$ 的实数集 \mathbf{R} 上的解.

专项热点5 函数的值域与最值

学生姓名

测试时限:80分钟

本卷满分:100分

老师评定

【考纲导练】函数的值域与最值是函数性质的重要组成部分;最值问题贯穿了高中数学知识的全部内容,几乎每年高考都要涉及到此类题目.

【高考预测】二次函数在闭区间上的最值问题是高考热点;用重要不等式求函数的值域要注意“一正、二定、三等”;单调性和换元法求值域或最值是高考重点考查内容;应用性问题与函数的综合题在考查最值方面反映了考生分析问题、解决问题的能力,是高考热点.

DIY 课时测试题卡

一、选择题:(每小题5分,共50分)

- 函数 $y = 2x^2 - 6x + 3$ ($-1 \leq x \leq 1$) 的最小值为 ()
A. $-\frac{3}{2}$ B. 3 C. -1 D. 不存在
- 若奇函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上是增函数,且最小值是1,则 $f(x)$ 在 $[-b, -a]$ 上是 ()
A. 增函数且最小值是 -1
B. 增函数且最大值是 -1
C. 减函数且最小值是 -1
D. 减函数且最大值是 -1
- 若 $x^2 + y^2 = 1$, 则 $3x - 4y$ 的最大值为 ()
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 函数 $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$ 的值域是 ()
A. (0, 3] B. (0, 1)
C. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
- 已知 $f(x) = \log_2 4x + \frac{1}{\log_2 \sqrt{x}}$ 的定义域为 (0, 1), 则 $f(x)$ 有 ()
A. 最小值 $2 + 2\sqrt{2}$ B. 最大值 $2 - 2\sqrt{2}$
C. 最小值 $2 - 2\sqrt{2}$ D. 最大值 $2 + 2\sqrt{2}$
- 函数 $y = x^2 + \frac{1}{x}$ ($x \leq -\frac{1}{2}$) 的值域是 ()

A. $(-\infty, -\frac{7}{4}]$ B. $[-\frac{7}{4}, +\infty)$

C. $[\frac{3\sqrt{2}}{2}, +\infty)$ D. $(-\infty, -\frac{3\sqrt{2}}{2}]$

- 函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 在闭区间 $[0, m]$ 上有最大值为3, 最小值为2, 则 m 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 2]$ B. $[0, 2]$ C. $[1, 2]$ D. $[1, +\infty)$
- 某饭店有200间客房, 一间客房的定价与住房率的关系如下表:

一间客房定价	住房率
90元	65%
80元	75%
70元	85%
60元	95%

要使此饭店每天收入最高, 则每间房价应定为
A. 90元 B. 80元 C. 70元 D. 60元

- 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上, 函数 $f(x) = x^2 + px + q$ 与 $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ 在同一点取得相同的最小值, 那么 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的最大值是 ()
A. $\frac{13}{4}$ B. 4 C. 8 D. $\frac{5}{4}$
- 已知函数 $f(x)$ 满足 $2f(x) - f(\frac{1}{x}) = \frac{1}{|x|}$, 对于 $f(x)$ 的图象, 下列说法正确的是 ()
A. 图象上离 x 轴最近的点只有一点, 这一点是 $(\sqrt{2}, \frac{2\sqrt{2}}{3})$
B. 图象上离 x 轴最近的点只有两点, 这两点是 $(\sqrt{2}, \frac{2\sqrt{2}}{3})$ 和 $(-\sqrt{2}, \frac{2\sqrt{2}}{3})$
C. 图象上离 x 轴最远的点只有一点, 这一点是 $(-\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$
D. 图象上离 x 轴最远的点只有两点, 这两点是 $(\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ 和 $(-\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$



二、填空题:(每小题 4 分,共 12 分)

11. (理)函数 $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$ 的最大值是_____.
 (文)函数 $y = x - \sqrt{1 - x}$ 的最大值是_____.
12. 若 $f(x), g(x)$ 均为奇函数,且 $F(x) = af(x) + bg(x) + 2$ 在 $(0, +\infty)$ 上有最大值 8,则在 $(-\infty, 0)$ 上, $F(x)$ 有最_____值_____.
13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x - 3, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$ 已知 $f(a) > 1$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题:(12 分 + 13 分 + 13 分 = 38 分)

14. 已知函数 $f(x) = \log_a(x^2 - x + 1)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值为 2, 求 a 的值.

15. 已知 a 是实数, 函数 $f(x) = x^2 + ax + 1$, 且 $y = f(x+1)$ 在定义域上是偶函数.
- (1) 求 a ;
- (2) 如果在区间 $(-\infty, -1)$ 上存在函数 $F(x)$, 使 $F(x)$ 满足

$$F(x) \cdot f(x+1) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + \frac{7}{3}$$

当 x 为何值时, $F(x)$ 取得最小值?

16. 为了保护环境, 某厂投资 50 万元建成一个处理系统, 把污染环境的废料变为有用的生产原料, 如果每月用 2 万元的成本进行生产, 那么生产收入(单位: 万元)与生产时间 t (单位: 月)的关系为 $20\sqrt{2t}$, 问:
- (1) 最少需经过几个月, 生产收入与总投入基本平衡? (计算时取 $\sqrt{2} = 1.4$)
- (2) 经过几个月可获得最大利润?

专项热点6 三角函数的求值

学生姓名

测试时限:80分钟

本卷满分:100分

老师评定

【考纲导练】掌握三角函数的定义、图象及性质,掌握并能运用三角函数的有关公式进行三角变换,求值;能推导并掌握和、差、倍、半的正、余弦及正切公式,能证明较简单的三角恒等式及解决一些简单的实际问题.

【高考预测】本单元的重点考查的是三角函数式的恒等变形,一般为中、低难度试题.大题中考复数就不考单独的三角题,考三角内容的大题就不考复数题.由于新课程计划的执行,本内容的试题的分值比例会降低.

DIY 课时测试题卡

一、选择题:(每小题5分,共50分)

- 已知 $|\cos\theta| = \frac{1}{5}$, $\frac{5\pi}{2} < \theta < 3\pi$, 则 $\sin\frac{\theta}{2}$ 的值是 ()
 A. $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
- 将函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ ($x \in \mathbf{R}$) 的图象上所有的点向左平行移动 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度,再把图象上各点的横坐标扩大到原来的2倍(纵坐标不变),则所得到的图象的解析式为 ()
 A. $y = \sin(2x + \frac{15\pi}{12})$ ($x \in \mathbf{R}$)
 B. $y = \sin(\frac{x}{2} + \frac{15\pi}{12})$ ($x \in \mathbf{R}$)
 C. $y = \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12})$ ($x \in \mathbf{R}$)
 D. $y = \sin(\frac{x}{2} + \frac{5\pi}{24})$ ($x \in \mathbf{R}$)
- 函数 $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{4})$ 图象的两条相邻对称轴之间的距离是 ()
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. $\frac{4\pi}{3}$
- 已知 $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ 且 $\cos\alpha - \cos\beta = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\alpha + \beta)$ 等

于 ()

- $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{8}{9}$
 - 函数 $f(x) = \sqrt{3}\cos(3x - \theta) - \sin(3x - \theta)$ 是奇函数,则 θ 等于(以下 $k \in \mathbf{Z}$) ()
 A. $k\pi$ B. $k\pi + \frac{\pi}{6}$ C. $k\pi + \frac{\pi}{3}$ D. $k\pi - \frac{\pi}{3}$
 - 已知: $\sin\alpha - \cos\alpha = \sin\alpha\cos\alpha$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值为 ()
 A. $\sqrt{2} - 1$ B. $1 - \sqrt{2}$ C. $2 - 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 2$
 - 设 $a = \frac{1}{2}\cos 6^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 6^\circ$, $b = \frac{2\tan 13^\circ}{1 + \tan^2 13^\circ}$, $c = \sqrt{\frac{1 - \cos 50^\circ}{2}}$, 则有 ()
 A. $a > b > c$ B. $a < b < c$
 C. $a < c < b$ D. $b < c < a$
 - 设 $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\tan\alpha, \tan\beta$ 是方程 $x^2 + 3\sqrt{3}x + 4 = 0$ 的两个不相等的实根, 则 $\alpha + \beta$ 等于 ()
 A. $-\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $-\frac{\pi}{3}$
 - 函数 $y = \sin 2x + a\cos 2x$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{6}$ 直线对称, 则实数 a 的值是 ()
 A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - 函数 $y = A\sin(ax + \varphi)$ ($\omega > 0, A \neq 0$) 的图象与函数 $y = A\cos(ax + \varphi)$ ($\omega > 0, A \neq 0$) 的图象在开区间 $(x_0, x_0 + \frac{\pi}{\omega})$ 上 ()
 A. 至少有两个交点
 B. 至多有两个交点
 C. 至多有一个交点
 D. 至少有一个交点
- #### 二、填空题:(每小题4分,共12分)
- 函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 在 $x \in [0, \pi]$ 内的单调递减区间是 _____.
 - 求值: $\frac{\sin 39^\circ - \sin 21^\circ}{\cos 39^\circ - \cos 21^\circ} =$ _____.



13. 若 $5\cos(\alpha - \frac{\beta}{2}) + 7\cos\frac{\beta}{2} = 0$, 则 $\tan\frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \tan\frac{\alpha}{2} =$

三、解答题:(12分+13分+13分=38分)

14. 计算 $2\cos^2 10^\circ - \tan 5^\circ(1 + \cos 10^\circ) - 2\sin 40^\circ \sin 80^\circ$.

16. 设定义域为 \mathbf{R} 的奇函数 $f(x)$ 是增函数, 若当 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 时,

$$f(\cos^2 \theta + 2m \sin \theta) + f(-2m - 2) < 0$$

求 m 的取值范围.

15. $\sin(3\pi - \alpha) = \sqrt{2} \cos(\frac{3\pi}{2} + \beta)$, $\sqrt{3} \cos(-\alpha) = -\sqrt{2} \cos(\pi + \beta)$ 且 $0 < \alpha < \pi$, $0 < \beta < \pi$, 求 α 和 β 的值.