

工程设计的优化方法

〔美〕 R. L. 福克斯 著

张建中 诸梅芳 译

周延祐 校

科学出版社

1984

内 容 简 介

最优设计是近二十年来出现的一种新的设计方法。本书就是介绍这方面的基本内容。

第一章介绍几个最优设计问题的具体例子,定义一些术语,阐述设计空间、约束曲面等概念。第二章讨论了求解无约束极小问题的方法。第三章介绍了带约束极值问题转化为无约束问题的方法。第四章讨论了求解带约束极值问题的直接方法。第五章论述了一些特殊的技巧与应用。最后,译者以附录的形式添写了近几年发展起来的、实际使用效果也较好的优化方法——乘子法。

本书可供工程技术人员和工科大学高年级学生及研究生阅读。

Richard L. Fox

OPTIMIZATION METHODS FOR ENGINEERING DESIGN

Addison-Wesley Publishing Company, 1971

工程设计的优化方法

〔美〕R. L. 福克斯 著

张建中 诸梅芳 译

周延祐 校

责任编辑 陈德义

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院开封印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981 年 9 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1984 年 7 月第二次印刷 印张: 11 1/2

印数: 8,101—14,500 字数: 259,000

统一书号: 15031·364

本社书号: 2283·15-3

定 价: 1.80 元

译 者 的 话

最优设计是近二十年来出现的一种设计方法，它以最优化的数学理论为基础，借助于电子计算机来合理地选择设计方案。国内外大量的实践已经表明，当一个设计所希望达到的目标以及必须满足的限制条件都能用数学式子来表达时，这种方法与传统的设计方法相比，往往具有明显的优越性：既可以大大缩短设计周期，又使设计质量显著提高。正因为如此，越来越多的工程技术人员希望能了解和掌握最优设计的基本内容。国内不少工科大学也已经把最优设计列为研究生或者高年级学生的课程，因而也需要一本合适的教材。

本书可以在一定程度上满足这些要求。作者福克斯教授以及他的学生们在最优设计这一领域中做了不少工作，他们的研究成果屡有论文发表。这本书的前身是作者对美国工科大学高年级学生和研究生讲课的教本，它以工程技术人员为对象，结合若干比较简单而有代表性的工程实例来介绍最优设计的概貌。虽然在某些章节中也有比较详细的数学推导，但在大多数场合下，作者的主要目的是讲述这些方法的基本思想。当然，对于工程技术人员来说，更关心的是如何具体应用这些方法解决他们的实际问题，因此作者在本书内对算法的框图以及计算时需要注意的具体事项叙述得比较详细，其中有些计算经验和技巧对实际工作者是很有裨益的。

作为阅读本书的准备，只需要具有微积分与线性代数的基本知识就够了。当然，书中的实例还涉及到机械、建筑与力学等方面的一些内容。

本书的译稿曾在一机部机床研究所等单位试讲过。根据教学的情况，我们在工程技术人员不易理解的地方适当增加了些注解。另外，为了更能体现内容的先进性，我们还以附录的形式添写了近几年发展起来的、实际使用效果也较好的一种优化方法。

八〇年夏天，福克斯教授来华讲学期间，我们就书中某些问题与作者进行了有益的讨论，并且我们还获悉该书在美国第二次印刷时，作者已经做了一些修改。因此我们在译稿上直接叙述修改后的结果。在此期间，中国科学院应用数学所桂湘云教授也曾提出宝贵意见，谨在此致以谢意。

由于译者的水平有限，错误与疏漏之处在所难免，欢迎读者批评指正。一机部机床研究所副总工程师周延祐同志详细地审阅了全部译稿，并且提出了许多宝贵的修改意见，在此谨表示衷心的感谢。

序 言

(节 译)

本书实际上是一本讲述以电子计算机为工具的设计方法的教科书。或者从另一个角度看，是一本向工程师介绍数学规划的入门书。过去的设计课程往往是论述特定的工程系统或元件的设计，其真正的目的是告诉学生一般应如何去着手进行这些具体的设计，而本书是为解决设计过程中那些难以捉摸的问题提供一个工具。本书还打算满足读者希望能对最优设计这一学科最近的应用情况作适当介绍的要求。这本书里独创的内容很少，但是我把来源十分广泛的材料联结起来，融成一体，以使工程师-设计师易于阅读。许多论题以一种“发展动态综述”的形式写出，这是为了避免随着时间的推移，许多论题必然会逐渐过时，或者将得到进一步阐明而采用的办法。确实，整个最优设计领域现正处于一种生机勃勃的状态中。

本书究竟以写到何种水平为宜，这使作者感到有点困惑。在凯斯西部保留地大学凯斯理工学院里*，我们对土木工程系和机械工程系的高年级学生讲授过此书的简写本。作为必要的准备，对土木系学生，我们先按照较为传统的方式教过一学期的结构设计，机械系学生也以类似的方式先上过机械设计课。而我们这门课则至少可以构成他们在学习设计时的第二

* 凯斯西部保留地大学 (Case Western Reserve University) 位于美国俄亥俄州的克利夫兰。它是在 1967 年由原来的西方保留地大学 (始建于 1826 年) 和凯斯理工学院 (始建于 1830 年) 合并而成的。——译者注

教程。我认为如果使用本书作为设计课的第一教程，甚至作为唯一的教程，那是很不妥当的。因为要能恰当地估量本书所提供的材料的作用，最根本的一点是要使学生对于在设计中所涉及的实际问题的范围有充分的了解。否则他很可能要么把这里所讲的东西作为解决一切设计问题的答案，这当然是不对的；要么感到它与设计毫不相干。我们的最优设计简写本教程包括本书的第一章，第二章的 2.1—2.9 节，第三章的 3.1—3.5 节以及关于线性规划的第 4.4 节。学生只要读过标准的工科大学数学课程，再加对矩阵的表示法有所了解，就能看懂这些内容。为了能用计算机解决一些实际问题，学生还必须念过用诸如 ALGOL 或 FORTRAN 等计算机语言来编制程序的简短课程。在我们这门课中，大约有三分之一的时间是用计算机进行课程设计。在此期间要求学生把一个设计问题用公式来表示，编制程序，并且上机操作予以解决。

对于研究生，可以使用整本书，并再阅读一些参考书目中提到的资料。本书相当严格的数学叙述使学生不难掌握书中所介绍的那些方法。对大多数学生来说，这些内容已经能够满足他们的要求。当然还有一部分学生在读了本书后，将会激起再学习更加正规的运筹学或数学规划课程的欲望。研究生也可以从一个关于某种优化方法的应用或改进的科研项目中获益，这种研究往往就是一篇毕业论文或学位论文的开始。

本书内容的叙述次序与数学规划课程中通常的顺序略有不同。我们在一开始先介绍几个最优设计问题的简单而具体的例子，定义一些术语，并且引进设计空间、约束曲面等概念。第二章讨论求解一般的无约束极小问题的方法。在第三章中，我们介绍了把一般的带约束极值问题转化为无约束问题的方法。在这一章里，我们对各类数学规划问题，例如线性与

非线性规划,凸与非凸规划,连续与离散规划等的区别很少提及,因为所介绍的方法可以类同地处理所有各种问题.第四章讨论了求解带约束极值问题的直接方法,包括可行方向法、梯度投影法以及线性规划.关于线性规划的一节(4.4节)是独立的,因此它可以安排在随便什么地方.但是依我看放在这儿比较合理,因为从本书的前后文来看,它实际上是作为求解带约束极值问题的一个特殊方法而出现的.在第五章中,我们讨论了一些特殊的技巧与应用.

目 录

译者的话.....	iii
序 言.....	v
第一章 最优化问题的数学表达.....	1
1.1 设计变量	3
1.2 设计约束	13
1.3 目标函数	16
1.4 设计空间	22
1.5 问题的整体提法	35
第二章 解无约束极值问题.....	45
2.1 极小的某些性质	46
2.2 网格法和随机方法	51
2.3 单变方法	56
2.4 极小化步长法; 二次插值	61
2.5 模式移步法	69
2.6 Powell 方法: 共轭方向法	71
2.7 梯度方法: 最速下降法	85
2.8 应用斜率信息的极小化步长法	93
2.9 Fletcher 和 Reeves 方法: 共轭梯度法	104
2.10 二阶方法: 牛顿过程	115
2.11 Davidon-Fletcher-Powell 方法: 变度量法	123
2.12 方法的选择	130
第三章 用无约束极小化方法解约束极值问题.....	140
3.1 约束极值问题的某些概念	140
3.2 利用变换消去约束	144

3.3	罚函数方法的起因	149
3.4	用于不等式约束问题的外点罚函数	153
3.5	内点罚函数	165
3.6	用于参数约束问题的罚函数	183
3.7	等式约束问题的罚函数	191
第四章	约束极值问题的直接解法	204
4.1	Lagrange 乘子, Kuhn-Tucker 条件及投影矩阵	205
4.2	可行方向法	222
4.3	梯度投影法	244
4.4	线性规划	258
4.5	用线性规划方法解方向寻求问题	283
第五章	一些特殊技巧及其应用	293
5.1	利用特殊的改进设计方向简化分析	294
5.2	快速再分析方法举例	299
5.3	最优化计算中的近似分析法	306
5.4	响应量的导数	311
5.5	取离散值的设计变量	322
5.6	选择方法时的考虑因素, 结束语	327
附录	乘子法	336

第一章 最优化问题的数学表达

工程是一种活动,在这种活动中产生了设计.工程设计所传达给制造和施工单位的,不仅包括设计人员的创造性成果,而且还有设计过程中提出的全部科学推理和判断的结果.当然,所有时间直接从事设计工作的工程师不多,有些工程师很少进行设计,然而大多数工程活动的最终目的是实现设计的成果或者为设计提供方法或帮助.

除了这些概括性的叙述外,工程设计看来还没有一个为大家普遍接受的定义.有些人认为设计的重要方面是起总的规划功能,决定一项工程的总轮廓.另一些人认为设计具有创造发明的涵义,包含有设想或选择解决工程问题的方法的过程.在另外一些场合,工程设计这个词用来描述确定规格、尺寸或挑选零部件的工作.设计的目的,可以从为一个事先一无所知的问题提供实际解决办法,直到改进或替代一个现存的设计.这里不准备进一步定义究竟什么是设计,因为就我们当前的论题来说,关于其含义的一致认识并不重要.

本书所介绍的内容可以称之为“定量最优设计”.在许多设计问题中,存在着几种可供选择的设计思想:例如,公路桥的梁可以是混凝土的,也可以是钢的,一旦材料选定了,还可以有几种不同的方案.在机械设计中,要获得某一运动输出,可以用凸轮,或者用连杆等等.在这些设计思想里,蕴含着代表零部件的尺寸、大小及其它细节的变量.

本书将采用这样一种观点,即在一个选定的设计思想里

可以有一系列的设计;并且,对于确定设计的那些量,我们要研究选择其数值的方法. 因为我们假定,所选的这些数值,不仅能使设计满足所有提给它的限制和约束,而且还能使设计在某种意义上是最好的,这就产生了最优设计的问题. 我们的方法适用于那些约束非常严格或非常复杂、以致如何着手进行设计还不清楚的情况. 这时主要问题是找出任何一个可接受的设计. 我们要研究的方法是数值方法,因此,在大多数情况下,只有在编写出计算机程序后,这些方法才有实际用处. 我们不仅要利用计算机对设计进行分析,而且也要用计算机确定设计中某些量的大小.

这里提出的方法及其相应的算法,不可能使计算机给出工程问题的新的设计思想,它们只能使计算机在一些预定的设计限制下,去优化预定的设计思想. 因此这种方法并不直接有助于使解法有创造性的发展,但是它能提高工程师获得在一种设计思想下的最好方案的能力. 这些见解形成一种设计工具的基础,其价值将随着一个设计问题中各重要矛盾可定量化表示的程度而异.

本书中提出的许多方法和思想取材于数学规划方面的文献. 数学规划是数学、运筹学的一个分支,它论述一般的优化问题. 然而,我们不只限于探讨数学规划的技巧,因为工程设计问题常常包含特殊的困难或具有特殊的性质,在数学规划文献中是涉及不到这方面内容的.

在这一章,我们将阐明与工程设计有关的一些数学规划的概念及语言. 在本章以及全书中,我们假定工程设计问题已经理想化,如同在工程分析书籍中也要把分析的问题理想化一样. 换句话说,讨论时将假定:设计思想已经选定,而且对于这种类型的设计,有一个适用的数学的分析表达式,总

之,已经把设计理想化为可供分析用的数学模型¹⁾。虽然可以说这个方法回避了工程中一些最重要的问题,但是应该注意到,我们讨论的是一种设计工具而非设计本身。这些方法是工具,正如结构分析中的矩阵位移法是预测结构性态的工具一样,也和机构分析中所用的各种几何技巧是预测机构运动性态的工具一样。在研究分析方法时,为了进行方法本身的研究,我们常常不去考虑如何理想化的一些问题。然而,在应用这些方法时,理想化的技巧会起决定性的作用。正是在这个阶段,需要工程技术人员运用他的全部技能、判断和经验来分析问题。类似地,在设计问题中,确认真正的设计目标、限制以及选择设计类型需要现代设计人员的洞察力和才能。

为了帮助读者把书中的概念和方法与工程设计问题联系起来,我们列举了一些例题。本章将叙述其中的四个例子,记作 E.1—E.4,本书其它章节也将用到它们。这些例子反映了结构和机械设计问题中一些较普遍的特性。但是本书所述方法所能处理的设计问题的范围和复杂程度远远超过了这些例子。因为我们力求选择的例题只用到简单的、为大家所熟悉的理论,所以可以预料,大多数例子都没有多少技术价值。

除了例题 E.1—E.4 外,还举了其它一些示例,用以说明某些特殊问题。这些例子常常是纯数学性的。

1.1 设计变量

在设计过程中,某些量的数值有待选择,这样的量称为设

1) Morris Asimow (1962) 把设计问题的这种理想化称为理想模型的数学表达。Asimow 的书为本书的内容提供了很好的观点,也可参看 Middendorf (1969)。——原书的注

(以后凡是序号带右半圆括号的注均为原书的注。)

计变量。当然，有人曾经用过其它的名称，这里称为设计变量，仅仅是作者的偏爱。在可以选用的其它名称中，最富于描述性的也许是“结构参数”或“结构变量”。举几个简单的例子可以帮助我们搞清设计变量的概念。

考虑下面的例子：一辆汽车已经全部设计好，并且造出了样品。样品的一个主要问题是乘坐及操纵特性。首先考虑的改善措施是为前悬挂系统选择一套“更好”的弹簧和阻尼器。

如果将采用的是线性弹簧²⁾，则其刚度 k 可以作为一个设计变量。假如阻尼器是一个简单的粘性阻尼器³⁾，则阻尼系数 C 可以作为第二个设计变量。 k 和 C 可以选取不同的值，我们称它们的每一组值为前端缓冲系统的一个“设计”。很清楚，即使非线性弹簧更为有效，但无论 k 取什么值，都不能得到非线性弹簧设计；类似地不论 C 取什么值，得到的总是线性粘性阻尼器，而不会是其它更先进的阻尼器。

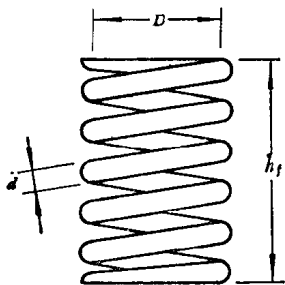


图 1.1

给出 k 的值，并不是实际地“设计”了弹簧。然而就汽车的乘坐特性来说， k 的值可能恰当地体现了它的重要特性。另一方面，在某些情况下，可能要求把问题分解成更细的一些

2) 力 = $k \times$ 位移。

3) 力 = $C \times$ 速度。

设计变量。例如，可以用 n ——圈数； d ——钢丝的直径； D ——弹簧的平均直径以及 h_f ——弹簧的自由高度(见图 1.1)来代替 k 。一组 d, n, D 和 h_f 的值比单独一个 k 值在更大的程度上“设计”了弹簧。当然，上述讨论是以假定设计螺旋弹簧为基础的，这只是很多种可能性中的一种。

作为另一个例子，我们来研究一个三维桁架结构，它的某些点是固定的或者是支承在“地”上的，而某些点则承受载荷(见图 1.2)。桁架由一些在“节点”处铰接的直杆组成。节点中有一些支承在地上，有一些承载，也有一些既不支承在地上又不是承载点。

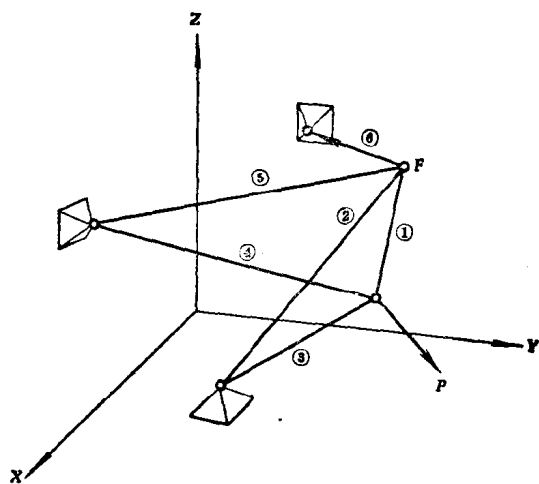


图 1.2

假设所有节点的位置已经选定，或者已由某些事先的考虑所决定；那么剩下的问题就是“设计”各个直杆。结构中 n 个杆件的横截面积 A_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 可以作为一组合适的设计变量。全部 A_i 的一组值，在某种意义上确定了结构的

一个设计。然而，正象前一个例子中的弹簧一样，可能需要更细地分解问题。例如，在需要考虑各个杆件的轴向屈曲*时， A_i 就不足以代表它们的特性了，也许可以用某个近似公式把惯性矩与面积联系起来，但较为普遍的情形是，选定特定形状的横截面后，取其特征尺寸作为设计变量。例如对于管状杆件，可以取第 i 个杆的平均直径 d_i 和壁厚 t_i 作为设计变量（见图 1.3）。

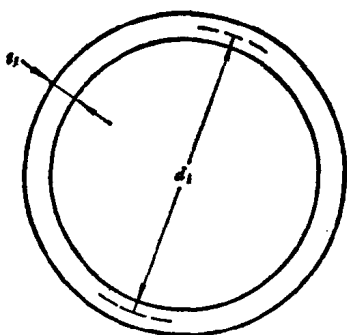


图 1.3

在设计过程中，如果非加载节点的位置可作改变。在这种情形下，三值一组的设计变量** 将确定每一个非加载节点的位置。

我们经常要提到设计变量向量 $\mathbf{D}$ ，它是一个列向量，包含了某一特定问题中的所有设计变量。例如，如果图 1.2 所示的桁架是由管状杆件组成的，并且非加载节点 F 的位置在设计结构时是可以改变的，则向量 $\mathbf{D}$ 可以定义⁴⁾为

* 或称为纵弯曲，也可称为压杆稳定性，在本书中均译为屈曲。——译者注
(以后凡是用*, **, ... 表示的注均为译者注。)

** 指点的空间坐标值。

4) 以下凡写成 $\mathbf{D} = (d_1, t_1, d_2, \dots, z)$ 的向量均表示式 (1.1) 所示的列向量，符号 $\mathbf{D}^T$ 表示一个行向量。

$$D = \begin{bmatrix} d_1 \\ t_1 \\ d_2 \\ t_2 \\ d_3 \\ t_3 \\ d_4 \\ t_4 \\ d_5 \\ t_5 \\ d_6 \\ t_6 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

向量中分量的次序完全是任意的,可以使用任何方便的顺序.一旦规定了这样一种向量的组成,则其中任意一个特定的向量都可以说是一个“设计”⁵⁾.例如

$$D = (1.0, 0.1, 1.0, 0.1, 2.0, 0.1, 1.0, 0.5, \\ 1.5, 0.2, 2.5, 0.3, 1.0, 5.0, 3.5)$$

确定了图 1.2 的一个特定设计.

在许多场合,不选明显的物理量而选某些其它的量作为设计变量是有好处的.例如,对于桁架,可选 $r_i = d_i/t_i$ (直径与壁厚之比)和 $A_i = \pi d_i t_i$ (横截面面积)作为设计变量.因为

$$d_i = (r_i A_i / \pi)^{1/2}, \quad (1.2)$$

5) Asimow (1962) 把这称为设计思想或理想模型的“表现形式”。

$$t_i = (A_i/\pi r_i)^{1/2}, \quad (1.3)$$

所以如同 d_i 和 t_i 一样, r_i 和 A_i 这两个量完全确定了第 i 个杆件的设计. 这样的变量替换, 不仅可以简化导出问题的数学表达式的过程, 而且对问题的求解有相当的好处. 在第三章和第五章将进一步讨论变量替换的问题.

在下面的讨论中, 我们偶尔把某些量称为预定参数, 或简称为参数. 这些量, 加上设计变量, 完全确定了一个设计. 但是由于这种或那种理由, 这些量在设计过程中将看成是不变的. 在桁架的例子中, 如果把节点 F 看作固定在空间的某一点 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, 则 $\bar{x}$, $\bar{y}$ 和 $\bar{z}^{(6)}$ 就是参数. 类似地, 如果把 r_i 取为某个定值 $\bar{r}_i$, 则这个量也是一个参数. 有很多理由可以把一些量指定为参数: 可能是因为设计人员不能随意改变这个特定的量, 或者是根据经验知道, 参数取某个值时效果良好. 更为重要的理由是, 把某些量固定不变, 往往可以使问题大大地简化.

设计变量分析(“网格分析”)

对于熟悉“参数分析”这一概念的人, 我们关于参数的定义可能会引起混乱. 根据本书所采用的意思, 可以把这个很有用的设计工具称为设计变量分析. 设计变量分析就是对某一范围的一系列设计作系统的分析研究, 以便从中找出一个好的或“最好的”设计. 通常, 为了选择一个合适的设计, 要研究和比较所有这些设计的特性. 因为这种分析与以后要讨论的比较定型的方法之间存在着有趣的联系, 所以此处予以简要的讨论. 我们将以贯穿全书的四个例题之一为例来说明这种分析.

6) 字母上横线有时用来表示一个变量的某一特定常数值.