经济数学基础

主　编　郭立焕　白长珍

副主编　张洪俊　朱尚伟

中国商业出版社

(京)新登字 073 号

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础/郭立焕、白长珍主编,—北京:中国商业出版社,
1994.6
ISBN 7—5044—2222—3
Ⅰ.经… Ⅱ.①郭…②白… Ⅲ.经济—应用数学 Ⅳ.F224.0

经济数学基础

主 编 郭立焕 白长珍

副主编 张洪俊 朱尚伟

*

中国商业出版社出版发行

(北京宣武区广安门内报国寺一号)

邮政编码 100053

山西省美术印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开 17 印张 423 千字

1994 年 6 月第 1 版 1994 年 6 月第 1 次印刷

印数:1—6000 册

*

ISBN 7—5044—2222—3

F·1405 定价:11.70 元

前　言

随着经济体制改革的深入和社会主义市场经济的建设，在我国的经济领域发生了深刻的变化。成人高等教育经济类各专业的教学内容急待更新。山西财经学院为了保证教学质量，适应社会主义市场经济体制对成人高等教育的要求，在全面修订教学计划的基础上，修订、重编了这套成人高等教育教材。

这次教材修订和重编，我们遵循邓小平同志关于建设中国特色的社会主义理论，按照社会主义市场经济的理论框架，理论联系实际，坚持思想性、科学性、开放性、适应性、启发性相统一、由浅入深、循序渐进，准确反映现代经济科学发展的理论水平及我国经济体制改革的最新成果。同时，注意了成人教育"自学为主，面授为辅"的教学特点，力求方便学生的自学。

这套教材，通俗易懂，便于自学，除适用于成人高等教育经济类各专业教学使用外，也可以作为普通全日制高等学校及中等专业学校、专业证书班经济类专业教材和广大经济管理干部自学参考。

山西财经学院成人教育分院

一九九四年六月

目　录

第一篇　微积分

第二篇 线性代数

第三篇 线性规划

第 一 篇

微 积 分

第一章　函　　数

本章是对中学数学内容的重点复习，它是学习后面几章的基础，因此，在学习本章时，应掌握区间的概念、绝对值的概念和性质，熟悉基本初等函数的种类、性质和图象。要求会把一个复合函数分解成几个简单函数；并深刻理解函数的概念，会求函数的定义域和一个函数的反函数。

§1.1　实　　数

一、实数与数轴

人们对数的认识是逐步发展的，先是自然数，继而发展到有理数，再进一步发展到无理数。

所谓有理数是指可以表示为$\frac{q}{p}$(其中p与q都是整数，且$p\neq0$)形式的数，$\frac{q}{p}$要么是整数，要么是分数，(如果p能被q整除，则$\frac{q}{p}$是整数，如果不能整除，则$\frac{q}{p}$是分数)，分数则可以看成有限小数或无限循环小数，反过来，有限小数或无限循环小数都可以表示成分数的形式。

所谓无理数是指不能表示为$\frac{q}{p}$这种形式的数，可以证明无理数必是无限不循环小数，反之，无限不循环小数必是无理数。

有理数和无理数总称为实数，这样，我们有

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\\ \text{分数(有限小数或无限循环小数)}\end{cases}\\ \text{无理数(无限不循环小数)}\end{cases}
$$

在中学里，我们知道，数轴是一条确定了原点、方向和长度单位的直线（如图 1.1）。

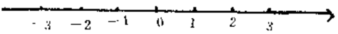

图 1.1

这样，全体实数就与数轴上的点建立了一一对应的关系。

如果任给两个有理数a、$b(a<b)$，则在a、b之间至少可以找到一个有理数c，使得$a<c<b$，例如$c=\dfrac{a+b}{2}$。同理，在a、c之间也至少可以找到一个有理数d，使得$a<d<c$。据此可知，无论a、b这两个有理数相差多么小，在a、b之间总可以找到无穷多个有理数，这就是有理数的稠密性。因为任何一个有理数必与数轴上的一个有理点相对应，所以数轴上任意两个有理点之间总存在着无穷多个有理点，即有理点在数轴上是处处稠密的。

尽管有理点在数轴上是处处稠密的，但是有理点尚未充满数轴。我们知道，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$ 都是无理数，且无理数有无穷多个，所以数轴上无理点也是处处稠密的。因此，数轴上除了有理点之外还有无穷多个“空隙”，这些空隙便是无理点。实数充满数轴而且没有空隙，这就是实数的连续性。

二、绝对值

我们知道，一个实数x，它的绝对值记作$|x|$，其定义为

$$
|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}
$$

由此可知，正数与零的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数。

绝对值$|x|$的几何意义是表示数轴上点x与原点之间的距离。

绝对值有下面的性质(证明从略)：

(1) $|x| = \sqrt{x^2}$　　(2) $|x| \geqslant 0$

(3) $|-x| = |x|$　　(4) $-|x| \leqslant x \leqslant |x|$

(5) 若 $|x| < a(a > 0)$,则 $-a < x < a$

(6) 若 $|x| > a(a > 0)$,则 $x < -a$ 或 $x > a$

(7) $|x+y| \leqslant |x| + |y|$　　(8) $|x-y| \geqslant |x| - |y|$

(9) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$　　(10) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

三、区间

设 a、b 是两个实数,且 $a < b$,则

(1) 满足不等式 $a < x < b$ 的实数 x 的全体叫做以 a、b 为端点的开区间,记作 (a,b)；

(2) 满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的实数 x 的全体叫做以 a、b 为端点的闭区间,记作 $[a,b]$；

(3) 满足不等式 $a \leqslant x < b$ 或 $a < x \leqslant b$ 的实数 x 的全体叫做以 a、b 为端点的半开区间,记作 $[a,b)$ 或 $(a,b]$；

(4) 满足不等式 $a < x < +\infty$ 或 $a \leqslant x < +\infty$ 的实数 x 的全体所表示的区间是一个无限区间,记作 $(a,+\infty)$ 或 $[a,+\infty)$；

(5) 满足不等式 $-\infty < x < b$ 或 $-\infty < x \leqslant b$ 的实数 x 的全体所表示的区间也是一个无限区间,记作 $(-\infty,b)$ 或 $(-\infty,b]$；

(6) 满足不等式 $-\infty < x < +\infty$ 的实数 x 的全体所表示的区间也是一个无限区间,记作 $(-\infty,+\infty)$。即全体实数。

四、邻域

邻域仍是一种区间,在一般情况下,邻域是指很小的区间(如图 1.2)。

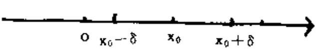

图 1.2

在数轴上取某一线段作为一个区间，这个区间的中心记为 x_0，中心 x_0 到区间两个端点的距离记为 $\delta(\delta>0)$（δ 叫做半径），这样这个区间左右两个端点分别是 $x_0-\delta$、$x_0+\delta$ 因此，我们把区间 $(x_0-\delta, x_0-\delta)$ 叫做以 x_0 为中心，以 δ 为半径的 x_0 的邻域。

§1.2 函　　数

一、函数的概念

定义 1.1　设 x 与 y 是两个变量，如果对变量 x 的变化范围内的每一个数值，变量 y 都有一个确定的数值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的函数。

其中 x 叫自变量，y 叫因变量。今后，我们用 $y=f(x)$，$y=g(x)$，$y=F(x)$ 等来表示 y 是 x 的函数。若 $y=f(x)$ 是一个函数，这个函数中自变量 x 的变化范围叫做这个函数的定义域，记作 $D(f)$，而函数值的变化范围叫做这个函数的值域，记为 $V(f)$，对 $D(f)$ 中的自变量 x_0，其函数值可记为 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$。

例 1　已知 $f(x)=x^2-3$，求 $f(o)$、$f(-1)$、$f[f(x)]$。

解　$f(o)=o^2-3=-3$　$f(-1)=(-1)^2-3=-2$

$$f[f(x)]=(x^2-3)^2-3=x^4-6x^2+6$$

例 2　求 $y=\sqrt{\dfrac{x-2}{x+1}}$ 的定义域。

解　欲使上式有意义，必须

$$\frac{x-2}{x+1}\geqslant o \quad 即 \begin{cases} x-2\geqslant 0 \\ x+1>0 \end{cases} 或 \begin{cases} x-2\leqslant 0 \\ x+1<0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x\geqslant 2 \\ x>-1 \end{cases} 或 \begin{cases} x\leqslant 2 \\ x<-1 \end{cases} \Rightarrow x\geqslant 2 或 x<-1$$

$$\therefore\quad D(f)=(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$$

例 3　求 $y = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x}$ 的定义域。

解　欲使上式有意义，必须

$1 - x^2 \geqslant 0$ 且 $x \geqslant 0$ 即

$$\begin{cases}1 - x^2 \geqslant 0 \\ x \geqslant 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}1 \geqslant x^2 \\ x \geqslant 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-1 \leqslant x \leqslant 1 \\ x \geqslant 0\end{cases} \Rightarrow 0 \leqslant x \leqslant 1$$

$\therefore\ D(f) = [0,1]$

二、确定函数的要素

函数概念反映着自变量与因变量之间的依从关系。它涉及到定义域、值域和对应规则。但是，只要定义域和对应规则确定了，值域也就随着确定了，所以，定义域和对应规则是确定函数的两个要素。只要两个函数的这两个要素都相同，那么这两个函数就相同，这两个要素中至少有一个不相同，那么这两个函数就不相同。例如 $y = f(x) = x^2 + 2x + 1$ 与 $y = g(x) = (x+1)^2$ 是同一个函数，因为这两个要素都相同，而 $y = f(x) = \frac{x^3}{x}$ 与 $y = g(x) = x^2$ 不是同一个函数，因为前者的定义域是 $(-\infty,0)U(0,+\infty)$，而后者的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，两者的定义域是不同的，两者的对应规则也不同。

三、函数的表示法

常用的函数的表示法有三种。

1、公式法（解析法）：就是用数学公式来表示函数。例如 $y = \sqrt{x}$，$y = sinx$，$y = log_a x + 1$ 等都是用公式表示的函数。

上面所列举的函数，都是用一个公式表示了一个函数。但是有的函数是用一个公式表示不出来的，而得用两个或两个以上的公式表示，这样的函数叫分段函数。例如

$$y = |x| = \begin{cases} x & x \geqslant 0 \\ -x & x < 0\end{cases}$$

$$y = f(x) = \begin{cases} x+1 & x<0 \\ 0 & x=0 \\ x-1 & x>0 \end{cases}$$

在实际生活中，分段函数的例子也是常见的，例如某路公共汽车，票价 y(单位：元) 与站数 x 间的函数关系是

$$y = \begin{cases} 0.1 & 1 \leqslant x \leqslant 5 \\ 0.2 & 6 \leqslant x \leqslant 10 \\ 0.3 & x \geqslant 11 \end{cases}$$

也就是说，从第一站到第五站票价是 0.1 元，从第六站到第十站票价是 0.2 元，从第十一站到终点站票价是 0.3 元。

学习分段函数时应注意下面几点：

(1) 分段函数是用几个公式合起来表示的一个函数，而不是几个函数。

(2) 分段函数的定义域是各段定义域的并集。

(3) 在处理问题时，对属于某一段的自变量值就应用该段的表达式。

公式法的优点是准确、简单、便于进行理论研究。

2. 表格法　就是将自变量的一系列值与其对应的函数值列成一张表来表示函数。例如中学里数学用表中所列的立方根表、三角函数表、对数表等。表格法的优点是便于实用。

3. 图形法　就是在平面直角坐标系中用图形来表示函数 $y = f(x)$。但是，有些很难用公式表示的函数我们根据已知条件却可以给出其图形。例如某一天中气温自动记录仪记录了该天中气温T与时间t的函数关系的曲线如下(图 1.3)

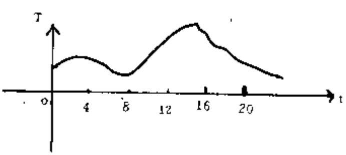

图 1.3

用图形法表示函数的优点是它的直观性，函数的变化趋势从图形上可以一目了然，便于对函数进行定性分析。

上述三种方法各具优点，它们常常配合使用。

§1.3 经济中常用的函数

一、需求函数

消费者的需求量一般总是与价格有关系的，需求量是随着价格的提高而减少的。当然需求量还与消费者的收入、嗜好、季节、商品的质量、品种等因素有关，如果我们舍弃别的因素，只考虑需求与价格之间的关系，则消费者在一定的价格条件下对某种商品的购买量称为需求。如果把需求量Q看成价格P的函数，这就是我们要讲的需求函数，记作$Q=f(p)(p>0)$。

一般说来，消费者的购买量是随着价格上涨而减少，或随着价格下降而增加，所以需求函数通常是单调减的。

二、供给函数

供给是指在某一时期内，在一定的价格水平下，商品的生产量。一般说来，供给是随着价格上涨而增加的，或随着价格下降而减少，这是因为，当价格上涨时，生产者的积极性提高，生产量增加。如果把供给量Q看作价格p的函数，这就是我们要讲的供给函数，记作$Q=g(p)(p>0)$。

据以上所讲，供给函数是单调增的，供给函数的图形称为供给曲线（如图1.4），供给曲线与p轴的交点为(p_0,O)，由于$p_0>0$，在经济上应理解为只有价格超过p_0时，生产者才开始提供产品。

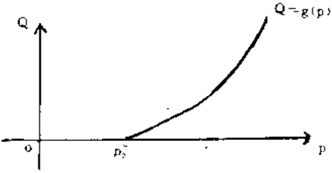

图 1.4