

毫米波集成电路的设计 及其应用

王家礼 吴万春



西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书共分五章：前三章介绍毫米波集成电路常用的微带线、鳍线、槽线、集成介质波导等新型传输线的特性和分析方法以及在毫米波波段所应考虑的问题；第四章介绍介质谐振器及其耦合机构的分析方法和设计方法；第五章介绍各种不连续区域的分析方法和一些典型器件的设计方法。

本书在讨论新型传输线和元件的特性以及分析方法时，着重介绍了现代的数值计算方法和计算机辅助设计，与此同时对某些近似的分析也做了必要的介绍。

本书可作为电磁场与微波技术学科研究生的教材，也可供从事微波技术工作的科技人员以及高等院校学生参考。

毫米波集成电路的设计及应用

王家礼 吴万春

责任编辑 王绍菊

西安电子科技大学出版社出版发行

西安电子科技大学印刷厂印刷

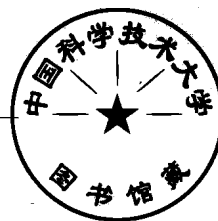
新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 18 字数 429 千字

1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷 印数 1-2 000

ISBN7-5606-0086-7/TN·0030

定价：3.60 元



前 言

毫米波集成电路是近二十年来发展起来的新技术,利用这些新技术、新理论和新的方法已分析研究了许多毫米波系统和元件,获得了重要的成果,使其成为电磁场和微波技术学科的一个重要分支。对于新一代微波技术学科的研究生,这是一门必须攻读的基本课程。

本书共分五章;第一章介绍微带传输线的特性和分析方法,及其在毫米波段应用中应考虑的问题;第二章介绍鳍线和槽线的特性及其分析方法;第三章介绍毫米波集成介质波导的特性及其设计方法;第四章介绍介质谐振器及其耦合结构;最后一章介绍各种不连续区域的特性和分析方法,同时还介绍一些典型器件的设计方法。全书对一些常用的传输线和无源器件给出计算机辅助设计的方法和程序,以供读者选用。

本书是作者在为研究生讲授微波、毫米波与光集成电路的理论基础课程的基础上,参考了一些近期杂志上发表的文章,以及自己的一些科研成果而编写的。由于作者学术水平有限,难免有些缺点和错误,希望读者批评指正。

本书在编写过程中,得到了西安电子科技大学许多同志和研究生的帮助,在此对他们致以衷心的感谢。

作 者

1988年8月

目 录

第一章 微带传输线

§ 1.1 引言	1
§ 1.2 用保角变换法分析微带线的特性	2
§ 1.3 用格林函数法和变分法计算微带线特性	13
§ 1.4 用谱域格林阻抗法分析微带线的特性	23
§ 1.5 用奇异积分方程法分析微带线的特性	33
§ 1.6 微带线的设计	42

第二章 槽线与鳍线

§ 2.1 引言	53
§ 2.2 用横向谐振法分析槽线特性	54
§ 2.3 用谱域法分析槽线特性	67
§ 2.4 共面线	75
§ 2.5 用模匹配法分析双鳍线的特性	80
§ 2.6 用谱域法分析鳍线的特性	88

第三章 毫米波集成介质波导

§ 3.1 引言	105
§ 3.2 矩形介质波导	108
§ 3.3 矩形介质镜象波导	124
§ 3.4 耦合矩形介质镜象波导	140
§ 3.5 矩形绝缘介质波导	147
§ 3.6 用广义传输线法计算介质集成波导的特性	154

第四章 介质谐振器

§ 4.1 引言	166
§ 4.2 矩形介质谐振器的特性	167
§ 4.3 圆柱形介质谐振器的特性	177
§ 4.4 介质谐振器间的耦合	198
§ 4.5 介质谐振器与微带线间的耦合	212

第五章 微波、毫米波集成电路无源器件的计算机辅助设计

§ 5.1 引言	218
§ 5.2 微带不连续区域的修正	218

§ 5.3 矩形波导中全金属平面电路的不连续性	231
§ 5.4 矩形波导全金属平面电路带通滤波器的优化设计	245
§ 5.5 介质谐振器滤波器的机辅设计	253
§ 5.6 毫米波集成介质波导定向耦合器的优化设计	268
§ 5.7 毫米波集成介质波导定向耦合器的近似设计	272
参考文献	279

第一章 微带传输线

§ 1.1 引言

微带传输线又称微带线。它是微波集成电路中的一种极其重要的传输线。用它可以构成各种微波无源元件和有源元件的无源部分，从而使得微波设备小型化和集成化成为可能，并大大提高了整机性能。以往微带线主要用于 S 和 X 波段。近年来，微带线又进一步应用在毫米波集成电路中。

微带线的特性受到基片材料的影响很大，毫米波集成电路中应用的微带线应选用低介电常数的介质基片。微带线制作在此基片上使得导带宽度增大，导体损耗减小；高次模出现在较高的频率上，从而展宽工作频带；微带线的波导波长相对来讲比较长，因此可以采用光刻技术，降低制造公差。毫米波集成电路的介质基片一般可以选用石英。石英的表面光洁度高，损耗小 ($\text{tg}\delta \leq 10^{-4}$)，介电常数低 ($\epsilon_r = 2.78$)。但石英的机械性能差，很容易损坏。近年来普遍采用以玻璃纤维为增强材料的聚四氟乙烯材料和以微纤维为增强材料的聚四氟乙烯材料，特别是后一种性能更好。目前我国已研制出性能与美国 RT/Duroid5880 相接近的介质基片，其特点是：各向同性；介电常数低 ($\epsilon_r = 2.2 \sim 2.8$)；介电损耗小 ($\text{tg}\delta \leq 5 \times 10^{-4}$)；价格便宜，加工方便等。

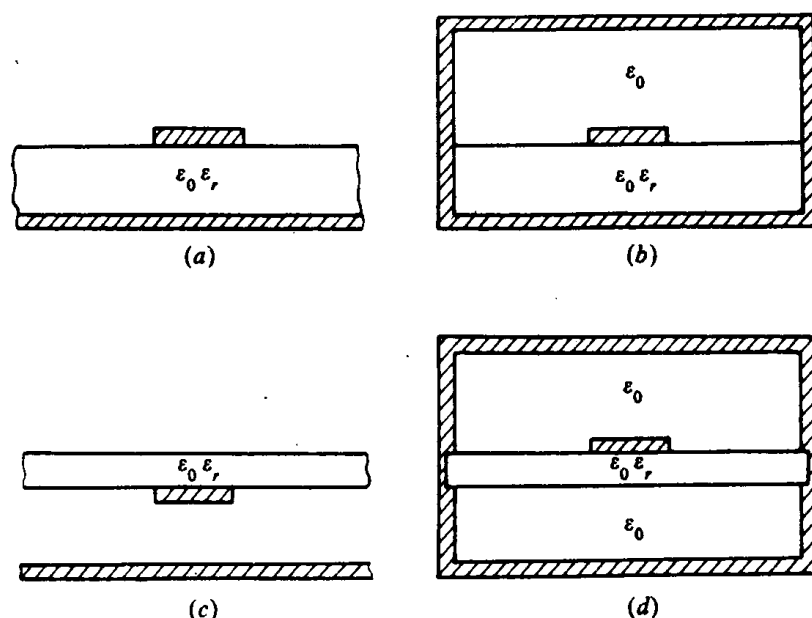


图 1.1-1 各种微带线的结构

微带线的结构有标准开式微带线、屏蔽微带线以及倒置微带线和悬置微带线，分别由图 1.1-1(a)、(b)、(c)、(d)所示。悬置微带线更适合毫米波波段的的应用，这是因为电磁场能量集中在高介电常数的介质基片内，电磁场远离接地平面，从而降低导体损耗。

目前分析微带线特性的方法有两种，其一是准静态法。此方法是假定微带线传输准

TEM 波, 完全忽略微带线中传输波的色散特性和高次模。此类方法包括保角变换法、格林函数法、变分法等。其二是全波分析法。微带线属于不均匀介质系统, 其中既不存在 TEM 模, 也不存在纯 TE 模或 TM 模, 而是 TE 和 TM 的混合模, 因此必须用混合模理论来分析它。混合模理论的分析方法是从麦克斯韦方程出发, 导出赫姆霍茨方程, 再利用给定的边界条件来求解此方程。此类方法包括模匹配法、奇异积分方程法、谱域法以及各种数值方法。本章将用这些方法来分析微带线的特性。

§ 1.2 用保角变换法分析微带线的特性

当微带线的介质基片 $\epsilon_r = 1$ 时, 此微带线就是空气微带线, 它传输的主模是 TEM 模, 可以用保角变换法求其精确解, 然后再求 $\epsilon_r \neq 1$ 时微带线的近似解。

一、空气微带线的精确解

微带线的特性主要是由其特性阻抗 Z_0 来描述, 而空气微带线中传输的主模是 TEM 模, 故可用保角变换法来计算其特性, 即首先利用保角变换法计算出微带线的单位长电容 C_0 , 然后利用下式确定其特性阻抗

$$Z_0 = \frac{1}{v_0 C_0} \quad (1.2-1)$$

式中 $v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ 是空气中的光速。

用保角变换法求空气微带线的精确解时, 可先将接地板去掉, 以其镜像代之, 成为对称宽边耦合平行双带线 (图 1.2-1(a)), 根据电场的对称性可以断定, 对称面①—②、④—⑤、⑦—⑧为磁壁, 两根导带与原接地板所在平面为电壁。

解此问题的步骤是: 取图 1.2-1(a) 中的虚折线①~⑧作为 z 平面上的一个多边形, 应用许瓦兹-克里斯托夫变换, 将它变到 t 平面的实轴上, 并把各顶点在 t 平面上的对应点规定为如图 1.2-1(b) 所示。然后再将 t 平面的上半空间变换到 w 平面的矩形区域, 如图 1.2-1(c) 所示, 则该微带线的单位长电容即可由矩形区域对应点的坐标得到。

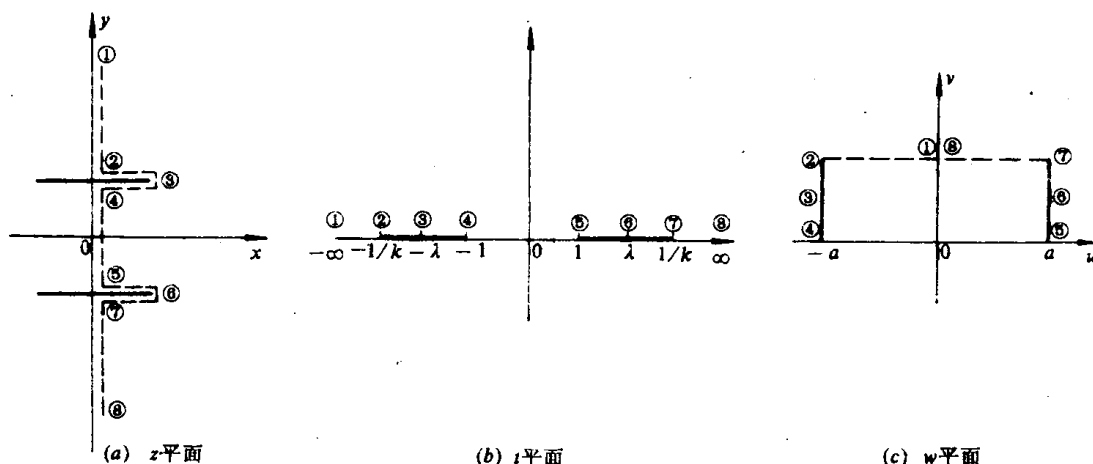


图 1.2-1 对称平行线的保角变换过程

1. 由 z 平面到 t 平面的变换

将两个平面上各对应点位置及 z 平面上各顶点的内转角列于表 1.2-1 中。其中 k 是小于 1 的正实数, λ 是小于 1 的实数, 都是待定常数。在 t 平面上, 1、0、 ∞ 是选定的三个固定点的值。

表 1.2-1 各对应点位置与内转角关系

对应点号码 n	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
z_n	$j\infty$	jh	$a+jh$	jh	$-jh$	$a-jh$	$-jh$	$-j\infty$
t_n	$-\infty$	$-1/k$	$-\lambda$	-1	1	λ	$1/k$	∞
α_n		$\pi/2$	2π	$\pi/2$	$\pi/2$	2π	$\pi/2$	

按照许瓦兹-克瑞斯托夫变换有

$$\begin{aligned}
 z &= A \int_0^t \left(t + \frac{1}{k}\right)^{-\frac{1}{2}} (t + \lambda)(t + 1)^{-\frac{1}{2}} \left(t - \frac{1}{k}\right)^{-\frac{1}{2}} (t - \lambda)(t - 1)^{-\frac{1}{2}} dt + B \\
 &= A \int_0^t \left(t^2 - \frac{1}{k^2}\right)^{-\frac{1}{2}} (t^2 - \lambda^2)(t^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} dt + B \\
 &= \frac{A}{k} \int_0^t \frac{k^2(t^2 - \lambda^2)}{\sqrt{(1 - k^2 t^2)(1 - t^2)}} dt + B
 \end{aligned} \tag{1.2-2}$$

由于 $z=0$ 点对应 $t=0$, 所以积分常数 $B=0$, 即

$$z = \frac{A}{k} \int_0^t \frac{k^2(t^2 - \lambda^2)}{\sqrt{(1 - k^2 t^2)(1 - t^2)}} dt \tag{1.2-3}$$

这是一个不能用初等函数来表示的积分, 实质上是一个椭圆积分。现将(1.2-3)式化成标准椭圆积分的形式。首先把被积函数分成部分分式, 再令 $t = \sin \varphi$ 得

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{A}{k} \int_0^t \sqrt{\frac{1 - k^2 t^2}{1 - t^2}} dt + \frac{A}{k} (1 - k^2 \lambda^2) \int_0^t \frac{1}{\sqrt{(1 - t^2)(1 - k^2 t^2)}} dt \\
 &= -\frac{A}{k} \int_0^\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \frac{A}{k} (1 - k^2 \lambda^2) \int_0^\varphi \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi
 \end{aligned} \tag{1.2-4}$$

式中, 右边的第二个积分是第一类椭圆积分 F ; 第一个积分是第二类椭圆函数积分 E , 二者的模数都是 k 。因此(1.2-4)式可用椭圆积分表示为

$$z = \frac{A}{k} [E(k, \varphi) - (1 - k^2 \lambda^2)F(k, \varphi)] \tag{1.2-5}$$

式中, $\varphi = \sin^{-1} t$, A 、 k 、 λ 是三个待定常数, 可由⑤、⑥、⑦三个点上 z 平面和 t 平面的对应关系来求得。

首先利用⑤点来确定 A 。将 $z_5 = -jh$, $t_5 = 1$ (即 $\varphi = \frac{\pi}{2}$) 代入(1.2-5)式, 并注意到当

$\varphi = \frac{\pi}{2}$ 时 $E(k, \varphi) = E(k, \frac{\pi}{2}) = E(k) = E$, $F(k, \varphi) = F(k, \frac{\pi}{2}) = K(k)$, 就可以得到

$$-jh = \frac{A}{k} [E(k) - (1 - k^2 t^2)K(k)]$$

即

$$A = \frac{-jhk}{E(k) - (1 - k^2 t^2)K(k)}$$

于是

$$z = -jh \frac{E(k, \varphi) - (1 - k^2 \lambda^2)F(k, \varphi)}{E(k) - (1 - k^2 \lambda^2)K(k)} \quad (1.2-6)$$

式中, $E(k)$ 是第二类完全椭圆积分; $K(k)$ 是第一类完全椭圆积分。

其次利用⑦点来确定 λ 。将 $z_7 = -jh$, $t_7 = \frac{1}{k}$ 代入(1.2-6)式, 得到

$$-jh = -jh \frac{E\left(k, \sin^{-1} \frac{1}{k}\right) - (1 - k^2 \lambda^2)F\left(k, \sin^{-1} \frac{1}{k}\right)}{E - (1 - k^2 \lambda^2)K} \quad (1.2-7)$$

因为 $k < 1$, 故 $\sin^{-1} 1/k$ 不是实数, 还须对椭圆函数进行展开。因为

$$\begin{aligned} F\left(k, \sin^{-1} \frac{1}{k}\right) &= \int_0^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \\ &= \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} + j \int_1^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} \end{aligned}$$

上式中右边第一个积分是第一类完全椭圆积分 $K(k)$, 第二个积分经变换式

$$t = \frac{1}{\sqrt{1 - k'^2 \tau^2}}, \quad k'^2 = 1 - k^2$$

变换后, 变成

$$\int_1^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k^2 t^2)}} = \int_0^1 \frac{d\tau}{\sqrt{(1-\tau^2)(1-k'^2 \tau^2)}} = K(k') = K'$$

这是第一类余完全椭圆积分, k' 称为余模数。于是有

$$F\left(k, \sin^{-1} \frac{1}{k}\right) = K(k) + jK(k') = K + jK' \quad (1.2-8)$$

又因

$$E\left(k, \sin^{-1} \frac{1}{k}\right) = \int_0^1 \sqrt{\frac{1 - k^2 t^2}{1 - t^2}} dt + j \int_1^{1/k} \sqrt{\frac{1 - k^2 t}{t^2 - 1}} dt$$

上式右边第一个积分是第二类完全椭圆积分 $E(k)$, 而在第二个积分中, 令

$$t = \frac{1}{k} \sqrt{1 - k'^2 \tau^2}$$

则有

$$\begin{aligned}
 \int_1^{1/k} \sqrt{\frac{1-k^2 t^2}{t^2-1}} dt &= \int_0^1 \frac{k'^2 \tau^2}{\sqrt{(1-\tau^2)(1-k'^2 \tau^2)}} d\tau \\
 &= \int_0^1 \frac{d\tau}{\sqrt{(1-\tau^2)(1-k'^2 \tau^2)}} - \int_0^1 \sqrt{\frac{1-k'^2 \tau^2}{\tau^2-1}} d\tau \\
 &= K(k') - E(k') = K' - E'
 \end{aligned}$$

其中 E' 是第二类余完全椭圆积分。于是有

$$\begin{aligned}
 E\left(k, \sin^{-1} \frac{1}{k}\right) &= E(k) + j[K'(k) - E'(k)] \\
 &= E + j(K' - E')
 \end{aligned} \quad (1.2-9)$$

将(1.2-8)和(1.2-9)式代入(1.2-7)式中得

$$\frac{E + j(k' - E') - (1 - k^2 \lambda^2)(K + jK')}{E - (1 - k^2 \lambda^2)K} = 1$$

由其虚部得到

$$K' - E' - (1 - k^2 \lambda^2)K' = 0$$

即

$$\lambda^2 = \frac{1}{k^2} \frac{E'}{K'} \quad (1.2-10)$$

这时(1.2-6)式变为

$$z = -jh \frac{K'E(k, \sin^{-1} t) - (K' - E')F(k, \sin^{-1} t)}{EK' - (K' - E')K}$$

根据完全椭圆积分的性质

$$EK' + E'K - KK' = \frac{\pi}{2}$$

所以上式变为

$$z = -j \frac{2h}{\pi} \{K'E(k, \sin^{-1} t) - (K' - E')F(k, \sin^{-1} t)\} \quad (1.2-11)$$

最后利用⑥点来确定模数 k 。将 $z_6 = a - jh$, $t_6 = \lambda = (1/k)(\sqrt{E'/K'})$ 代入(1.2-10)式

$$a - jh = -j \frac{2h}{\pi} \left\{ K'E(k, \sin^{-1} \lambda) - (K' - E')F(k, \sin^{-1} \lambda) \right\}$$

式中

$$\begin{aligned}
 F(k, \sin^{-1} \lambda) &= \int_0^\lambda \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \\
 &= \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} + \int_1^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \\
 &\quad + \int_{1/k}^\lambda \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}}
 \end{aligned}$$

$$= K + jK' + \int_{1/k}^{\lambda} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}$$

令 $t = \frac{1}{\sqrt{1-k'^2\tau^2}}$, $k'^2 = 1 - k^2$ 并代入上式则

$$\begin{aligned} F(k, \sin^{-1} \lambda) &= K + jK' - j \left\{ \int_0^1 \frac{d\tau}{\sqrt{(1-\tau^2)(1-k'^2\tau^2)}} \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\sqrt{\frac{1-K^2K'/E'}{1-k^2}}} \frac{d\tau}{\sqrt{(1-\tau^2)(1-k'^2\tau^2)}} \right\} \\ &= K + jK' + j \left\{ F\left(k', \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{1-K^2K'/E'}{1-k^2}} \right) \right) - K' \right\} \\ E(k, \sin^{-1} \lambda) &= \int_0^{\lambda} \sqrt{\frac{1-k^2t^2}{1-t^2}} dt \\ &= \int_0^1 \sqrt{\frac{1-k^2t^2}{1-t^2}} dt + \int_1^{1/k} \sqrt{\frac{1-k^2t^2}{1-t^2}} dt + \int_{1/k}^{\lambda} \sqrt{\frac{1-k^2t^2}{1-t^2}} dt \\ &= E + j(K' - E') - j \int_0^{1/k\sqrt{1-E'/K'}} \frac{k'^2\tau^2 d\tau}{\sqrt{(1-\tau^2)(1-k'^2\tau^2)}} \\ &= E + j(K' - E') - j \left\{ F\left(k', \sin^{-1} \frac{\sqrt{1-E'/K'}}{k'} \right) \right. \\ &\quad \left. - E\left(k', \sin^{-1} \frac{\sqrt{1-E'/K'}}{k'} \right) \right\} \end{aligned}$$

令 $D' = \frac{K' - E'}{k'^2}$, $B' = \frac{E' - kK'}{k'^2}$ 并代入上式得

$$\begin{cases} F(k', \sin^{-1} \lambda) = K + jK' + j \left\{ F\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{B'}{E'}} \right) - K' \right\} \\ E(k', \sin^{-1} \lambda) = E + j(K' - E') - j \left\{ F\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{D'}{K'}} \right) - E\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{D'}{K'}} \right) \right\} \end{cases} \quad (1.2-12)$$

将(1.2-11)式代入(1.2-10)式中, 得一复数方程, 其虚部方程是个恒等式, 其实部方程是

$$\begin{aligned} K' \left\{ E\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{D'}{K'}} \right) - F\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{D'}{E'}} \right) \right\} - (K' - E') \left\{ F\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{B'}{K'}} \right) - K' \right\} \\ = \frac{\pi w}{4h} \end{aligned} \quad (1.2-13)$$

上式是个含 k' 的方程, 已知 w/h 可解出 k' , 然后由 $k = \sqrt{1-k'^2}$ 即可求得 k . w/h 与 k 对应关系找到后, 方程(1.2-11)中的常数就完全确定出来, 这就完成了由 z 平面到 t 平面的变换. (1.2-11)式就是这个变换的变换函数.

2. 由 t 平面到 w 平面的变换

现在把图 1.2-1(b)的 t 平面的上半平面变换到 w 平面上的矩形区域中。在这个变换里，两个平面的对应点位置以及 w 平面上各顶点的内转角均列于表 1.2-2 中。

应用许瓦兹-克瑞斯托夫变换可得

$$w = A \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} + B$$

由于 $w=0$, $t=0$, 所以 $B=0$, 于是

$$w = A \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} \quad (1.2-14)$$

表 1.2-2 各对应点位置与各转角的关系

对应点编号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
w_i	jb	$-a+jb$		$-a$	a		$a+jb$	jb
t_i	$-\infty$	$-1/k$	$-\lambda$	-1	1	λ	$1/k$	∞
α_i		$\pi/2$		$\pi/2$	$\pi/2$		$\pi/2$	

这是第一类椭圆积分。把 $w_5 = a$, $t_5 = 1$ 代入上式, 得到

$$A = a/K$$

再把 $w_7 = a + jb$, $t_7 = 1/k$ 代入(1.2-13)式, 得到

$$a + jb = A \int_0^{1/k} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} = AK + jAK'$$

即

$$a = AK, \quad b = AK'$$

为简便计算, 令 $A=1$, 则 $a=K$, $b=K'$, 于是(1.2-13)式变为

$$w = \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} = F(k, \sin^{-1}t) \quad (1.2-15)$$

或

$$t = \text{Sn}(k, w) \quad (1.2-16)$$

式中 $\text{Sn}(k, w)$ 是以 k 为模数的雅可比椭圆正弦函数。因为 k 是已知数, 故由此就确定了由 t 平面到 w 平面的变换函数。

椭圆正弦函数 $\text{Sn}(k, w)$ 是一个奇函数, 又是个双周期的解析函数, 即

$$\text{Sn}(k, w) = \text{Sn}(k, w + mT_1 + jnT_2) \quad (1.2-17)$$

式中 m, n 是正整数, $T_1 = 4K$, $T_2 = j2K'$ 。所以它不仅把 t 平面的上半平面变换到图 1.2-2 中心的无阴影 R 矩形区, 把下半平面变换到有阴影 R^{-1} 矩形区, 并且还可以把 t 平面变换到其它一对矩形区内。

在用椭圆正弦函数 $t = \text{Sn}(k, w)$ 进行变换时, 由图可见, 它不仅把 w 平面中间一对矩形区变换到 t 的全平面上, 而且把其它任一对矩形区也变换到 t 的全平面上, 这样将有无限个 t 的全平面与 w 全平面相对应。每一个 t 的全平面称为一叶, 于是 t 平面是个无

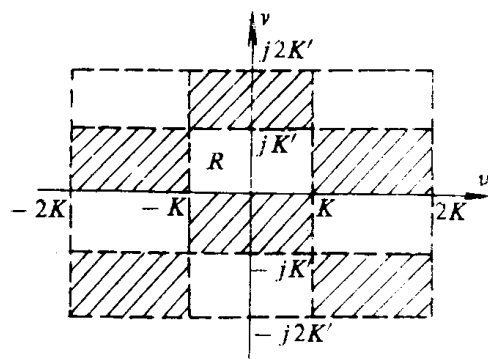


图 1.2-2 w 平面上的矩形区

无限叶的平面，称为黎曼面，它是 w 全平面关于函数 $t = \text{Sn}(k, w)$ 的变换。

3. 微带线的特性

由图 1.2-1(c) 可见，在 w 平面上，实坐标 u 是电位函数，虚坐标 v 是电通量函数，因此该图中矩形区电容是

$$C'_0 = \epsilon_0 \frac{b}{2a} = \frac{\epsilon_0 K'}{2K}$$

而该微带线的单位长电容是

$$C_0 = 4C'_0 = 2\epsilon_0 \frac{K'}{K} \quad (1.2-18)$$

于是该微带线的特性阻抗是

$$Z_0 = \frac{1}{v_0 C_0} = 60\pi \frac{K(k)}{K'(k)} \quad (1.2-19)$$

这就是零厚空气微带线的精确解。

若求解介质基片上微带线的特性阻抗，我们可以利用谱域法（后面介绍）求出有效介电常数 ϵ_{re} ，然后利用空气微带线的严格解求得

$$Z_0(\epsilon_r) = \frac{Z_0(\epsilon_r = 1)}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \quad (1.2-20)$$

4. 计算机程序及其计算结果

上面我们已经获得计算空气微带线特性阻抗的公式，现在利用它来计算，已知 w/h 后，利用

$$\begin{aligned} \frac{w}{h} = \frac{4K'}{\pi} \left\{ E\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{D'}{K'}}\right) - F\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{D'}{K'}}\right) \right\} \\ - \frac{4}{\pi} (K' - E') \left\{ E\left(k', \sin^{-1} \sqrt{\frac{B'}{E'}}\right) - K' \right\} \end{aligned}$$

求出椭圆积分的模数 k ，最后利用公式

$$Z_0 = 60\pi \frac{K(k)}{K'(k)}$$

计算出 Z_0 。

图 1.2-3 给出 k 与 Z_0 和 w/h 的关系。下面给出计算上述公式的源程序：

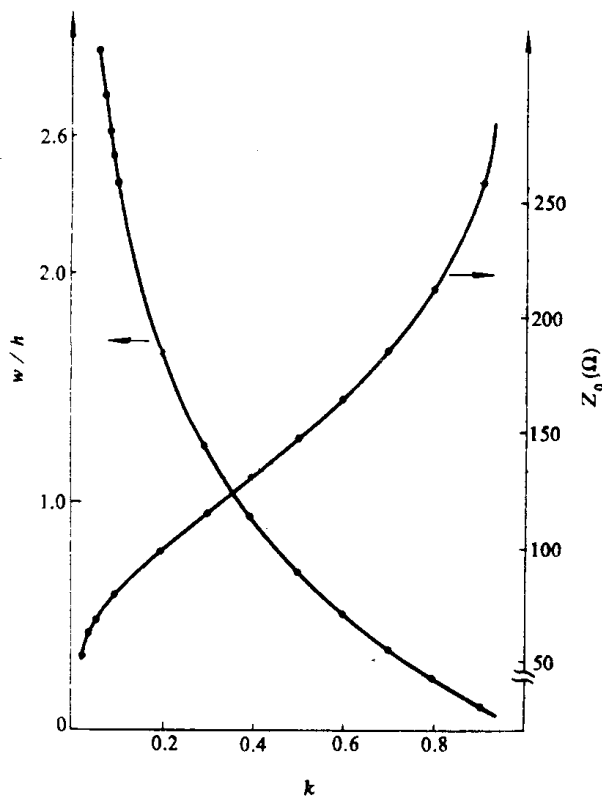


图 1.2-3 k 与 Z_0 和 w/h 的关系

\$DEBUG

```
      READ( *, * )A,B,L
      DO 1 I=1,L
      AK=A+B*FLOAT(I)
      AKK=SQRT(1.0-AK*AK)
      PI=3.141592654
      PII=PI/2.0
      CALL EL1(PII,AKK,F,E,CF,CE)
      D=(CF-CE)/(AKK*AKK)
      BB=(CE-AK*AK*CF)/(AKK*AKK)
      DCF=SQRT(D/CF)
      BCE=SQRT(BB/CE)
      ALFD=ATAN(DCF/SQRT(1.0-DCF*DCF))
      ALFB=ATAN(BCE/SQRT(1.0-BCE*BCE))
      CALL EL1(ALFD,AKK,F,E,CF,CE)
      QR=CF*(E-F)
      CALL EL1(ALFB,AKK,F,E,CF,CE)
      QR=QR-(CF-CE)*(F-CF)
      WH=4.0*QR/PI
      ZO=60.0*PI/CF
      CALL EL1(PII,AK,F,E,CF,CE)
      ZO=ZO*CF
      WRITE( *,111) WH,AK,ZO
111  FORMAT(IX,'W / H = ',F10.7,5X,'AK = ',F10.7,5X,'ZO = ',F15.7)
1    CONTINUE
      STOP
      END
C    THIS IS THE FIRST AND SECOND KIND ELLIPTIC INTEGRALS
C    F(AK) E(AK)---NONCOMPLETE ELLIPTIC INTEGRALS
C    CF(AK) E(AK)---COMPLETE ELLIPTIC INTEGRALS
      SUBROUTINE EL1(FI,AK,F,E,CF,CE)
      AI=2.0
      AJ=1.0
      BJ=1.0
      D=1.0
      E1=1.0
      D1=1.0
      F1=1.0
10   D2=D1
```

```

D=D*(AJ/AI)**2*AK**2/AJ*BJ
BJ=AJ
D1=D1*(AJ/AI)**2*AK**2
E1=E1-D
F1=F1+D1
AI=AI+2.0
AJ=AJ+2.0
IF(ABS(D1-D2).GT.1.0E-8) GOTO 10
CE=E1*1.5707963267
CF=F1*1.5707963267
E=FI*E1
F=FI*F1
SFI=SIN(FI)
BK=AK**2
I=2
BM=2.
A2=0.5
B3=BK
A3=BK
BF=A2*A3
BE=A2*A3
20  I=I+2
    BM=BM+2.0
    II=I-2
    SSF=SFI**II
    IF(SSF.LT.1.0E-33) SOTO 88
    SOTO 99
88  SSF=0.0
99  BBM=A2*(BM-1.0)/BM
    BBN=SSF/BM
    WW=BBN+BBM
    A5=A3*(BM-3.0)/BM*BK
    B5=B3*(BM-1.0)/BM*BK
    BE=BE+WW*A5
    BF=BF+WW*B5
    A2=WW
    A3=A5
    B3=B5
    E2=E

```

```

F2=F
E=FI*E1+SFI*COS(FI)*BE/2.0
F=FI*F1-SFI*COS(FI)*BF/2.0
IF(ABS(F2-F).GT.1.0E-6) GOTO 20
IF(ABS(E2-E).GT.1.0E-6) GOTO 20
RETURN
END

```

二、惠勒变换简介

利用(1.2-19)式计算空气微带线的特性阻抗 Z_0 。虽然精确，但包含有椭圆积分，计算比较困难。由推导过程可知，出现椭圆积分的原因是在多角形变换中出现两对内转角为 $\pi/2$ 的情况。为了避免椭圆函数的出现，可采用适当的近似使多角形的内转角为 π （或 2π ），这样的解就能用初等函数的形式表示。惠勒提出了一种近似的变换法即惠勒变换来解决此问题。

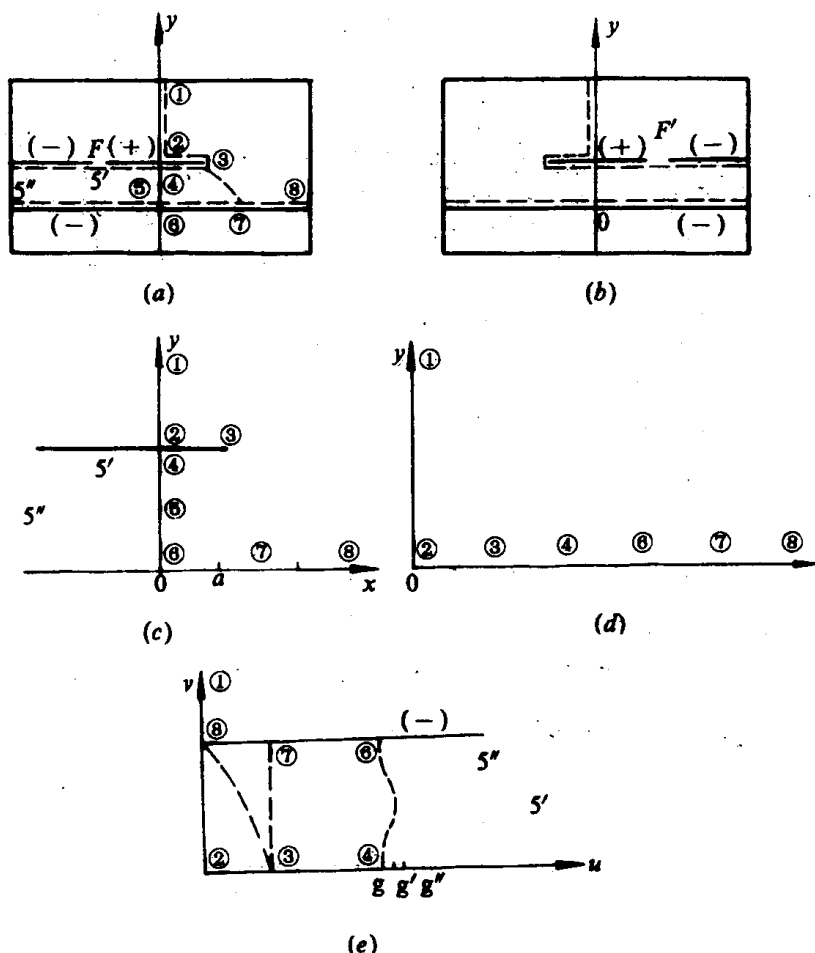


图 1.2-4 惠勒近似变换

(a) 第一叶黎曼面；(b) 第二叶黎曼面；(c) 总的 z 平面多角形；

(d) t 平面上半平面；(e) w 平面上的矩形区域

对于微带线来讲，导带周围的电场总是左右对称的，导带中央的一根电力线总是一根垂直直线（磁壁），当把 z 平面变换到其它平面时，无论怎样变换必须保证此电力线是一根垂直

线。惠勒提出这样一个设想，即在 z 平面上有两叶黎曼面，如图 1.2-4(a)、(b)所示。在第一叶黎曼面上，导带向左无限延伸，中间有一间断细缝 F ，细缝左边与接地板等电位。在第二叶黎曼面上，导带向右无限延伸，中间也有一间断细缝 F' ，并与 F 对称，细缝右边与接地板等电位。两叶黎曼面迭在一起，在①~②的 y 轴上缝合起来，这根缝合线是一根电力线（磁壁），越过这根缝合线，就可以从一叶黎曼面走到另一叶黎曼面，如图 1.2-4(c)所示。这样缝合起来的两叶黎曼面结构，是个对称结构，保证了从②点向上发出的合成电力线必然是垂直线。

现在我们把缝合起来的两叶黎曼面所构成的多边形，即在第一叶黎曼面上从②→③→④→5'→5''→⑥→⑦→⑧→①，再从①越过缝合线从①→②，再在第二叶黎曼面上围绕同第一叶黎曼面的对称部分所构成的多边形，变换到 t 平面的上半平面，如图 1.2-4(d)所示。第一叶黎曼面上的多角形部分变换到 t 平面的第一象限，第二叶黎曼面上的多角形部分变换到 t 平面的第二象限，由于结构对称，黎曼面结构也是对称的，所以 t 平面上的各对应点也是左右对称的。最后再把 t 平面正实轴变换到 w 平面右边矩形区域，负实轴变换到 w 平面左边矩形区域。由此可得空气微带线的单位长度电容，进而求得其特征阻抗 Z_0 。其结果是

$$Z_0 = 60\pi \left\{ \frac{w}{2h} + \ln \left[2\pi e \left(\frac{w}{2h} + 0.94 \right) \right] \right\}^{-1} \quad (1.2-21)$$

在惠勒变换的基础上，可以求出介质基片上微带线的有效介电常数 ϵ_{re} 。其思路是将微带线的 z 平面变换到平板电容器的 w 平面，如图 1.2-5(a)、(b)所示， z 平面上的介质空气分界线变换到 w 平面上为⑧~③的弧线。 z 平面上的③~⑧是一条电力线，其左边的电力线全部在介质基片内，其右边的电力线，有一部分散在空气中，一部分在介质基片内，如③~⑧的电力线。电力线③~⑧变换到 w 平面仍为③~⑧，由图 1.2-5(b)可见，③~⑧线左边的区域内有两种介质填充。为了计算平板电容的方便，将此区域近似变换成两个平板电容器区域，如图 1.2-5(c)、(d)所示。让我们用有效介电常数 ϵ_{re} 的均匀介质来代替微带的混合介质，并引入充填系数 q ，它等于介质所占区域面积 A_2 与整个矩形区域的面积 A 的比值，即

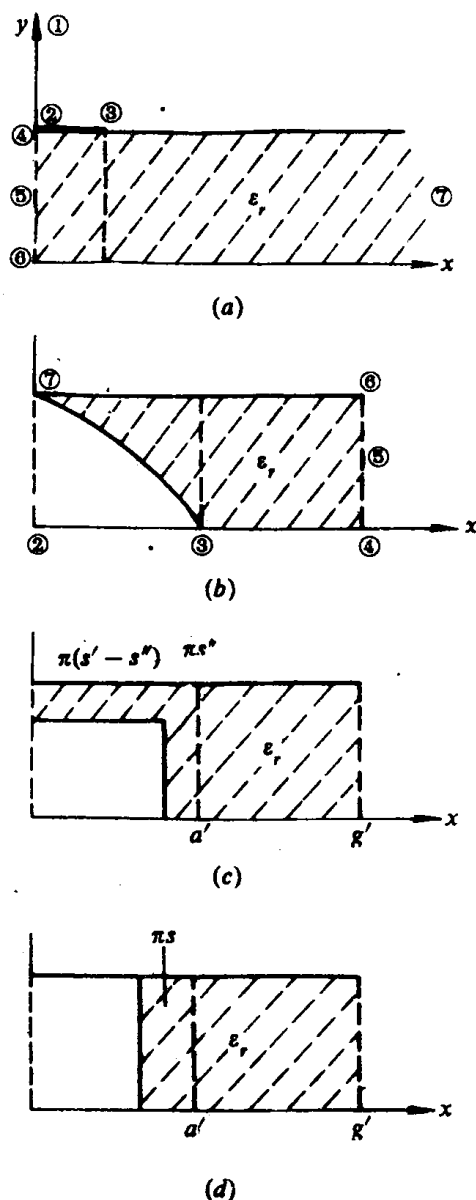


图 1.2-5 计算 ϵ_{re} 的变换