噪声的来源、特性和测量

【美】A·范德齐尔　编　著
裘　小　松　　　译
杜　连　耀　审　校

人 民 邮 电 出 版 社

NOISE
Sources, characterization, Measurement
Aldert Van Der Ziel
Prentice-Hall, Inc., 1970

内容简介

本书全面地介绍了电子器件中噪声的来源、特性与测量方法，重点阐述新型电子器件与电路的噪声问题。全书内容共分两大部分：前四章介绍噪声理论的基本知识与研究方法；后四章针对具体的电子器件或电路进行噪声分析。

本书要求读者具有概率论与器件物理学方面的基础知识。可供无线电与电子学专业的师生、电信工程技术人员参考之用。

噪声的来源、特性和测量
[美]A·范德齐尔 编著
裘小松 译
杜连耀 审校

人民邮电出版社出版
北京东长安街27号
河北省邮电印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售

开本：787×1092 1/32　1982年2月 第一版
印张：8 8/32 页数：132　1982年2月河北第一次印刷
字数：188 千字　印数：1－11,500 册

统一书号：15045·总2526－无6158
定价：0.86 元

序　言

本书的目的是向设计工程师们介绍电子器件中噪声源的基本知识，和如何应用这些基本知识来对采用有关器件组成的电子电路的噪声性能（尤其是噪声系数）进行计算，由此导出电路和器件的最佳方法。

第二章给出理论分析的简要结果，这对于估算器件的基本噪声源是有用的。第三章讨论二端和三端器件的噪声特性，并用来对于级联放大器特别是涉及负电导器件放大器的噪声系数进行计算。第四章说明如何实现精确和可靠的噪声测量。第二章的理论分析用于第五章和第六章中。第五章讨论用于脉泽和场效应管器件的热噪声和产生一复合噪声。第六章讨论 $p-n$ 结二极管、晶体管和真空管的散粒噪声，以及讨论二极管、晶体管和场效应管的闪烁噪声和猝发噪声。第七章是用第三章所描叙的方法来计算隧道二极管、脉泽、晶体管、真空管和场效应管电路的噪声系数；作者相信，这里的研究方法要比美国无线电、电气工程师学会（*IRE*）噪声标准委员会所建议的方法更加简单和更为接近器件的物理性质。第八章讨论混频器电路的噪声、参量变频器和参量放大器的噪声、以及光电混频器的噪声。附录给出了在本书正文中所省略的，较为详尽的数学推导。

作者感谢*K.M.*范弗利特（*Van VLiet*）博士以及作者的研究生给予本书的帮助。范德齐尔夫人打印了全部手稿。

作者诚肯地希望本书对处理噪声问题的工程师和对本课题感兴趣的学生能有所帮助。

A.范德齐尔

(*A.Van der Ziel*)

目　　录

*原文为“非线性电导和跨导……”。为与后面正文标题一致，故将“和”改作“或”——译者。

第一章　引　言

导体中的载流子具有随机运动，因此，跨任何一个电阻的两端存在着一个起伏电动势$V(t)$。在场效应晶体管的导电沟道中也发生相同的现象。这种效应称为**热噪声**。

在真空管中，从阴极发射出来的电子是一系列随机且独立的事件，因此，通过器件的电流$I(t)$有起伏。在晶体管或$p-n$结二极管中都会发生类似的情形，因为通过势垒的载流子构成随机发生的一系列独立事件，这种现象称为**散粒噪声**。

在近似本征半导体中，通过产生与复合过程，电子与空穴的出现和消失是随机的，这种过程的型式是

自由电子＋自由空穴⇌满带中的束缚电子＋能量（→意味着复合；←意味着产生）。结果，在样品电阻R上出现起伏$\delta R(t)$。如果通过这一样品的直流电流为I，则跨样品的两端将产生起伏电动势$\delta V(t)=I\delta R(t)$，这个电动势与上述的热噪声源和散粒噪声源可用相同的方法来检测。这种噪声称为**产生-复合噪声**，或者简称为**g-r噪声**。

我们来说明“噪声”一词。如果将电子器件中或电路元件中所产生的起伏电压或电流，用低频放大器进行放大，并且把放大后的信号馈入一只扬声器，则扬声器便产生丝丝的声音－因此定名为“噪声”。所以，即使并不产生可以听到的声音，习惯上统称起伏电流与起伏电压为“噪声”。

在科学与工程中，噪声是一个重要的问题，因为它限制了任何测量的精确度及用电子方法所能够处理的信号的大小。为了

估算这些限度，我们必须知道设备所含有的噪声源的大小；必须研究使任何测量方法或任何信号处理设备的"噪声—信号比"最小；而且必须研究如何简单而精确地测量这些噪声。本书的目的就在于使读者熟悉这些问题。

起伏的电压、电流和数字称为**随机变量**。如果起伏量可以在一个连续范围内取值，我们就说，它是一个**连续的**随机变量；如果起伏量只能在某个范围内取离散的值，则称它是一个**离散的**随机变量。在半导体中，载流子的起伏数目自然是整数，所以是离散随机变量的一个例子。

可以用统计学法则来表征随机变量$X(t)$。其中重要的表征方法是随机变量的统计平均。最重要的平均是平均值$\overline{X}$和均方值$\overline{X^2}$，通常，$\overline{X}$严格地为零，因此最有意义的平均便是$\overline{X^2}$了。如果$\overline{X}$不为零，则取$X-\overline{X}$作为一个新变量是有意义的；那么这时重要的平均值就为

$$\overline{(X-\overline{X})^2}=\overline{X^2}-2\overline{X\overline{X}}+(\overline{X})^2$$

$$=\overline{X^2}-(\overline{X})^2 \qquad (1.1)$$

这个平均值称为$X(t)$的**方差**，可写作$VarX$。

一些重要的噪声源所产生的起伏量都具有与时间无关的平均值和均方值。这种随机变量叫做**平稳**随机变量。

我们可以进一步用概率密度函数来描述起伏量，它表示随机变量在X与$X+dX$之间取值的概率。平稳随机变量的概率密度函数并不明显地依赖于时间（参阅§2.1）。一旦已经知道了过程的概率密度函数，那末各种平均值就能够容易地被计算出来（参阅第二章）。

傅立叶(Fourier)方法是分析起伏量的最得力方法之一。我们在第二章中将会看到，起伏量$X(t)$是怎样用它的**谱强度**

$S_x(f)$来描述的。由于引用了谱强度这个量，在一个小的频率区间Δf内，起伏电动势$V(t)$就可以用一个噪声电动势$\sqrt{S_v(f)\Delta f}$来表示，其中$S_v(f)$是$V(t)$的谱强度；在一个小的频率区间Δf内，一个起伏电流源$I(t)$可以用一个噪声电流发生器$\sqrt{S_i(f)\Delta f}$来表示，其中$S_i(f)$是$I(t)$的谱强度。这种方法的优点是有可能利用交流电路理论去计算均方值。

用作噪声标准和用以表征噪声的噪声源中，有两个是最重要的，一个是固定在温度T的电阻R所产生的热噪声源，一个是通过电流I_d的饱和二极管所产生的散粒噪声源，前者可以用一个与R串联的噪声电动势$\sqrt{4kTR\Delta f}$来表示，而后者用一个与二极管并联的噪声电流发生器$\sqrt{2qI_d\Delta f}$来表示，其中k是波兹曼(*Boltzmann*)常数，q是电子电荷的绝对值，Δf是中心频率为f的一个小的频率区间。

第二章 数学方法

§2.1 概率密度函数，平均和相关[1)]

§2.1.a 单个变量的概率密度函数和平均

我们考虑大量的全同系统，它们各自受到各种起伏，这些系统的总体我们叫做一个**集合**。集合中的元素（即系统）数目一定要非常大*，实际上，为使下面的讨论顺利进行，我们应当取元素的数目趋向于无穷。

然后，我们可以计算描述起伏情形的随机变量 X 在 X 与 $X+\varDelta X$ 之间取值的概率 $\varDelta P$。为了求出 $\varDelta P$，设 $\varDelta P=\varDelta N/N$，其中 $\varDelta N$ 为 t_1 瞬时，变量能在区间 $\varDelta X$ 内取值的所属系统的数目，而 N 为集合中元素的数目，写成微分形式是

$$dP=f(X)dX \tag{2.1}$$

我们称 $f(X)$ 为 X 的**概率密度函数**。通常，$f(X)$ 并不是从实验中求得的，而是详细地研究起伏量 X 的统计性质计算出来的。

一般地说，$f(X)$ 依赖于 t_1，这时就应当用 $f(X, t_1)$ 代替 $f(X)$。幸而在许多情况下，对于 t 的任何数值，有

$$f(X,t_1+t)=f(X_1t_1)$$

因此，我们称这种随机变量是**平稳的**，并可写成 $f(X, t_1+t)=$

1)参阅本章末的参考文献。

*原文为“系统中的元素数目一定要非常大”。从上下文看，其中“系统”似应“集合”——译者。

$f(X)$。这里，我们要讨论的噪声过程实际上都是平稳过程。

函数$f(X)$须满足**归一化**关系：

$$\int f(X)dX=1 \tag{2.1a}$$

其中的积分限为扩展到X的所有许可值。这个关系式表明随机变量X一定处于许可值的范围之内。于是我们说函数$f(X)$已被**归一化**。如果$f(X)$不满足归一化关系式，则取$Cf(X)$作为归一化的概率密度函数，并且由下式确定常数C：

$$\int Cf(X)dX=1,$$

所以

$$C=[\int f(X)dX]^{-1} \tag{2.1b}$$

如果函数$f(X)$是已知的，就可以定义各种平均值，例如，x^m的平均值用$\overline{X^m}$表示，它的定义是

$$\overline{X^m}=\int X^m f(X)dX \quad (m=1,\ 2,\ \cdots) \tag{2.2}$$

X的函数$g(x)$的平均值的定义是

$$\overline{g(X)}=\int g(X)f(X)dX \tag{2.3}$$

在上面两种情形中，积分限包括X的所有许可值。如果$f(X)$是X的对称函数，则所有X的奇次幂的平均值皆为零。

最重要的平均值是$\overline{X}$与$\overline{X^2}$。如果X的平均值不等于零，则可取$X-\overline{X}$作为新的随机变量，于是，最重要的平均值是$x(t)$的方差σ^2，即

$$\begin{aligned}\mathrm{var}\ X=\sigma^2&=\overline{(X-\overline{X})^2}\\&=\overline{X^2}-(\overline{X})^2\end{aligned} \tag{2.4}$$

现在，我们来讨论离散随机变量n，它只能取正整数。设$P(n)$为随机变量取值n的概率，于是，只要用和式代替积分，则上述连续随机变量的有关定义都可用于离散的情形。例如，归一化条件(2.1a)式就要写作

$$\sum_n P(n)=1 \tag{2.1c}$$

同(2.2)式相似，n^m的平均值是

$$\overline{n^m}=\sum_n n^m P(n) \quad (m=1,\ 2,\ \cdots) \tag{2.2a}$$

n 的方差仍定义为

$$\begin{aligned} \operatorname{var} n=\sigma^2 &= \overline{(n-\overline{n})^2} \\ &= \overline{n^2}-(\overline{n})^2 \end{aligned} \tag{2.4a}$$

重要的离散型概率分布律*是**二项式律**、**泊松(Poisson)律**和**正态律**。现在，我们来详细讨论这三种概率分布律。

二项式律：设某一事件以形式 A 发生的概率为 p，以形式 B 发生的概率为 $1-p$，并且设各个事件都是互相独立的。如果事件出现 m 次，则其中以 A 的形式出现 n 次的概率 $P_m(n)$ 是

$$P_m(n)=\frac{m!}{n!(m-n)!}p^n(1-p)^{m-n} \tag{2.5}$$

应用平均值的定义(2.2a)式与(2.4a)式**，可立即求得

$$\overline{n}=mp \quad \sigma^2=mp(1-p) \tag{2.5a}$$

泊松律：设各个事件都是独立的，并令它们以平均出现率 $\overline{n}$ 随机地出现。于是，在一个给定的单位时间间隔内，出现 n 个事件的概率 $P(n)$ 是

$$P(n)=\frac{(\overline{n})^n \exp(-\overline{n})}{n!} \tag{2.6}$$

应用平均值的定义(2.2a)与(2.4a)式***，得到

$$\sigma^2=\overline{n} \tag{2.6a}$$

正态律：设事件的平均出现率为 $\overline{n}$，假定 $\overline{n}$ 很大，并且令 σ^2 是按惯例定义的，于是在一个给定的单位时间间隔内，发生 n 次事件的概率为

---

*原文为“重要的离散型概率密度函数是……”，严格地讲，离散随机变量只有概率分布律而无概率密度函数——译者。

**原文误为“(2.3a)式”——译者。

***原文误为“(2.3a)式”——译者。

$$P(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left[-\frac{(n-\overline{n})^2}{2\sigma^2}\right] \qquad (2.7)$$

可以证明，当n值很大时，二项式律与泊松律都简并为正态律。$\sigma^2=\overline{n}$的特殊情形称为**高斯**(Gauss)**律**。

我们可以容易地把(2.7)式改为具有$\overline{X}=0$的连续随机变量的情形，这时的正态律表示式为

$$dP(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left[-\frac{X^2}{2\sigma^2}\right]dX \qquad (2.7a)$$

式中$\sigma^2=\overline{X}^2$。(2.7a)式所描述的噪声过程称为**高斯型**的过程。实际上，在电气器件中所产生的一切起伏电流与电压都具有这种形式的概率密度函数。因此，用实验测定这函数，并由此而获得有关起伏量的信息是很少的，因为我们事先也能臆断这个函数是正态的。

大多数起伏量都服从正态律的理由是：起伏量是大量的独立随机变量之和。在这种情况下，下述的所谓**中心极限定理**是成立的。

如果X_1、X_2、……、X_n是独立的随机变量，它们都有同样的概率密度函数，并因此有相同的平均值$\overline{X_i}=\overline{X_1}$和相同的方差$varX_i=varX_1=\sigma_1{}^2$，于是当$n$很大时，随机变量之和$Y=\sum_{i=1}^{n}X_i$渐近于具有正态分布的随机变量，它的平均值$\overline{Y}=n\overline{X_1}$，并且当$\sigma_1{}^2$存在时，方差就是$n\sigma_1{}^2$。

到此，我们所讨论的平均都叫做**集平均**，亦即，它是对具有各种不同起伏的、大量的全同系统这样一个集合所取的平均。如果噪声过程是平稳的，则集平均值就与时间无关。

在平稳随机过程中，单个集合元的随机变量X可以认为是时间t的函数$X(t)$。那么，$X(t)$的某个函数$g(X)$的平均值$\overline{g(X)}$也可以取下面的极限来定义：

$$\overline{g(X)}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T g(X)dt \tag{2.8}$$

当这个平均值等于集平均值时，则我们所研究的噪声过程就称为**遍历性**的过程。这里所要讨论的噪声过程实际上都是遍历性的。

在计算时，我们常采用集平均，但是在噪声测量中，则取充分长时间内的时间平均。时间平均通常由测量仪器（时间常数为τ的平方律检波器）自身来实现的。

§2.1.6 两个随机变量的概率分布——相关

有两个连续随机变量X与Y时，一个变量在X和$X+dx$之间取值和另一个变量在Y和$Y+dY$之间取值，其概率是

$$dP=f(X,Y)dXdY \tag{2.9}$$

(2.9)式与(2.1)式是类似的。函数$f(X,Y)$称为变量X与Y的**联合**概率密度函数。它满足**归一化条件**：

$$\iint f(X,Y)dXdY=1 \tag{2.9a}$$

式中，积分包含了一切X与Y的许可值。

平均值的定义与单个变量的情形是相仿的，即

$$\overline{X^nY^m}=\iint X^nY^m f(x,y)dXdY \tag{2.10}$$

式中的积分仍然包括X与Y所有的值。

通常，$\overline{X}=\overline{Y}=0$，则最重要的平均值是$\overline{X^2}$、$\overline{Y^2}$以及$\overline{XY}$。如果$X$与$Y$是**离散**随机变量，像单个变量的情形一样，上述的积分就须用和的形式代替。

如果$\overline{XY}=0$，那么就说随机变量$X(t)$与$Y(t)$是**不相关**的。

---

1)事实上，在t_1瞬时的联合概率密度函数应当写作$f(x,y,t_1)$。幸而，这里所讨论的实际全部过程都是平稳的，亦即对于任意的t值，恒有$f(x,y,t_1+t)=f(x,y,t_1)=f(x,y)$。

如果$\overline{XY} \neq 0$，则随机变量是**相关**的，并有

$$C=\frac{\overline{XY}}{\sqrt{\overline{X^2}\cdot\overline{Y^2}}} \tag{2.11}$$

C这个量称为**相关系数**。根据对所有的a和b都存在$\overline{(ax+by)^2}\geqslant 0$这一事实，容易证明$-1\leqslant C\leqslant 1$。$|C|=1$的情形称为**完全相关**的情形。

如果两个随机变量$X(t)$与$Y(t)$是部分相关的，亦即如果$|C|<1$，则可把Y分成为两个部分，一部分是与X完全相关的ax，另一部分是与X不相关的Z，亦即我们可以写成

$$Y=aX+Z, \tag{2.12}$$

其中$\overline{X}=\overline{Y}=\overline{Z}=0$以及$\overline{XZ}=0$。如果$C$是$X$与$Y$的相关系数，则容易证明

$$a=C\left(\frac{\overline{Y^2}}{\overline{X^2}}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \overline{Z^2}=\overline{Y^2}(1-C^2) \tag{2.12a}$$

§2.1.C 自相关函数与互相关函数

在平稳随机过程中，平均量$\overline{X(t)X(t+s)}$是十分重要的，它叫做**自相关函数**[1]，它是t时刻的某个起伏量$X(t)$，在此时刻以后能够持续多长时间的度量。自相关函数具有下列的重要性质：

1. $\overline{X(t)X(t+S)}$是S的一个δ函数，或者是S的连续函数(即使$X(t)$是不连续的)。

2. 在$S=0$时，$\overline{X(t)X(t+S)}=\overline{X^2(t)}$，除非$\overline{X(t)X(t+s)}$

1) 自相关函数是用联合概率密度函数$f(x_1,x_2)$来定义的，其中$x_1=x(t)$，$x_2=x(t+s)$。现在，我们必须推广平稳过程的概念，它要求对于所有的τ值，恒有$f(x_1,t+\tau;\ x_2,t+s+\tau)=f(x_1,t;\ x_2,t+s)=f(x_1,x_2)$。这里所讨论的一切噪声过程实际上都满足这个条件。

是s的一个δ函数，因为$\overline{X(t)X(t+S)}$是连续的。

3． $\overline{X(t)X(t+s)}$ 对S是对称的，即$\overline{Y(t)X(t+s)}=\overline{X(t)X(t-s)}$

最后一个性质的证明如下：

$$\overline{X(t)X(t+s)}=\overline{X(u-s)X(u)}=\overline{X(u)X(u-s)}=\overline{X(t)X(t-s)}$$

这里，第一个等式是代入$t+s=u$而得到的。第二个等式不说自明。第三个等式是用 t 代换 u 得来的。因为平均值是不依赖于 u 或 t 的，所以上述几个步骤都是许可的。

如果$\overline{X(t)X(t+s)}$是 s 的一个δ函数，也即如果

$$\overline{X(t)X(t+s)}=A\delta(s)$$

那么，就说这种噪声是**白噪声**。通常，我们总想把有关的噪声现象归结于白噪声源。

下式所表示的量

$$c(s)=\frac{\overline{X(t)X(t+s)}}{\overline{X^2(t)}} \tag{2.13}$$

称为**归一化**自相关函数。当$\overline{X(t)X(t+s)}$是 s 的δ函数时，$c(s)$并不存在。这里的归一化意味着对于 $s=0$ 有 $c(s)=1$。

在部分相关量$X(t)$与$Y(t)$中，为了描述相互相关的平稳随机过程，我们引用**互相关**函数$\overline{X(t)Y(t+s)}$和$\overline{X(t+S)Y(t)}$。这两个函数是不全同的，并且它们是不对称的。然而，它们之间有联系，因为

$$\begin{aligned}\overline{X(t)Y(t+s)}&=\overline{X(u-s)Y(u)}\\&=\overline{X(t-s)Y(t)}\end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned}\overline{X(t+s)Y(t)}&=\overline{X(u)Y(u-s)}\\&=\overline{X(t)Y(t-s)}\end{aligned} \tag{2.14a}$$

（2.14）式和（2.14a）式中，它们的第一个等式都是用 u 代替 $t+s$ 得到的，而第二个等式是用 t 代替 u 求得的，对于平

稳随机过程来说，这是许可的。

在下一节里，我们将看到，自相关函数和互相关函数在谱强度的计算中有重要作用。

§2.2 起伏量的傅立叶分析及其定理

§2.2.a 傅立叶分析和维纳-辛钦定理

设$X(t)$描述一个平稳的随机过程。现在，我们在$0\leqslant t\leqslant T$的区间内对$X(t)$作傅立叶分析。这样我们可以写[1)]

$$X(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n\exp(j\omega_n t) \tag{2.15}$$

其中$\omega_n=2\pi n/T$，$n=0$、±1、±2、…。并且

$$a_n=\frac{1}{T}\int_0^T X(t)\exp(-j\omega_n t)dt \tag{2.15a}$$

我们定义$X(t)$的谱强度$S_X(f)$为

$$S_x(f)=\lim_{T\to\infty}2T\overline{a_n a_n^*} \tag{2.16}$$

式中用星号“*”表示有关量的复共轭值。在附录中证明了$S_x(f)$可以写成为

$$S_x(f)=2\int_{-\infty}^{\infty}\overline{X(t)X(t+s)}\exp(j\omega s)ds$$

$$=4\int_0^{\infty}\overline{X(t)X(t+s)}\cos\omega s ds \tag{2.17}$$

1）因为通常有$X(T)\neq X(O)$，我们必须用$X(O)=X(T)=\frac{1}{2}\lim_{h\to0}[X(h)+X(T-h)]$重新定义$X(t)$的两个端点的值。于是，即便在区间的两个端点也可以用傅立叶级数来表示$X(t)$。