外国数学简史

中外数学简史编写组

山东教育出版社
一九八七年·济南

外国数学简史
中外数学简史编写组
*
山东教育出版社出版
（济南经九路胜利大街）
山东省新华书店发行　山东新华印刷厂潍坊厂印刷
*
850×1168毫米 32开本　19.75印张　5插页　439千字
1987年5月第1版　1987年5月第1次印刷
印数 1—320
ISBN 7—5328—0087—3
O·6
书号 13275·44　定价 4.45元

目　录

绪　论

§1　数学史的对象

数学史研究数学发展的客观规律，它从总体上、动态上考察数学产生和发展的过程，总的说，数学史的对象是数学发展的历史和逻辑。

总体的研究，实质上是系统论的观点，根据这个观点，对数学发展的历史，要从数学的各个部分之间的相互联系、相互作用来研究；要把整个数学看作一个开放性的系统来研究。

首先，数学自身是一个统一的、有机的整体，从近代以后，它便处在不断地分化，不断地综合的过程之中。到目前为止，数学的分支据粗略的统计大约有一百多个，一个数学家往往只能专精一个方面，象十九世纪高斯、二十世纪希尔伯特那样具备多方面数学才能的人是极其少有的。因而从总体上研究数学的产生和发展过程，避免因专业分工带来的片面性和局限性，这对于整个数学事业的进步无疑是非常必要的。希尔伯特曾经说过："数学是一个有机的整体，这是数学的本质所固有的。"①从总体的观点出发，研究数学自身的历史发展，属于内史。在数学的内史中，数学发展的源泉，一个是数，一个是形，由此

---

① 载希尔伯特《23 个数学问题》，见《由希尔伯特问题引起的数学发展》第一卷第 34 页。

产生出数学的主体部分，最初是算术、代数和几何；它们的现代形态则是泛函分析、抽象代数和拓扑学。研究内史，实质上是研究数学发展的思想史。

其次，社会是一个更大的整体，一个非常庞大的系统，而数学则是这个大系统中一个十分重要的方面。用大系统的观点把数学的发展和整个社会的发展联系起来进行研究，属于外史。数学的外史包括两个主要方面：一是数学同社会的政治、经济、文化、思想的关系；二是数学的发展同其他科学发展的关系。

在外史的第一个方面的研究中，要探讨各个国家、各个民族在数学发展史上所作的独特贡献，要研究它们的数学思想和数学成就如何在互相交流、互相融合、互相促进中前进。纵观整个世界文化的历史，溯本穷源，在东方是中国文化、印度文化；在西方是巴比伦文化、埃及文化。这是举世闻名的。数学就在这个背景下产生和发展起来。关于外国数学史我们基本上可以提出如下的发展线索：巴比伦数学、埃及数学──→希腊数学──→印度数学──→阿拉伯数学──→欧洲数学（中世纪、文艺复兴、近代、现代）。

在外史的第二个方面的研究中，要探讨在科学发展的不同阶段上，数学的形式和内容的变化和发展。科学史表明，数学的发展同科学，特别同物理学的发展分不开。在十七世纪，与牛顿力学相联系的有微积分；十八世纪与力学的最小作用量原理相联系的有欧拉的变分法，与拉格朗日的解析力学中力的系统相联系的有后来发展起来的向量代数；十九世纪与麦克斯韦尔的电磁理论相联系的有向量分析、场论；到了二十世纪，向量分析发展为张量分析，成为相对论的重要工具。因此，研究数学史必须联系科学发展的历史来考察数学的内容、理论和方

法的演变过程。

动态的研究属于发展的观点，从这个观点看来，任何一门科学，都是历史的科学，都有它产生和发展的历史，数学也不例外。数学的内容、对象、问题和范围，都是历史地变化的。从根本上看，数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，数学就是围绕着形和数这两个概念的提炼、演变而产生与发展起来的。早期的数学基本上是形和数这两个概念的萌芽与形成，与此同时人类逐渐积累起来一些算术、代数、几何和三角的零散知识，这是数学发展中的经验认识阶段。经过了二、三十万年数学经验知识的积累，然后在这个基础上形成了初等数学；数学的认识从此才由经验上升为理论，它首先在几何中取得了演绎体系的形式，几何学也就最早成为一门科学。十七世纪，在初等数学的基础上向近代数学转变，近代数学最早的和最基本的部门是解析几何、微积分、和以方程式论为中心的代数，这三个部门构成了近代数学的主体部分。到了十九世纪，近代数学发展成熟，其基本部分是高等分析、高等几何和高等代数，它们是高等数学的三块基石。二十世纪，在高等数学的基础上进一步演变成现代数学，其中的泛函分析、抽象代数、拓扑学则是整个现代数学科学的主体部分。以上是数学经历的大致的发展和演变过程。

§2 数学史的方法

数学史研究的方法是和研究者的世界观、方法论是分不开的。在我们看来，研究数学史的一个原则是逻辑与历史相一致。按照这个原则，数学发展的历史与数学发展的逻辑既是互

相区别的，又是互相联系的。

在历史同逻辑的关系中，最基本的是必须尊重历史，对具体情况作具体分析。这就是说，必须从历史的事实出发，实事求是，还历史以本来的面目。科学发展的历史表明，不论在自然科学或社会科学的领域中，都必须从既有的事实出发，不能凭空在头脑里虚构出一些范畴去安排历史的顺序，这是违背历史科学的根本要求的。

所以，历史的方法，要求占有充分的确凿的历史资料，然后才有可靠的根据进行深入的分析与研究。一般说，研究数学史，必须掌握以下几个方面的史料：(1)考古发掘的材料；(2)原始部落的语言；(3)数学的古典著作；(4)历史文物，等等。

研究数学史还必须应用逻辑方法。因为，在数学发展的过程中，它常常是跳跃式地和曲折地前进的，如果必须处处跟随着它，那就不能给出数学发展的一条清晰的线索，不能给出数学发展的一幅总画面，在这种情况下逻辑的研究方法是唯一适用的方法。

从数学自身的发展来看，历史与逻辑是有区别的。例如，在数系发展史上，古代就已经出现了自然数、分数、无理数，而零则很晚才出现，直到公元九世纪，印度的摩诃毗罗那里它才正式作为数来叙述；至于负数则是在公元628年，印度的波罗摩芨多把它正式作为数来记载的。然而在数学教科书中，数系则是按照数的集合对于算术运算与代数运算是否闭合这一原则发展的，它的逻辑顺序是：自然数系N→整数系Z→有理数系Q→实数系R→复数系C。

再从外史的角度来看，历史和逻辑也是有区别的。例如在

历史上从中世纪到十七世纪这一段欧洲数学的发展，可以分为中世纪前期、中世纪后期和文艺复兴时期三段，也就是停滞→复苏→兴盛这三段．但是在逻辑上，我们感兴趣的，却是要研究当时的欧洲数学为什么后来居上，要探讨资本主义生产方式的兴起怎样推动了欧洲数学的发展，探讨希腊的自然观、数学观对欧洲数学发展的影响．

总的来说，数学的历史发展和数学的逻辑发展是相一致的．数学发展的现实的历史进程，可以大致地表述为如下的思维的逻辑进程：关于现实世界的数和形的观念→算术、代数、几何的经验知识→初等数学→近代数学→高等数学．从这个逻辑进程中，我们可以清楚看到人们对于现实世界的数和形的认识是一个不断地由现象到本质，由所谓初级的本质到二级的本质，这样不断地加深下去的无穷过程．和生物的发展史相类似，我们可以把数学的历史发展称为系统的发育史，而把数学在个别学者头脑中的逻辑发展称为个体的发育史，个体发育史是系统发育史的简单而迅速的重演，这两者大体上是一致的．

§3 数学史的分期

数学史的分期体现数学发展的规律性，它决定数学史教材的框架、篇章结构和内容选择，所以分期问题是一个重要问题．

从内史来看，数学有它自己特殊的发展规律．首先我们要研究最基本的数学概念的起源．它们可以追溯到四、五万年以前旧石器时代的后期．其次，要研究数学的最基本的组成部分的形成和发展．这个历史可以分为四大段：第一，在生产的基础上有关形和数的感性知识的积累；第二，初等数学的创立、发

展和交流；第三，近代数学的创立发展和成熟；第四，现代数学的创立和蓬勃发展。在整个过程中第一段最长，大约有几十万年之久；第二段约占二千二百年。其中，初等数学的开创时期约一千二百年，初等数学的交流和发展时期约一千年；第三段约占三百年；最后一段（二十世纪）现在已经过去了八十多年。可以看出，数学知识的发展也是按指数规律增长的。最近几百年，特别是世界新技术革命以来，不到半个世纪的期间内，数学知识的积累之快是过去无法相比的。

从外史来看，数学史家们一般认为：第一，数学的发展不能脱离社会的发展，在绝大多数场合下，前者依赖于后者，因而，两者的发展，大体上是相适应的。按照上面的划分，第一大段，处在原始社会和奴隶社会的初期；第二大段处在奴隶社会和封建社会时期；第三大段处在资本主义社会时期；第四大段处在现代社会发展时期（其中包括资本主义社会的发展和社会主义社会的发展）。第二，数学的发展有相对独立性。数学从现实世界中抽象出来以后，在一定的发展阶段上，就和现实世界相脱离，并且作为某种相对独立的东西；例如集合、群和空间等都是数学的抽象，它们可以作为纯粹数学的对象，相对独立地发展，因此我们看到，数学有时落后于社会的发展，有时则超越社会的发展。十九世纪二十年代的非欧几何，十九世纪四十年代的数理逻辑，在理论上都走在实践要求的前面；只是到了二十世纪第二个十年，非欧几何才在相对论中得到应用；四十年代，数理逻辑才在电子计算机中得到应用。第三，数学的发展反过来对于社会的发展起很大的作用。新的、有力的数学工具的发明及其广泛应用，可以大大促进社会的经济、技术的发展。例如在我国，线性规划，正交试验法、优选法、数

理统计、系统方法等等，对于经济的发展就起着很大的促进作用。从内史和外史的角度考虑数学史的分期，两者大体上是一致的。当然，从世界范围来看，个别地区的数学发展有可能出现和总体发展不一致的情况。

外国数学史分期是一个复杂的问题。数学同天文学一样，历史最为悠久，它成为一门科学比其他科学早得多，如果从欧几里得《几何原本》算起，至今已经有两千多年的历史了；其他科学的历史则晚得多。比如物理学，从伽利略 1632 年的《托勒密和哥白尼两大体系的对话》算起，才三百多年；化学如果从拉瓦锡 1789 年的《化学纲要》算起，不过两百年；生物学从达尔文 1859 年的《物种起源》算起也只是一百多年。在漫长的历史中数学和其他科学的联系最复杂，因此下面的分期只是我们的一个尝试。

数学的萌芽时期

这段时期大体上从远古到公元前六世纪，根据目前考古学的成果，可以追溯到几十万年以前，那时人类已经出现，并且学会了制造劳动工具。这一时期可以分为两段，一是史前时期，从几十万年以前到公元前大约五千年；二是巴比伦数学和埃及数学，从公元前五千年到公元前六世纪。

数学萌芽时期的特点是人类在长期的生产实践中逐渐形成了数的概念，并初步掌握了数的运算方法，到积累了一些数学知识。由于田亩度量和天文观测的需要，几何知识初步兴起，但这些知识是片断的，零碎的，缺乏逻辑因素，基本上还看不到命题的证明。

这一时期对数学的发展作出贡献的主要是中国、埃及、巴比伦和印度，但印度在公元 7 世纪以前缺乏可靠的史料，在此

略去不论。

在漫长的萌芽时期中数学迈出了十分重要的一步：形成了最初的数学概念，如自然数、分数；最简单的几何图形，如正方形、矩形、三角形、圆形等。一些简单的数学计算知识也开始产生了，如数的符号，记数方法，计算方法等等。

总的说来，这一时期是最初的数学知识积累时期，是数学发展过程中的渐变阶段。

初等数学的开创时期

这一时期主要是希腊数学，从泰勒斯(公元前600年前后)到公元641年亚历山大图书馆被焚，前后绵续千余年之久，一般把它划分为以下几个阶段：

一、古典时期

1. 爱奥尼亚阶段（公元前600—480年）；

2. 雅典阶段（公元前480—330年）。

二、亚历山大里亚时期

1. 希腊化阶段(公元前330—200年)；

2. 罗马阶段（公元前200—600年）。

爱奥尼亚阶段的主要代表有米利都学派、毕达哥拉斯学派和巧辩学派。在这个阶段上数学取得了极为重要的成就，其中有：开始了命题的逻辑证明，发现了不可通约量，提出了几何作图的三大难题——三等分任意角，倍立方，化圆为方，并且试图用“穷竭法”去解决化圆为方的问题。所有这些成就，对数学后来的发展产生了深远的影响。

雅典阶段的主要代表有柏拉图学派、亚里士多德的吕园学派、埃利亚学派和原子论学派。他们在数学上取得的成果，十分令人赞叹。柏拉图强调几何对培养逻辑思维能力的重要作用；

亚里士多德建立了形式逻辑，并且把它作为证明的工具；芝诺提出了四个关于运动的悖论；德谟克利特把几何量看成是由许多不可再分的原子所构成，所有这些成就把数学向前推进了一大步。

古典时期的数学发展，在希腊化阶段上开花结果，取得了极其辉煌的成就，产生了三个名垂史册的大数学家：欧几里得、阿基米德和阿波罗尼。欧几里得的《几何原本》，第一次把几何学建立为演绎体系，从而成为数学史乃至思想史上一部划时代的著作。阿基米德善于将抽象的数学理论和具体的工程技术结合起来，他根据力学原理去探求几何图形的面积和体积，第一个播下了积分学的种子；阿波罗尼综合了前人的成果，写出了有创见的《圆锥曲线》一书，它成为后来所有研究这一问题的基础和出发点。这三大数学家的丰功伟绩，把希腊数学推向光辉的顶点。

随着罗马成为地中海一带的统治者，希腊数学也就转入到罗马阶段。这一阶段出现了许多有成就的数学家，如：赫伦、梅内劳斯、帕普斯、厄拉多塞、托勒密、尼可马修斯、丢番图和波伊修等。特别值得一提的是，托勒密结合天文学对三角学的研究，尼可马修斯的《算术入门》和丢番图的《算术》。后两本著作把数学研究从形转向数，在希腊数学中独树一帜，尤其是《算术》一书，它对后来数学发展的影响，仅次于《几何原本》。

总的看来，这一时期的特点是：数学已经开始发展成为一门独立科学，建立了真正意义上的数学理论；数学的两个重要分支——算术和几何，已经作为演绎系统建立起来；数学发生了非常明显的变化：从经验形态上升为理论形态。

特别要指出的是，关于数学研究的对象，当时已经比较明确地提了出来。古希腊百科全书式的人物亚里士多德，在《形而上学》第十三篇第三章中说，数学的东西（例如点、线）是感性事物的抽象。他的这个思想，甚至在现在，也非常值得我们赞赏，因为它明确地、清楚地揭示出数学研究的特点，这就是把物体、现象、生活的一个方面抽象化。亚里士多德还对数学方法作出了系统的阐述，他在《前分析篇》中，论述了三段论的推理，在《后分析篇》中，论述了演绎推理的方法论。

希腊数学中最突出的三大成就——欧几里得的几何学、阿基米德的穷竭法和阿波罗尼的圆锥曲线论，标志着当时数学的主体部分——算术、代数、几何基本上已经建立起来，而三角学则刚刚在萌芽，它是同天文学结合在一起的。

初等数学的交流和发展时期

从公元六世纪到十七世纪初，是初等数学在各个地区之间交流，并且取得了重大进展的时期。

在亚洲地区，有中国数学、印度数学和日本数学。印度是一个文明古国，历史的悠久原不次于埃及、巴比伦。可惜在以前的时期它留下来的数学史料甚少，在我们所谈的这一时期中，它出现了一大批优秀的数学家，其中有：阿耶波多、波罗摩芨多、婆什伽罗、摩河毗罗，等等。印度数学的特点是受婆罗门教的影响很大；此外，它还受到希腊、中国和近东数学的影响，特别是中国的影响。印度数学的成就，主要在算术、代数方面，其中特别是计算技术，取得了重大的进展。它已经有符号代数的萌芽；对一元二次方程有了比较完整的认识，知道它有两个根（包括负根和无理根）；也研究了不定方程。它的几何是具有东方色彩的计算几何，没有逻辑证明，只有一些经验公式。