趣味学习 520 丛书

数学 520

开明出版社

趣味学习520丛书

编著 邢富冲
王 伟

数学

开明出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学，520/邢富冲，王伟编著. —北京：开明出版社，2001.10
ISBN 7-80133-546-5

Ⅰ.数… Ⅱ.①邢…②王… Ⅲ.数学青少年读物 Ⅳ.01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 061548 号

策　　划：焦向英
责任编辑：刘维维　马小涵
封面设计：羽人创意设计中心

趣味学习 520 丛书　　**数学，520**

编著　邢富冲　王　伟
出版　开明出版社（北京海淀区西三环北路 19 号）
印刷　保定市印刷厂
发行　新华书店北京发行总店
开本　880×1230 毫米　特 1/32 开　　印张 8.5　　字数 253 千
版次　2001 年 10 月第一版　2001 年 10 月第一次印刷
书号　ISBN 7-80133-546-5/G·476
印数　00001－10000
定价　12.50 元

致读者

你现在拿在手里的是一套趣味十足的趣味学习丛书，在经过一年多的写作编辑之后，正当我们要给这套丛书命名的时候，“5，2，0”三个小可爱冒出来了，他们联合起来，强烈要求用它们来命名这套书。我们这些编写者们，考虑到这三个小可爱在我们的这套丛书中真是出了不少力，而且形象、意义都与我们这套书相吻合，尤其知名度竟然非常高（因为征求了几个同学的意见，他们一听说是“520”，立刻就高兴地说，“我们都知道啊，‘我爱你’吗”），于是，我们郑重聘这三个小可爱，做了我们的丛书名。

我们的趣味学习520丛书，首先推出三本，它们是《数学，520》《物理，520》《化学，520》，献给的读者是初中及以上的同学们。这三本书按照数学、物理、化学各自的知识体系和特点，选择有趣的形式，运用生动的语言，分别清晰贴切地表述各科精华而有趣的内容。你们读后会发现，书中所讲的多为面目可亲，且能轻松地、聪明地运用于生活中的小知识。比如，《数学，520》中讲到的“能掐会算的本事”、“将军饮马”，相信能让你在课间、同学聚会时露上一小手，既活跃了气氛，又让同学们学到了知识，然后你会发现你在同学间的人气一定迅速激增。因为，死学知识的人，可以被他人请教解题，最多让别人佩服；但是活用知识的人，可以用知识娱乐启发他人，才是常受人欢迎的。

当然，趣味学习520丛书不仅要给大家带来应用的快乐，更重要的是，趣味学习520丛书注意了先进性、时代感和高品位，讲述的有关于世界范围内的一些新成果，比如《数学，520》中就收录了关于费马大定理、四色定理、化圆为方等问题的新动态；还对一些科普读物中发现的错误作了更正讲解，比如《数学，520》中的按遗嘱分马

问题、一个数字谜等。

趣味学习 520 丛书的目的就是要让所有认真阅读的同学们都爱上数学、物理、化学，并激发灵感，促进课内的学习，融会贯通，提高学业素质，提高学习成绩。我们希望每个阅读了趣味学习 520 丛书的同学们,都能得到你们周围的同学、朋友的欢迎。5,2,0 和我们都认为这是一套受同学欢迎,同时让同学们受周围同学瞩目并欢迎的好书。

书是好书，但是阅读却要靠你自己，那么怎样阅读本书呢?

虽然趣味学习 520 丛书是趣味读物，但是它的知识容量和对理解力的要求，绝不同于小说，不能读得太快，应该边阅读边思考。

这套丛书，除个别问题之外，在把问题交待清楚之后都有分析解答。当你弄清题意之后，最好不要立刻就看下面的分析解答，而应自己独立思考一下，看看自己能不能解这个题，自己想到的是什么样的方法，然后再与书上的分析解答加以比较，看看各有哪些优缺点，这相当于与本书的作者们进行一番探讨。我们可是很希望通过趣味学习 520 丛书与你们神交的。

还有，读趣味学习 520 丛书时手头应有草稿纸和铅笔，要一边看一边思考，必要时画画图，进行一些计算和推导，就是说要把眼、脑、手结合起来，这样会比单纯的阅读收获更大。如果，你们能认真地以此方法阅读趣味学习 520 丛书，你们就同时养成了一个最棒的读书习惯啊！这也是我们准备送给大家的一个陪伴你们终身的礼物，别客气，收下吧！

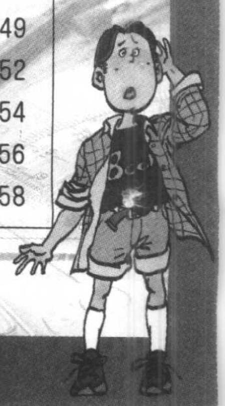
最后，我们给大家提出一个问题，你在阅读完本书后，能找到本书出现过多少次的“520”吗?找到的话，告诉我们，或许你会得到额外的惊喜啊。试试看吧，“520”。

你们可以写信告诉我们，地址在版权页上。如果是寄给 520 的话，就请在信封上注明，我们会帮你转给这三个小可爱的。另外，对本书有什么宝贵意见也一定要告诉我们啊。

编　者

2001 年 10 月

目　录



在少年时代，有一些数学游戏和问题曾使我们对数学产生了十分浓厚的兴趣.我们在本书的开头分别记述的就是几个这样的游戏和问题.

1 能掐会算的本事

那是在上小学的时候，在我们学了整数的四则运算之后，有一位年级比我高的同学和我作过这样一个游戏：

他让我心里随便想好一个数，不要告诉他我想的数是几，只要默默地在这个数的基础上按照他的指令进行加、减、乘、除运算.在进行了每一步运算之后，我要记住得数，但是不把得数告诉他，然后在这个得数的基础上按他的指令作新的运算.当按他的全部指令完成所有的运算之后，不用我说出来，他就知道最后得数是几，他说他能掐会算.

他刚一说完，我立刻就说："不信!"当时我想：我不说出来，他就知道得数，这怎么可能呢？比如我想的数是3，他要是让我加上1，我可以在心里默算：$3+1=4$.可是我不说出来，他怎么会知道应该等于4呢？

在进行试验之前，他又教给我一种运算，这种运算叫作**横加**.横加运算不是一般的加法运算.一般的加法运算是求两个数的和的运算，是在两个数之间进行的；而横加运算是对一个一个的单独的数进行的.对一个数作横加运算，就是把这个数的每一位上的数字横着逐个地加起来.例如723是一个数，它的百位数字是7，十位数字是2，个位数字是3.对723作横加，就是$7+2+3$，结果等于12.如果对12再

作横加，就是 1+2，结果等于 3. 他还告诉我：一位数横加后还得这个数本身.

我掌握了横加运算之后，我们开始试验.

我心里想好了一个数，是 5. 我在一张纸片上写了一个“5”字，用手挡住不让他看见. 他让我“加上 2”；我用手挡着在纸片上写了一个“7”字. 他让我“乘以 3”；我用手挡着在纸片上写上了“21”. 他让我“横加”；我知道 21 横加就是 2+1，所以我又用手挡着在纸片上写了一个“3”. 他让我“乘以 6”；我用手挡着写了一个“18”. 他让我“横加”；我写了一个“9”，还是用手挡着，绝不让他看见. 他让我“加上 6”；我用手挡着写了个 15”. 他让我“除以 5”，这时我有些奇怪，他怎么知道能除得开？除不开怎么办？可是事实上除开了. 我用手挡着在纸片上写了一个“3”. 他又让我“加上 2”；还没等我写完，他就说：“等于 5.”我惊奇不已！他怎么知道的？确实等于 5 呀！

我又怀着极大的好奇心跟他重试了几次，一次也没错，都用不着我说，他也从不偷看，每次他都能准确无误地说出最后得数. 而且每次的计算过程和得数不全一样. 我对他佩服得真是快要五体投地了.

后来他告诉我了：这个游戏的奥妙在于 9 的倍数的性质——任何一个正整数乘以 9 之后，经过一次或几次横加，最终都能变成一位数，而这个一位数一定是 9. 例如：

$1\times9=9$，　　9 横加还等于 9；

$2\times9=18$，　　18 横加还等于 9；

$3\times9=27$，　　27 横加也等于 9；

$4\times9=36$，　　36 横加也等于 9；

$5\times9=45$，　　45 横加也等于 9；

$6\times9=54$，　　54 横加也等于 9；

$7\times9=63$，　　63 横加也等于 9；

$8\times9=72$，　　72 横加也等于 9；

$9\times9=81$，　　81 横加也等于 9；

$10\times9=90$，　　90 横加也等于 9；

$11\times9=99$，　　99 横加等于 18；18 再横加等于 9；

$12\times9=108$，108横加也等于 9；

……

365×9＝3285，3285 横加得 18，18 再横加还是得 9；

……

当时我并没有想是否能很容易地证明这个规律对于无穷多个正整数都对，反正我相信了这个结论.

后来我也想通了他是怎样利用这个规律算出最后得数的：不论我想的是个什么数，他一旦让我乘以 9 了，再通过横加运算变成一位数之后，不用我说出来，他心里也知道应该等于 9 了. 从这时开始，他在心里跟我一起进行计算，所以他能知道最后结果.

他在第一次跟我试验时，虽然没有直接让我“乘以 9”，但是让我先“乘以 3”，横加后又让我“乘以 6”，这里面实际上也包含了“乘以 9”. 不直接让我“乘以 9”，是为了避免让我发现他的秘密武器.

在“乘以 9”之前所作的运算，实际上没有太多的实际意义，那是迷惑人用的. 真正与最后结果有关的，是在乘以 9 并横加以后进行的那些运算. 在每次游戏中采用不同的运算程序，更能增加神秘感，不易让人发现这个游戏的奥妙之所在.

2　心算某日是星期几

在上小学时，有一位同学和我作过这样一个游戏：他让我随便说出当年的某一月某一日，他不用看日历就能很快、准确地说出这天是星期几.

我拿来了一本日历，与他试验了几次.果然他每次都说得很快也很准.我知道他不可能把一年三百六十五天每天星期几都背下来，所以他的本事引起了我很大的兴趣.

后来我知道了他的计算方法：他心里记住了十二个数字，这十二个数字分别对应于当年的十二个月.要计算当年的某月某日是星期几，只要用那日的日数加上那月所对应的数字，然后除以7，余几就是星期几，恰好除尽就是星期日.

我清楚地记得那年的十二个月所对应的数字依次是

1，4，4，0，2，5，0，3，6，1，4，6.

碰巧，2002年的十二个月所对应的数字依次也是这十二个数字.下面就以2002年为例具体地谈一下这种方法.

我们先要把下表中的各数牢牢地记在心里：

2002年的月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
各月对应的数字	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6

例如要计算2002年6月25日是星期几.我们心里想到6月份对应的数字是5，就是25加上5，得到30；再用30除以7，余2，则2002年6月25日是星期二.

再如，要计算2002年9月1日是星期几.9月对应的数字是6，$1+6=7$，7除以7没有余数，所以2002年9月1日是星期日.

可见，只要心里熟记144025036146这一串数字，就能算出2002年的几月几日是星期几.

144025036146这一串数字是从哪儿来的呢？它们就是分别所对应的月份的上一个月的最后一天的星期数.例如，2002年1月31日是

星期四，所以2002年2月份对应的数字就是4.每月1日的星期数，当然是在头一天(即上个月的最后一天)的星期数的基础上加上1；以后每过1天，星期数就增加1；7天一个周期(即一个星期)，所以很容易想通这个方法.

为了找出2003年12个月份所对应的各个数字，也就只需记下2003年每个月份的上一个月的最后一天是星期几.利用年历容易查得下表：

2003年的月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
各月对应的数字	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0

例如要计算2003年8月15日是星期几.我们查到2003年8月份对应的数字是4，$15+4=19$，19除以7余5，所以2003年8月15日是星期五.

平年每年有365天.$365=52\times7+1$，即：平年每年有52个星期零1天.所以，如果连续两年都是平年，则第二年每月对应的数字就是在第一年对应月份对应的数字的基础上加上1.

闰年的2月有29天.闰年全年366天，是52个星期零两天.从闰年的3月份开始的连续12个月中，每个月对应的数字等于一年前同一月份对应的数字加上2.

例如，2000年是闰年.2000年3月至12月各月对应的数字都等于1999年对应月份的数字加上2.从2000年3月份到2001年2月份才满12个月，所以2001年1月和2月对应的数字也分别等于2000年1月和2月对应的数字加上2(逢7变0，逢8变1).

2001年是平年.从2001年3月份开始，直到下一个闰年(2004年)的2月份，每个月所对应的数字都等于一年前同一月份所对应的数字加上1.

下表所列的是近几年每个月对应的数字：

年份＼月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1991 年	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
1992 年	2	5	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
1993 年	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
1994 年	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
1995 年	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
1996 年	0	3	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
1997 年	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
1998 年	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
1999 年	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
2000 年	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
2001 年	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
2002 年	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
2003 年	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
2004 年	3	6	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
2005 年	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
2006 年	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
2007 年	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
2008 年	1	4	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
2009 年	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
2010 年	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2

每年记住一串(12 个)数字就能心算出全年每一天是星期几，应该说是相当方便的.

从上面的表格可以看到，每年一串的 12 个数字，每过几年就会重复出现，也许读者能够发现重复出现的规律.

3 一个扑克牌游戏

在上中学时，有人和我作过这样一个游戏：

他当着我的面，把一副扑克牌洗了几遍，然后问我："一副扑克有多少张牌?"我回答："54 张.""对，一副扑克有 54 张牌.54 张的一半是多少张?""27 张.""好，我现在先从这 54 张牌中数(shǔ)出 27 张."

我看着他一张一张地数.第一张是个红桃 3，第二张是个方块 4，第三张是个梅花 Q，再往下我就记不住了.反正他一共数出了 27 张，一张挨一张地摞成了一摞，然后扣过来放在了桌子上.

他手里拿着剩下的 27 张牌，让我从中随便抽出三张.如果抽到大王或小王，他就让我重新抽一张.

他把我随意抽出的三张牌并排摆在桌子上，从每一张牌的点数开始，在它下面放上他手中的牌，放一张加一点，一直数到十三点为止.于是他在我从他手中抽出的三张牌下面各放了一串牌.当时我随意抽到的三张牌分别是黑桃 9、方块 8 和红桃 J.在黑桃 9 下面放了 4 张牌、在方块 8 下面放了 5 张牌、在红桃 J(算 11 点)下面放了两张牌，就都到 13 点了.然后，他把手中剩下的牌全都摞在了他先数出的那半副扑克上.

这时，他让我把我抽出的那三张牌的点数加起来，问我总和是多少.我说："$9+8+11=28$."他问我："那么，桌上这摞扑克牌中从上往下数的第 28 张是什么牌，你知道吗?"我说："不知道."他说："我知道.你信不信？不信咱们就数到第 28 张，看看我说的对不对."

于是我按住那摞牌，让他说第 28 张是什么牌.他说："是大王."我从上往下拿掉了 27 张牌，然后把下面的那张一翻，果然是大王！我和后来过来围观的同学们都很惊奇.

后来又作了几次，每次都先数出 27 张摞成一摞扣在旁边，然后从剩下的 27 张中随意抽出三张，从每张的点数开始往下排，排到 13 点为止，再把剩下的牌也扣到先数出的那半副牌上.如果由于抽出的三张牌的点数太小，手中的牌不够用，他就从先数出的那一摞上取，还

是排到 13 点为止.

由于每次抽出的三张牌的点数完全是偶然的，所以这三张牌的点数之和予先谁也不知道，可是他每次都能准确地说出那摞牌中从上往下数序号等于抽出的三张牌的点数之和的那张牌是什么.当然并不是每次都是大王.作了好几遍都准确无误，有的同学说："真神了！"

后来我照着他的作法自己又作了几遍，边作边思考，终于发现了这个游戏的奥妙：

设我从他手中随意抽出的三张牌的点数分别为 x、y、z，在 x 点下面每放一张算增加一点，直放到 13 点为止，则放到 13 点时这一列共有

$$13-(x-1)=14-x$$

张牌.同理，另两列分别有 $14-y$ 及 $14-z$ 张牌.这三列总共有

$$(14-x)+(14-y)+(14-z)=42-(x+y+z)$$

张牌.

他从全副扑克中数出 27 张牌扣到旁边之后，手中还剩 27 张牌.手中的 27 张牌中又有 $42-(x+y+z)$张被用来摆了三列，于是，摆完三列后手中还剩

$$27-[42-(x+y+z)]=(x+y+z)-15$$

张牌.也就是说，在摆完三列之后，他把剩下的

$$(x+y+z)-15$$

张牌摞到了开始数出那 27 张牌上.这时他提出的问题是：最后得到的这一摞牌中从上往下数的第 $x+y+z$ 张是什么牌？

由于最后得到的这一摞中最上面的$(x+y+z)-15$ 张牌是摆完三列之后摞上去的，所以，最后得到的这一摞中从上往下数的第 $x+y+z$ 张牌，就是原来扣在那里的 27 张牌中的第 15 张：

$$(x+y+z)-[(x+y+z)-15]=15.$$

扣在桌上的 27 张牌是一张一张地数出之后摞整齐然后扣到桌子上的，所以，扣在那里从上往下数的第 15 张，也就是一开始数出 27 张时的第 15 张.

因而，只要在一开始数出那 27 张牌时，不动声色地默默地把第 15 张牌记在心里，然后按照前述步骤把游戏作下去，最后就能说出这个游戏的答案了.