

小学数学图形题 解题指要

朱忠民 张英 编著

东方出版中心

内 容 提 要

本书根据小学数学课程标准及教材的具体内容,对小学数学中最重要、最实用的图形题部分进行解题思路与方法的指导。本书内容涉及了平面图形中的长方形、正方形、三角形、平行四边形、梯形、圆、扇形、弓形、圆环等,立体图形中的长方体、正方体、圆柱、圆锥、棱柱等。本书的解题方法除涉及了假设法、举例法、列表法、计算法、概念法、公式法等,还从平面图形求周长、求面积角度分析了分割法、割补法、小放大方法、等量代换方法、旋转移动法,从立体图形求表面积、体积角度分析了图形展开法、拆拼法、公式法、等量代换法等。本书针对不同解题方法分别用一组例题重点揭示解题技能,为学生思考问题及解题的创造性打开了窗户,同时也可供教师和家长参考。

编者的话

在小学数学课程中，“应用题”与“图形计算题”占了相当部分，它们源于生活，用于实际，掌握这类题目的解题思路与方法，对学好小学数学，训练学生思维的敏捷性、广阔性、开拓性、灵活性，都大有裨益。

为此，我们编写了《小学数学应用题解题指要》与《小学数学图形题解题指要》这两本书。它们根据课程标准与教材，针对教学上的重点、难点，概要地介绍了“应用题”与“图形计算题”解题的基本思路、途径、方法与技巧。这两本书对每一知识点分四个方面叙述，第一部分是知识点的提要，概述有关专题的内容、性质、法则、公式与重点、难点。第二部分是解题思路与方法的介绍，这是本书的精华，能点拨学生的学习窍门与技能。第三部分是解题方法的举例，以典型习题为例，叙述解题的思路与方法，又引导如何举一反三，解变化多端的各种“变式”题。第四部分配备了有一定层次的练习，这些习题有坡度、难度，既有常见题型，也有新题型，有助于学生见多识广、开拓视野。

我们希望这两本书有助于提高小学生学习数学的能力，同时给有关教师和学生家长作为参考。本书如有不妥之处，请读者多提宝贵意见，以便不断完善。

编 者

2001年3月

目 录

一、线段、射线、角、平行线	1
二、长方形、正方形的认识	9
三、长方形、正方形周长、面积的应用	16
四、三角形的认识	21
五、三角形的面积计算	29
六、平行四边形的认识	36
七、梯形的认识	42
八、平面组合图形的认识	48
九、平面组合图形面积的计算	54
十、平面组合图形边长、周长的计算	61
十一、平面图形的应用题	67
十二、长方体、正方体的认识	71
十三、长方体、正方体表面积的计算	77
十四、长方体、正方体体积的计算	81
十五、长方体、正方体切拼应用题的计算	85
十六、圆的认识	89
十七、圆的面积	95
十八、扇形的认识	100
十九、扇形的面积计算	105
二十、组合图形的面积(一)	110
二十一、组合图形的面积(二)	116

二十二、圆柱体和圆锥体的认识	122
二十三、圆柱体和圆锥体的体积	127
二十四、组合体的体积(一)	132
二十五、组合体的体积(二)	138
习题答案与提示	144

一、线段、射线、角、平行线

(一) 线段、射线、角、平行线

1. 线

小学阶段学习的线有线段、射线、直线。重点掌握这三条线的联系与区别。

这三条线的共同点是：一条直的线。不同点是：①线段有两个端点，射线有一个端点，直线没有端点。②线段可以度量，射线与直线不可以度量。比较这三条线的关系：线段是射线、直线的一部分。

2. 角

要理解角的大小与什么有关的知识：角的大小与角的边叉开的大小程度有关，角的大小与角的边长短无关。

小学阶段所学角的类型从小到大有锐角、直角、钝角、平角、周角。这些角要注意命题范围，例如：直角、平角、周角，只限于一个条件： 90° 、 180° 、 360° 。锐角、钝角要有两个条件，锐角必须是大于 0° 小于 90° 的角，钝角必须是大于 90° 小于 180° 的角。

3. 平行线、垂线

平行线、垂线强调的是定义条件，平行线强调在同一平面内不相交的两条直线。垂线强调两条直线相交成直角时，这两条直线叫做互相垂直，其中一条直线叫做另一条直线的垂线。两条直线互相垂直，缺一不可。

(二) 解题思路与方法

方法 1: 概念法——用线段、射线、直线、角、平行线的定义、性质、公式、法则等来解答。

方法 2: 计算法——利用条件计算题目结果来解答。

方法 3: 作图法——根据题目条件作图, 便于分析条件关系, 由此来解答。

(三) 典型例题分析

例 1 判断(对的打√, 错的打×):

1. 射线有两个端点。 ()
2. 直线有无数个端点。 ()
3. 线段有两个以上的端点。 ()

解 用概念法解。

线段: 有两个端点。射线: 有一个端点。直线: 没有一个端点。

由此得到: 第 1 题是 ×, 第 2 题是 ×, 第 3 题也是 ×。

例 2 选择题(把正确答案的编号写在括号里):

- 由 30° 、 60° 、 20° 组成的角是 ()
(A) 钝角 (B) 锐角 (C) 直角 (D) 平角

解 用计算法解。

$30^\circ + 60^\circ + 20^\circ = 110^\circ$, $90^\circ < 110^\circ < 180^\circ$ 是钝角。正确答案应该是: (A)。

例 3 想一想, 下列图形中有几条线段?

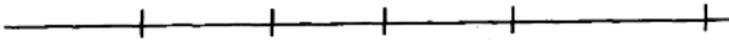


图 1-1

解 用作图法解。



图 1-2

由一条小线段组成的有 4 条。



图 1-3

由两条小线段组成的线段有3条。

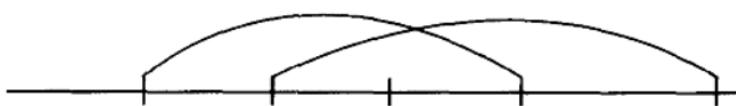


图 1-4

由三条小线段组成的线段有 2 条。

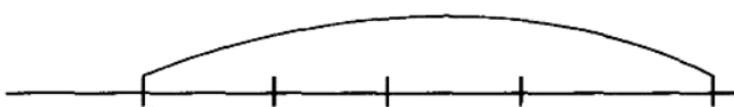


圖 1-5

由四条小线段组成的线段有1条。

线段一共有 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ (条)。

例 4 先判断,再改错。

1. 一条直线长3米,两条这样的直线长6米。… ()
2. 通过一点,可以作无数条直线,也可以作无数条射线。…………… ()
3. 两点之间的直线最短。…………… ()

解 改错时应该注意两点：

1. 不能改变题目的原来意思。

如:一条直线长 3 米,两条这样的直线长 6 米。不能改为:正方形的边长是 3 米,周长是 12 米。

2. 不能用否定句。

如:一条直线长 3 米,两条这样的直线长 6 米。不能改为:一条直线长 3 米,两条这样的直线长不是 6 米。

正确答案应该是:

第 1 题是错的应该打 \times ,正确的是:一条线段长 3 米,两条这样的线段长 6 米。

第 2 题是对的应该打 \checkmark 。

第 3 题是错的应该打 \times 。正确的是:两点之间的距离最短。

(四) 习题

1. 判断(对的在括号里打 \checkmark ,错的在括号里打 \times)

- (1) 经过两点可以作无数条直线 ()
- (2) 线段是直线的一部分 ()
- (3) 射线有端点,那端点无限延长就成了直线 ()
- (4) 一个角的边越长,那么这个角就越大。 ()
- (5) 两条直线互相垂直,这两条直线相交的角不一定是直角 ()
- (6) 直线是线段的一部分 ()
- (7) 任何一条线都叫直线 ()
- (8) 两个锐角的和一定比钝角大 ()
- (9) 角的两条边叉开程度越大,角也越大 ()
- (10) 锐角小于钝角 ()
- (11) 两个直角的和是钝角 ()

2. 填空

- (1) 2个直角 = _____个平角。
- (2) 4个直角 = _____个周角。
- (3) 3个直角 = _____个_____角减去 _____个直角。
- (4) 2个直角 = _____个平角 = _____个周角。
- (5) 过一点可以作 _____条直线。过一点可以作 _____条射线。过一点可以作 _____条线段。
- (6) 学生用的三角板的三个角的度数是 _____度、 _____度、 _____度，或者是 _____度、 _____度、 _____度两种。
- (7) 从一点引出两条 _____，所组成的图形叫做角。
- (8) 150度的角比平角少 _____度，比直角大 _____度，这个角叫做 _____角。
- (9) 两条直线相交成 _____度时，这两条直线叫做互相垂直。

3. 选择(把正确答案的字母编号都填在括号里)

- (1) 由 30° 、 60° 、 20° 组成的角是 ()
(A) 钝角 (B) 锐角 (C) 直角 (D) 平角
- (2) 比 50° 大的角可以是 ()
(A) 钝角 (B) 锐角 (C) 直角 (D) 平角
- (3) 比 360° 小的角一定是 ()
(A) 钝角 (B) 锐角 (C) 直角 (D) 无法确定
- (4) 有一个角是直角，那么这角的两边 ()
(A) 相互垂直 (B) 不相交 (C) 成一直线
- (5) 两条平行线之间的距离 ()
(A) 处处相等 (B) 只有一处相等 (C) 处处不相等

- (6) 两条相交直线可以组成四个角,如果其中一个是直角,则其他三个角是 ()
(A) 钝角 (B) 锐角 (C) 直角 (D) 无法确定
- (7) 过一点可以作射线的条数是 ()
(A) 一条 (B) 两条 (C) 无数条 (D) 没有的
- (8) 一个角有 ()
(A) 一条边 (B) 两条边 (C) 无数条边 (D) 三条边
- (9) 三角板的一个三角形有()个直角
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 无数
- (10) 射线有()个端点
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 无数

4. 想一想

(1) 图 1-6 中有几条线段? 几条射线? 几条直线?

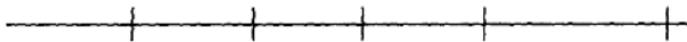


图 1-6

有 _____ 条线段、有 _____ 条射线、有 _____ 条直线。

(2) 图 1-7 直角中有 _____ 个角。



图 1-7

5. 数一数有几个锐角?

(1) 有()个锐角

(2) 有()个锐角



图 1-8



图 1-9

6. (1) 过 N 点作 AB 的平行线,

过 N 点作 BC 的垂线。

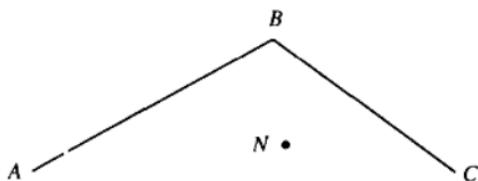


图 1-10

(2) 过 M 点作 AB 的垂线,

过 M 点作 AC 的平行线。

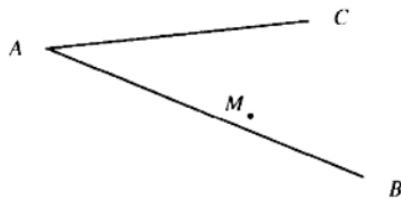


图 1-11

(3) 过 P 点作 BC 的平行线, 过 Q 点作 BC 的垂线。

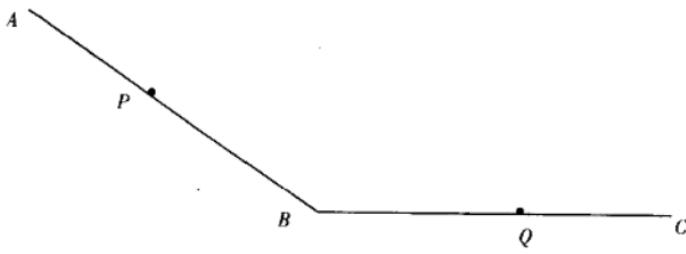


图 1-12

(4) 过 P 点作直线 BC 的平行线, 过 P 点作直线 BC 的垂线。

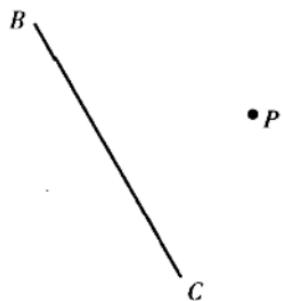


图 1-13

二、长方形、正方形的认识

(一) 长方形、正方形

1. 长方形、正方形的特征

注意从角、边、对角线、对称轴四个方面去认识长方形和正方形，特别要注意长方形和正方形的区别即相同点与不同点：

长方形和正方形都是四条线段围成的封闭图形；四个角相等，都是 90° ；对边分别平行。但长方形的对边长度分别相等，而正方形的四条边长度都相等。

长方形和正方形的对角线相等，且互相平分，而正方形的对角线还互相垂直；

长方形和正方形都是轴对称图形，长方形有两条对称轴，而正方形有四条对称轴。

2. 长方形、正方形的周长

长方形、正方形的周长都是四条边长的和，但在用公式表示时有些不一样，长方形的周长是：(长 + 宽) $\times 2$ ，字母公式： $C = 2(a + b)$ ；正方形的周长是：边长 $\times 4$ ，字母公式： $C = 4a$ 。当长方形中的长与宽相等时，它们的周长公式就相同了。

3. 长方形、正方形的面积

长方形与正方形的面积都是用相邻边长的长度相乘，由于长方形的边长长度不一样，它的公式是：长 \times 宽，字母公式： $S = ab$ 。正方形的面积公式是：边长 \times 边长，字母公式： $C = a^2$

$\times a$, 或者记作 $C = a^2$ 。

(二) 解题思路与方法

解答概念的方法：

概念法——用长方形、正方形的定义、性质、公式等法则来解答。

计算法——根据题目条件,利用长方形、正方形周长、面积公式计算来解答。特别要注意公式的变形:例 $a = c \div b$, $b = S \div 2 - a$ 。

假设法——当题目缺少条件时,假设条件,再根据条件来解答。

举例法——举正例或者举反例,确定命题的正确性。

(三) 典型例题分析

例 1 判断(对的打√,错的打×):

1. 一个边长是 4 厘米的正方形,它的边长与面积相等。 ()
2. 四条边相等的四边形一定是正方形。 ()

解 第 1 题用概念的方法解。

边长是 4 厘米的正方形,它的周长是 16 厘米,它的面积是 16 平方厘米。虽然答案都是 16,但是,单位名称一个是周长,一个是面积。周长和面积是两个不同的概念,周长与面积是不能等同的。所以本题是错的。

第 2 题用举例的方法解。

四条边相等的四边形不一定是正方形,也可以是菱形。所以四条边相等的四边形一定是正方形是错的。

例 2 一个正方形,它的边长扩大到 2.5 倍,那么它的面积扩大到多少倍?

解 用假设的方法解。

设这个正方形的边长原来是 1 厘米,那么原来的面积 = $1 \times 1 = 1$ 平方厘米。边长扩大到 2.5 倍后,边长成为 2.5 厘米,变化后的面积 = $2.5 \times 2.5 = 6.25$ 平方厘米。现在的面积 ÷ 原来的面积 = $6.25 \div 1 = 6.25$ (倍)。它的面积扩大到 6.25 倍。

(四) 习题

1. 判断(对的在括号里打√,错的在括号里打×):

- (1) 边长是 1 分米的正方形,它的面积是 1 平方分米。 ()
- (2) 一个长方形和一个正方形的面积相等,则它们的周长也相等。 ()
- (3) 要计算长方形的周长和面积,都必须知道长方形的长和宽。 ()
- (4) 边长是 4 分米的正方形,它的周长和面积都是 16 平方分米。 ()
- (5) 有大小不同的两个正方形,已知大正方形的边长是小正方形的 5 倍,那么大正方形的面积是小正方形面积的 25 倍。 ()
- (6) 如果两个长方形的周长相等,则它们的面积也相等。 ()
- (7) 两个长方形的面积相等,它们的周长也一定相等。 ()
- (8) 如果一个正方形的边长缩小到 10,则它的面积缩小到 10,周长缩小到 10。 ()
- (9) 一个长方形的长和宽分别是 5 米和 b 米,那么它的周长是 $(10 + 2b)$ 米。 ()

(10) 两个周长相等的正方形，他们的面积也一定相等。 ()

2. 填空

(1) 正方形的_____叫周长，正方形的_____叫面积。

(2) 常用的长度单位有_____、_____、_____. 常用的面积单位有_____、_____、_____。

(3) 一个正方形的边长是8厘米，它的周长是_____厘米，面积是_____平方厘米。

(4) 一个长方形的长是6厘米，宽比长短2厘米，这个长方形的周长是_____厘米，它的面积是_____平方厘米。

(5) 一个长方形的宽是6厘米，比长短2厘米，这个长方形的周长是_____厘米，它的面积是_____平方厘米。

(6) 两个边长是5分米的正方形，拼成一个长方形，它的周长是_____分米，它的面积是_____平方分米。

(7) 正方形的边长扩大4倍，它的周长扩大_____倍，它的面积扩大_____倍。

(8) 一个正方形的面积是25平方厘米，如果它的边长扩大4倍，面积就变为_____平方厘米。

(9) 一个正方形的面积是100平方分米，如果它的边长缩小到5，面积就变为_____平方分米。

(10) 用铁丝围成一个面积是36平方米的正方形，现在把它改成长和宽不相等而且都是整数的长方形，一共有_____种围法。

3. 选择(把正确答案的字母编号都填在括号里)

(1) 求长方形的面积可以用()，求长方形的周长可