

高等学校试用教材

传热分析与计算

钱壬章 俞昌铭 林文贵 编



高等教育出版社

内 容 提 要

本书是在高等学校工科热工课程教学指导委员会(原编委会)组织下,在目前工科院校普遍采用的传热学教材的基础上,编写的一本工程热物理专业用传热学(II)试用教材。

全书共十章,包括三部分内容,即导热部分(第一、二、三章)、对流换热部分(第四、五、六、七章)和辐射换热部分(八、九、十章)。各部分内容具有相对的独立性,可按不同教学要求进行选择。全书注重热现象的物理概念、数学描述及求解方法,对传热问题的分析计算作了较深入的阐述,并专门安排两章介绍导热、对流换热问题的数值计算。每章末均附有习题和参考文献。全书采用我国法定计量单位。

本书于1985年8月经热工课程教学指导委员会传热学指导小组昆明会议审查通过,可作为工程热物理专业传热学(II)试用教材,亦可供有关教师、研究生及在动力、能源、冶金、建筑、航空、机械等领域工作的热工科技人员参考。

高等学校试用教材

传热分析与计算

钱壬章 俞昌铭 林文贵 编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

国防工业印刷厂印装

*

开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印张14.875 字数370 000

1987年4月第1版 1987年4月第1次印刷

印数00 001—3 115

书号15010·0844 定价2.65元

前 言

本书是在目前工科院校普遍采用的传热学教材的基础上编写的，是工程热物理等专业开设传热学（II）一类课程的教学用书，也可作为热工类其它专业的选修课教材，对于正在进行基本传热学课程教学的师生、相应的研究生以及在动力、能源、冶金、建筑、航空、机械等领域从事有关热工技术工作的科技人员，本书可作为参考书。

1982年5月，在天津大学召开的工程热物理专业协作组会议上，与会各校普遍反映，为了加强传热学课程的教学，应在一般传热学课程的基础上开设提高课，即传热学（II）。会议期间，就该课程的教学大纲进行了交流，并建议由热工教材编审委员会负责相应教材的组稿与评审。同年12月，在热工教材编审委员会重庆会议期间，经有关学校协商，决定由清华大学与华中工学院合编此书。

全书共十章。第一、二、三章为热传导部分（俞昌铭编），第四、五、六、七章为对流换热部分（钱壬章编），第八、九、十章为辐射换热部分（林文贵编）。本书在编写过程中注意了以下几点：内容既要与一般传热学教材相衔接，又要有明显的特点；围绕传热学三个基本组成部分（导热、对流、辐射），在理论上作适当加深，即在分析与计算两方面进行较深入的阐述；在全书叙述中注重传热现象的物理概念、数学描述与求解方法；安排专门章节介绍利用计算机求解导热与对流换热问题；考虑到全书的侧重点，本书不再介绍有关传热实验研究与工程应用的内容。本书每章末均附有一定数量的习题。

本书的读者一般应具有热力学、传热学、工程流体力学、偏

微分方程、计算方法与计算机语言的基本知识。

本书由南京工学院孙仁洽教授主审，并于1985年8月由热工教材编审委员会传热学编审小组审查通过。孙仁洽教授仔细阅读了原稿，对本书提出了中肯的意见，对提高本书质量起了积极的作用。对此，我们表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，时间仓促，书中定有不少缺点与错误。加之本书由三位编者执笔，在体例与风格上难免有不协调之处。我们诚心欢迎广大读者批评指正。

编 者

1986年6月

目 录

第一章 导热基本定律及导热定解问题	1
§ 1-1 导热基本定律.....	1
§ 1-2 各向异性介质中的导热规律.....	5
§ 1-3 导热方程	11
§ 1-4 定解条件	15
§ 1-5 求解导热定解问题的方法与特点	18
习题.....	19
参考文献.....	21
第二章 导热问题的分析求解	22
§ 2-1 一维稳态导热	22
§ 2-2 一维非稳态导热	34
§ 2-3 二维稳态导热	50
§ 2-4 近似分析解法	57
§ 2-5 相变问题	65
习题.....	73
参考文献.....	75
第三章 导热问题的数值求解	76
§ 3-1 离散化方法与差分格式	76
§ 3-2 一维稳态导热	84
§ 3-3 一维非稳态导热	95
§ 3-4 二维稳态导热.....	110
§ 3-5 二维非稳态导热.....	121
§ 3-6 相变问题数值解.....	128
习题	135

参考文献	138
第四章 对流换热基本方程	139
§ 4-1 对流换热基本概念	139
§ 4-2 对流换热基本方程	142
§ 4-3 不可压缩流体的紊流时均方程	151
§ 4-4 边界层微分方程	155
§ 4-5 边界层积分方程	159
习题	169
参考文献	170
第五章 层流对流换热分析	171
§ 5-1 管内层流换热	171
§ 5-2 掠过平板的层流边界层精确解	184
§ 5-3 竖板自然对流分析解	195
§ 5-4 高速流动层流换热	200
§ 5-5 掠过楔形体的层流精确解	213
§ 5-6 层流边界层的热质传递	225
§ 5-7 集态改变的层流边界层	236
§ 5-8 不可压缩流体平板层流边界层积分近似解	244
习题	249
参考文献	251
第六章 紊流对流换热分析	252
§ 6-1 紊流模型	252
§ 6-2 平板紊流边界层	264
§ 6-3 管内紊流对流换热	276
§ 6-4 竖板自然对流换热的积分近似解	289
习题	293
参考文献	294
第七章 对流换热的数值计算	295
§ 7-1 基本方程的归一化	296

§ 7-2	差分方程的建立	302
§ 7-3	对流-扩散差分方程的差分格式	307
§ 7-4	多维问题的离散方程	315
§ 7-5	流场计算	320
§ 7-6	网格划分与边界条件	327
§ 7-7	迭代方程	332
§ 7-8	对流换热计算实例分析	336
	习题	354
	参考文献	356
第八章	辐射换热的物理基础	357
§ 8-1	热辐射与辐射换热	357
§ 8-2	热辐射基本物理量的定义及其特性	359
§ 8-3	等温空腔中的平衡辐射场	370
§ 8-4	固体表面平衡辐射的基尔霍夫定律	372
§ 8-5	布格尔-兰贝特吸收定律	373
§ 8-6	介质体积热辐射的基尔霍夫定律	376
§ 8-7	绝对黑体和黑体辐射	379
§ 8-8	黑体辐射的总能量密度	382
* § 8-9	黑体辐射的单色能量密度	384
	习题	392
	参考文献	393
第九章	固体表面间的辐射换热	394
§ 9-1	固体表面辐射特性数据的选取与计算	394
§ 9-2	黑体封闭面间的辐射换热和角系数	400
§ 9-3	漫射灰体封闭面间的辐射换热	407
§ 9-4	含有镜反射面的封闭面间的辐射换热	420
§ 9-5	表面间辐射换热的蒙特卡洛解法	423
	习题	428
	参考文献	428

第十章 气体的辐射换热	430
§ 10-1 吸收、发射介质中的能量传递方程	430
§ 10-2 单色定向辐射能的传递方程	432
§ 10-3 等温灰气体与固体界面间的辐射换热	436
§ 10-4 非等温灰体封闭壁面与等温灰气体间的辐射 换热	443
§ 10-5 炉内辐射换热的零维简化计算分析	447
* § 10-6 炉内辐射换热三维近似计算分析	450
* § 10-7 炉内辐射换热的蒙特卡洛算法	457
习题	465
参考文献	466

第一章 导热基本定律 及导热定解问题

这一章阐述导热问题的数学描述，即如何将导热问题表示成一个恰当的数学问题。为此，先介绍导热基本定律，继而介绍导热方程与定解条件，最后扼要介绍求解定解问题的方法。

§ 1-1 导热基本定律

当一致密的固态物体与其周围环境存在热量交换时，该物体内部各处的温度往往不尽相同，从高温处到低温处必有热量传递。这种在致密固体内部由高温处向低温处的热传递过程称为热传导（也称导热）。在流体（液体或气体）中，若能抑止其内部介质的相对迁移，也能出现与上述致密的固体内部相同的单纯的热传导现象。但是，在通常情况下，流体内部的热传递过程往往是既有热传导又有热对流，在有些情况下还伴随有热辐射。

物体内部的导热现象遵循傅里叶定律，它的由来及主要含义在一般传热学教科书^[1,2]中都有阐述。该定律的微分形式如下：

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } t \quad (1-1-1)$$

为了正确认识傅里叶定律及其适用范围，必须对包含在式(1-1-1)中的每个物理量有深入的理解。为此，作如下说明：

1. 式(1-1-1)中的 t 表示物体内的温度场函数。这种表示温度场的函数在常见的坐标系（见图1-1）可写成

在直角坐标系内 $t(x, y, z, \tau)$

在柱坐标系内 $t(r, \varphi, z, \tau)$

在球坐标系内 $t(r, \varphi, \theta, \tau)$

若温度场是时间 τ 的函数，则称该温度场为非稳态温度场；

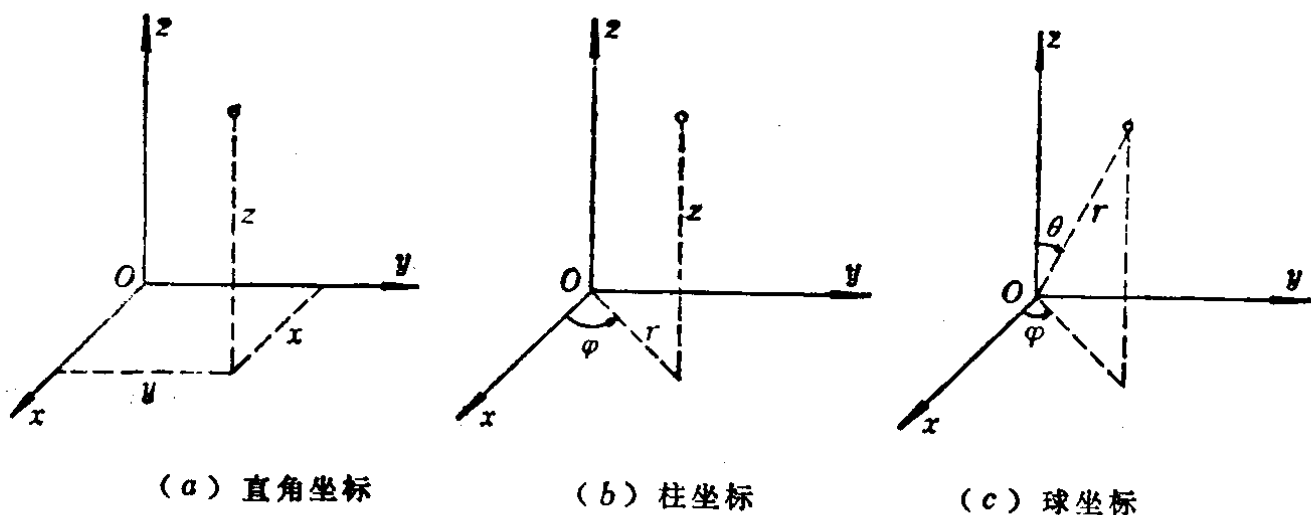


图1-1 三种基本坐标

若温度场不随时间而变化, 则为稳态温度场。温度场内温度相同的点的集合构成某种等温集合。若此集合为一几何面(平面或曲面), 则称该几何面为等温面; 若此集合为一曲线(包括直线), 则称该曲线为等温线。温度是标量, 因此温度场是标量场。

在各向同性介质内, 光滑连续温度场每一点上沿不同方向的温度变化率不尽相同, 但过此点沿等温面法线方向的温度变化率比其它方向的都大, 温度梯度 $\text{grad } t$ 就是沿等温面的法线且指向温度增加的方向。若此方向为 n , 则温度梯度也可表示为 $\frac{\partial t}{\partial n} \vec{n}$, $\vec{n}$ 为法线上的单位向量, $\frac{\partial t}{\partial n}$ 为沿该方向上的温度变化率。

根据向量运算规则, 过一点沿某一方向的温度变化率等于该点的温度梯度在该方向上的投影。

请读者注意, 式(1-1-1)只是在连续介质物体内可以定义温度梯度且连续的各点处成立。如物体中出现有裂缝等不连续现象, 尽管这种裂缝的缝隙从表观上看不占有空间, 但由于温度场在缝隙界面处不再光滑连续, 温度梯度不再有定义, 就不能用傅里叶定律式(1-1-1)。

2. 式(1-1-1)中的 $\vec{q}$ 是物体内各处的热流密度向量^①。所

^① 在各种不同版本的传热学书籍中, 也常用热流密度(或热流通量)表示热流密度向量, 而把沿任一方向的单位时间流过单位面积的热量称为热流密度沿该方向的分量。为了叙述简便, 又常省略分量二字, 有时更简捷地称之为热流。

谓热流密度，是指单位时间内流过单位面积的热量。过温度场内的任意一点，理论上可以有无穷多个面。流过这些面的热流密度不尽相同，但必定存在这样一个面，经过这个面的热流密度较其他面的大，人们把沿这个面的法线且指向温度下降的方向认定为热流密度向量的方向，把流过这个面的热流密度的大小认定为该向量的值，由此得到过一点热流密度向量 $\vec{q}$ 的定义。在各向同性介质中的每一点，垂直于热流密度向量的那个面即为等温面。

热流密度是标量，用符号 q 表示，热流密度向量是向量，用符号 $\vec{q}$ 表示。如图 1-2 所示， $\vec{q}$ 为过 P 点的热流密度向量，表示在 P 点的等温面上单位时间流过单位面积的热量， q_l 为过 L 面的热流密度。若 L 面的法向为 $\vec{l}$ （沿温度下降的方向），与热流密度向量的夹角为 φ ，则根据向量运算规则

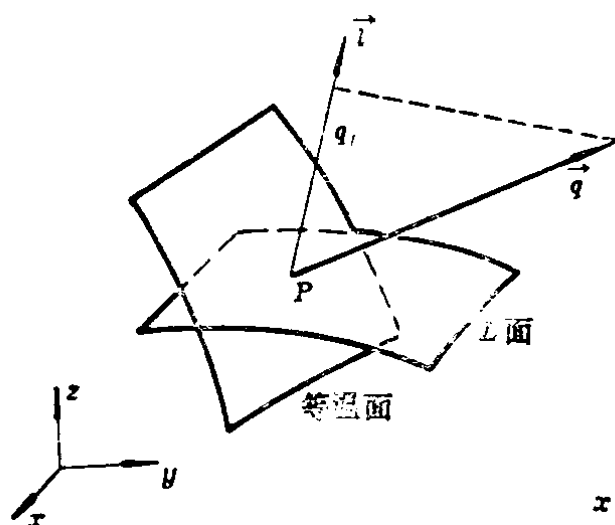


图1-2 热流密度与热流密度向量的关系

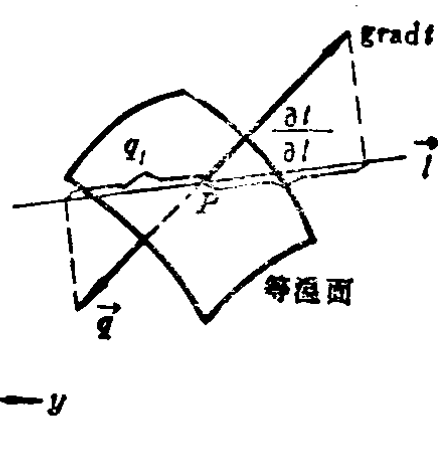


图1-3 傅里叶定律图示

$$q_l = \vec{q} \cdot \vec{l}$$

$\vec{l}$ 表示 l 方向上的单位向量。上式也可写成

$$q_l = |\vec{q}| \cos \varphi$$

在连续介质内部，所有热流密度向量构成一个热流密度向量场。

还请读者注意，式 (1-1-1) 只是在物体内可以定义热流密度向量且连续的各点处成立，如物体内出现有相变等热流密度不

连续的现象，尽管温度场在此处仍保持连续，也不能把傅里叶定律式（1-1-1）应用到相变界面上。

3. 式（1-1-1）告诉我们，在光滑连续温度场的每一点上（例如 P 点），任一瞬时温度梯度 $\text{grad } t$ 与热流密度向量 $\vec{q}$ 存在着必然的联系（见图1-3），即过同一点的温度梯度与热流密度向量同处于一条直线上，且方向相反，这两个向量大小的比值由所处点材料的导热系数值决定。应当指出，导热物体内部各处的导热系数值不尽相同，它们的全体可构成一个导热系数场。这样，式（1-1-1）可作如下的理解：在连续介质内部存在着连续的温度梯度场、热流密度向量场及导热系数场。这三个场在每一点的联系遵循傅里叶定律。

总之，傅里叶定律式（1-1-1）适用于各向同性介质内光滑连续温度场中的每一点，而不管温度场本身是否处于稳态。

傅里叶定律的表达除如式（1-1-1）外还有不同的形式。例如，根据各向同性介质中的导热系数是标量这一特点，则过连续光滑温度场内每一点沿任意方向 l 的热流密度 q_l ，与该方向上的温度变化率的关系（见图1-3）为

$$q_l = -\lambda \frac{\partial t}{\partial l} \quad (1-1-2)$$

式中， l 为任意方向， q_l 与 $\frac{\partial t}{\partial l}$ 表示热流密度向量与温度梯度在方向 l 上的投影。式中的负号表示，热流密度与温度变化率在 l 方向上符号正好相反。不少教科书中把式（1-1-2）称为傅里叶定律。

由于式（1-1-2）中 q_l 与 $\frac{\partial t}{\partial l}$ 都是标量，在约定的条件下，式（1-1-2）中的负号也可以去掉，且写成积分形式

$$q = \lambda \frac{\Delta t}{L} \quad (1-1-3)$$

式中 L 为平板的厚度， Δt 为平板两侧的温度差。式中的每个量都

取正值。式(1-1-3)也被不少教科书推荐为傅里叶定律的表示式。

4. 从式(1-1-1)或式(1-1-2)可知,已知温度场后,即可确定它对空间坐标的偏导数,进而求得热流密度向量或沿任意方向的热流密度。相反,已知热流密度向量场后,温度场却不能唯一地被确定。正是由于这一缘故,在导热问题的研究中,人们总是把注意力更集中在分析物体内部的温度场。甚至可以认为,导热问题实质上就是求温度场的问题。

§ 1-2 各向异性介质中的导热规律

式(1-1-1)所示的傅里叶定律只适用于各向同性的材料,然而实际中遇到的材料很多是各向异性的,如晶体材料、木料、石墨、天然沉积岩等。即使是均匀的各向同性材料,在应用时,从宏观上来看也往往呈现各向异性的特征,如由硅钢片叠加而成的变压器铁芯、电机的定子及人造胶合板等。因此,有必要介绍各向异性介质中的导热规律^[3,4,5]。

式(1-1-1)所示傅里叶定律中包含的一些基本概念,如温度场、温度梯度及热流密度向量等,在各向异性介质中仍然是适用的。式(1-1-1)的不适用性表现在:温度场内任一点的温度梯度与热流密度向量不再是共线的;任意方向的热流密度与温度变化率的关系不再遵循向量投影的规则,因而不能再用式(1-1-2)表示,导热系数 λ 不再是一个与方向无关的标量。上述现象可用一个简单的实验予以说明。取形状相同的玻璃片与云母片各一块,每片的一面都涂一层相同的石蜡,而后在其背面同样位置处用腊烛加热。不久即发现,各向同性的玻璃片上石蜡的熔化边界呈圆形,而各向异性的云母片上石蜡的熔化边界呈现似椭圆形。

鉴于以上认识,人们在实验与理论(如晶体物理)分析的基础上,力求把温度场与热流密度向量场的内在联系用恰当的数学

形式表示出来。为此，把傅里叶定律进行扩充。假定，在 (x, y, z) 坐标系内光滑连续温度场的每一点上，热流密度向量与温度梯度之间的关系可表示为如下形式：

$$\begin{cases} q_x = -\lambda_{xx} \frac{\partial t}{\partial x} - \lambda_{xy} \frac{\partial t}{\partial y} - \lambda_{xz} \frac{\partial t}{\partial z} \\ q_y = -\lambda_{yx} \frac{\partial t}{\partial x} - \lambda_{yy} \frac{\partial t}{\partial y} - \lambda_{yz} \frac{\partial t}{\partial z} \\ q_z = -\lambda_{zx} \frac{\partial t}{\partial x} - \lambda_{zy} \frac{\partial t}{\partial y} - \lambda_{zz} \frac{\partial t}{\partial z} \end{cases} \quad (1-2-1)$$

其中， q_x 、 q_y 、 q_z 与 $\frac{\partial t}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial t}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial t}{\partial z}$ 仍然分别是热流密度向量与温度梯度在三个坐标轴上的投影。式 (1-2-1) 表明，在各向异性介质中，沿 x 方向的热流密度 q_x 除了与该方向上的温度变化率 $\frac{\partial t}{\partial x}$ 有关外，还与沿 y 、 z 方向的温度变化率 $\frac{\partial t}{\partial y}$ 与 $\frac{\partial t}{\partial z}$ 有关。式 (1-2-1) 写成矩阵形式为

$$[q] = -[A] \left[\frac{\partial t}{\partial X} \right] \quad (1-2-2)$$

其中

$$[q] = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix} \quad \left[\frac{\partial t}{\partial X} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial t}{\partial x} \\ \frac{\partial t}{\partial y} \\ \frac{\partial t}{\partial z} \end{bmatrix}$$

如图 1-4 所示，当坐标系 (x, y, z) 绕原点旋转一个角度后，得到新坐标系 (x', y', z') 。在新坐标系内热流密度向量与温度梯度的关系可表示为

$$[q'] = -[A'] \left[\frac{\partial t}{\partial X'} \right] \quad (1-2-3)$$

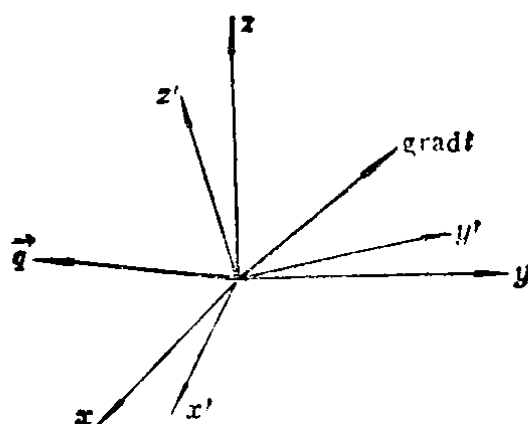


图1-4 坐标变换示意图

其中

$$[q'] = \begin{bmatrix} q'_x \\ q'_y \\ q'_z \end{bmatrix} \quad [A'] = \begin{bmatrix} \lambda_{x'x'} & \lambda_{x'y'} & \lambda_{x'z'} \\ \lambda_{y'x'} & \lambda_{y'y'} & \lambda_{y'z'} \\ \lambda_{z'x'} & \lambda_{z'y'} & \lambda_{z'z'} \end{bmatrix} \quad \left[\frac{\partial t}{\partial X'} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial t}{\partial x'} \\ \frac{\partial t}{\partial y'} \\ \frac{\partial t}{\partial z'} \end{bmatrix}$$

式 (1-2-3) 中的导热系数矩阵 $[A']$ 与式 (1-2-2) 中的导热系数矩阵 $[A]$ 都是在同一点上联系温度梯度与热流密度向量的物理量。显然，它们之间应有确定的关系。下面来说明它们之间的关系。

由于坐标轴、热流密度向量及温度梯度均为向量，它们在新、旧坐标中的关系将满足向量运算的规则，即

$$[X'] = [c][X] \quad [q'] = [c][q]$$

$$\left[\frac{\partial t}{\partial X'} \right] = [c] \left[\frac{\partial t}{\partial X} \right] \quad (1-2-4)$$

其中

$$[X'] = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad [X] = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$[c] = \begin{bmatrix} \cos(\widehat{x', x}) & \cos(\widehat{x', y}) & \cos(\widehat{x', z}) \\ \cos(\widehat{y', x}) & \cos(\widehat{y', y}) & \cos(\widehat{y', z}) \\ \cos(\widehat{z', x}) & \cos(\widehat{z', y}) & \cos(\widehat{z', z}) \end{bmatrix}$$

由于矩阵 $[c]$ 是实正交矩阵，它满足

$$[c]^T = [c]^{-1} \quad (1-2-5)$$

式中， $[c]^T$ 与 $[c]^{-1}$ 分别为矩阵 $[c]$ 的转置矩阵与逆矩阵。根据式(1-2-5)所示的性质，式(1-2-4)中各物理量在新、旧坐标系中的关系还可表示为

$$\begin{aligned} [X] &= [c]^T [X'] & [q] &= [c]^T [q'] \\ \left[\frac{\partial t}{\partial X} \right] &= [c]^T \left[\frac{\partial t}{\partial X'} \right] \end{aligned} \quad (1-2-6)$$

根据式(1-2-4)、(1-2-2)与(1-2-6)可得

$$[q'] = [c][q] = -[c][A] \left[\frac{\partial t}{\partial X} \right] = -[c][A][c]^T \left[\frac{\partial t}{\partial X'} \right] \quad (1-2-7)$$

将式(1-2-7)与式(1-2-3)对照，不难发现

$$[A'] = [c][A][c]^T \quad (1-2-8)$$

式(1-2-8)正是某一物理量为二阶张量的定义式。由此可见，各向异性介质中的导热系数是一个二阶张量。

将式(1-2-5)所示的性质代入式(1-2-8)，又可得

$$[A'] = [c][A][c]^{-1} \quad (1-2-9)$$

式(1-2-9)正是两个矩阵相似的定义式。

无疑，导热系数矩阵 $[A]$ 是一个实矩阵。根据矩阵运算规则，只要选择恰当的 $[c]$ ，也即选择恰当的坐标系，例如为 (ξ, η, ξ) ，可使 $[A']$ 成为一对角矩阵：

$$[A'] = \begin{bmatrix} \lambda_{\xi} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\eta} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\xi} \end{bmatrix} = [c] \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix} [c]^{-1}$$

其中

$$[c] = \begin{bmatrix} \cos(\overset{\frown}{\xi, x}) & \cos(\overset{\frown}{\xi, y}) & \cos(\overset{\frown}{\xi, z}) \\ \cos(\overset{\frown}{\eta, x}) & \cos(\overset{\frown}{\eta, y}) & \cos(\overset{\frown}{\eta, z}) \\ \cos(\overset{\frown}{\xi, x}) & \cos(\overset{\frown}{\xi, y}) & \cos(\overset{\frown}{\xi, z}) \end{bmatrix}$$

坐标 (ξ, η, ξ) 常称为导热系数的主轴， λ_ξ 、 λ_η 与 λ_ξ 称为主导热系数。在 (ξ, η, ξ) 坐标系内，式 (1-2-3) 为

$$q_\xi = -\lambda_\xi \frac{\partial t}{\partial \xi} \quad q_\eta = -\lambda_\eta \frac{\partial t}{\partial \eta} \quad q_\xi = -\lambda_\xi \frac{\partial t}{\partial \xi} \quad (1-2-10)$$

对比式 (1-2-10) 与式 (1-1-2)，它们几乎是完全相同的。这说明，在各向异性介质中，只要选择恰当的坐标系，其中导热规律的描述仍可沿用傅里叶定律。

为了进一步揭示各向异性介质的导热规律，说明各向异性介质导热系数的特征，下面以二维问题为例予以介绍。

图 1-5 表示一块各向异性介质材料，图中斜纹表示材料各向异性的特征， ξ 与 η 即为导热系数的主轴。根据式 (1-2-8) 可得

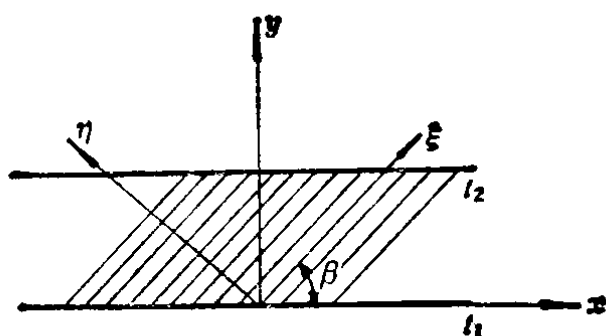


图1-5 各向异性介质示意图

$$[A] = [c]^T [A'] [c] \quad (1-2-11)$$

对照图 1-5，式 (1-2-11) 即为