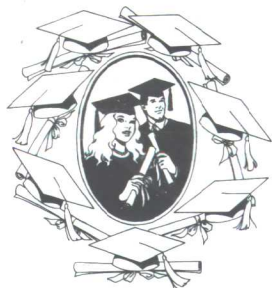


高等学校数学教材配套辅导丛书

高等 数学



辅导

第三次修订本

同济·高等数学配套用书
(上下册合订本)

主 编 北京大学数学科学学院
邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双博士高等数学课题组
总策划 胡东华

双博士



文教丛书

机械工业出版社
China Machine Press

双博士精品系列

高等数学辅导

同济·高等数学配套用书

(上下册合订本)

主 编 北京大学数学科学学院
邹本腾 漆 毅 王奕清
编 写 双博士高等数学课题组
总策划 胡东华



机械工业出版社

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标
(见右图);该图标已由国家商标局注册登记。
未经本策划人同意,禁止其他单位或个人使用。



图书在版编目(CIP)数据

高等数学辅导/邹本腾等主编.-北京:机械工业出版社,2002.1

(高等学校数学教材配套辅导丛书)

ISBN 7-111-09817-X

I.高... II.邹... III.高等数学-高等学校-教学参考资料 IV.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第001205号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮编:100037)

责任编辑:荆宏智 肖东 责任校对:肖东

封面设计:蒲菊祥

责任印制:何全君

中国农业出版社印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2002年1月第1版 第1次印刷

850mm×1168mm 1/32 印张 26.75 字数 934 千字

定价:26.00元

©版权所有 违法必究

盗版举报电话:(010)62534708(著作权者)

封面无防伪标及正文非黄色胶版纸均为盗版

(注:防伪标揭开困难或揭起无号码皆为盗版)。

为了保护您的消费权益,请使用正版图书。所有正版双博士品牌图书均贴有电码电话防伪标识物(由16位数字组成的密码)。在查询时,只需揭开标识的表层,然后拨打全国统一免费防伪查询电话16840315或0898-95315000,按照语音提示从左到右依次输入16位数字后按#键结束,您就可以得知所购买的图书是否为正版图书。

<http://www.bbdd.cc>(中国教育考试双博士网站)

<http://www.cmpbook.com>(机械工业出版社网站)

凡购买本书,如有字迹不清、缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换。

订书电话:新华书店系统:(010)68993821 (010)68326094

邮购及各省图书批发市场:(010)62579473 (010)62534708

“大学英语四、六级考试押题讲座” 授课计划

<http://www.bbdd.cc>

一、内容：大英四、六级考试考前两个月押题讲座

二、讲座总策划：胡东华

三、主讲：

“双博士品牌”大学英语课题组

四、网站：中国教育考试双博士网站：<http://www.bbdd.cc>

五、时间：2002年4月~2002年5月 2002年11月~2002年12月

六、大学英语四、六级考试考前2个月押题讲座课程表

时 间 科 目	4月或11月	4月或11月	4月或11月	4月或11月	5月或12月	5月或12月	5月或12月	5月或12月
	第1周	第2周	第3周	第4周	第1周	第2周	第3周	第4周
四 级	听力理解	阅读理解 (一)	阅读理解 (二)	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	翻译	写作	模拟题
六 级	听力理解	阅读理解 (一)	阅读理解 (二)	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	改错	写作	模拟题
分值	20分	40分		15分	10分		15分	总分100分

以上讲座均结合教材进行。

七、信息发布：网站将随时发布大学英语教学和四、六级考试方面的最新消息。

八、其他服务：本网站每月将不定期举办词汇讲座及提供课外时文选读。

双博士品牌 真爱大奉献

6/11/18/08

一封郑州某大学学生的来信

双博士：

您好！

收到您的回信十分高兴，您能如此重视一名普通读者的意见，在百忙之中给予回复，并提供赠书，令我这名学管理的学生看到了贵公司完善的管理机制，也看到了“双博士”品牌光辉的前景。

我曾购买了“双博士”的《大学英语精读课文辅导》(3)、(4)册，并且我认为质量很好，因为我在准备2001年6月份的全国四级考试前没买太多的辅导资料，仅是每天背《辅导》上的知识点，另外又做(看)了双博士的模拟题、真题解析及词汇，而我却考出了94.5分的骄人成绩，真应感谢双博士为我们带来了如此上乘的资料。所以我信赖双博士，也相信考研中借助双博士的力量，会取得更好的成绩。所以我在您寄来的书目中挑了一下，如果可以的话，我想得到代号为“RB12”的《考研应试教程(英语分册)》，或者是代号为“B18A”的《研究生入学考试英语词汇备考手册》两本书中的任何一本，我都相信会给我带来好运！

另外，在如今激烈竞争的市场中，各种图书充斥学生的眼中。既然作为一名十分喜爱双博士的读者，我想为“双博士”品牌的推广提一些建议。我认为“双博士”应多与各高校进行接洽，赞助高校学生会组织的一些学生活动，以扩大“双博士”品牌的影响力。因为在我担任我们学院的学生会文艺部长期间，所搞的诸如辩论会、演讲赛、征文等活动，几乎都是由电脑、饮料、复读机等企业赞助的，而从未想过由某一品牌图书进行赞助，因此，如果双博士有意扩大影响力的话，填补高校学生活动由图书赞助的空白，同时冠以“双博士”的名称，一定会取得很好的效果。

以上是我个人的一点想法，也许太过幼稚，毕竟我还未踏入社会，有些难处我还没体会到，也希望您不要见笑。

最后，预祝双博士前途无量，事业有成！

李志伟

2001.11.22

给李志伟同学及全国其他大学生的回复

谢谢李志伟同学及全国其他大学生对双博士品牌图书的支持、关心。目前，全国在校大学生中，有三分之一的学生在使用本品牌图书，这与广大学生的厚爱是分不开的。因此，我们愿意回报广大学生。今后如果全国各高校学生会有什么活动，需要我们赞助，我们愿意全力支持。

具体操作方法：请将举办活动的内容、目的及需要用于奖励图书的数量，写成材料，并盖上学生会公章，以传真方式发来，我们将很快给予答复。传真：(010)62622642
电话：(010)62542436 联系人：杨丹

最后，祝志伟同学及全国大学生成为祖国栋梁之才！

胡东华

2002年1月

前 言

高等数学是理工科院校一门重要的基础学科,在现行教学领域越来越突出地表现出:一、授课时间减少,学生不能完全充分掌握该学科的本质内涵;二、各科后续专业课及考研对高等数学的要求越来越高。学生在校期间如何全面透彻掌握这一基础学科,如何衔接理顺该学科在考研中的真谛,基于对此认识,本书应运而生。

本书体例兼顾教与学的要求,细致而独到,也得到师生的赞同。该书一经出版,即好评如潮,热销全国。

本书独特的品质内涵为:在每一节的开头,用表格的形式分类列出该节的主要内容,节省了读者做同样工作的时间,这一创意是在胡东华老师的直接指导下完成的,在同类书中尚属首例。对于例题,作者按分类的方式编排,把各种解题的技巧、方法、思路详细介绍给读者,并加了大量的注解,把容易出现的问题指出来,使读者少走弯路。书中加*号的内容较难,读者可根据需要自行选择。另外,每章都有一份提纲挈领的知识网络图,还附有最近几年考研真题评析,使读者对研究生入学考试的高等数学题的形式、难度有一定的了解,也方便有志于考研的读者有针对性地复习。最后是同步自测题及答案。

在编写过程中,主编郭本腾及总策划胡东华做了大量组织编写及体例策划工作,特此致谢!由于编者水平有限,时间又仓促,不妥之处在所难免,希望广大读者不吝批评、指正。

本次修订,增加了2001年最新考研真题和模拟题,同时,对其他内容也做了一些修改。

本书属于“双博士”品牌系列丛书中的黄金品牌。

本套丛书从2002年起由科学技术文献出版社改为由机械工业出版社出版,其内容、用纸及印装质量在原基础上均上了一个大台阶,故称之为“双博士精品”系列。

本书采用60克黄色胶版纸印刷,且每印张的定价不上涨,其直接目的是以学生利益为中心,并遏制盗版。

“双博士”品牌系列丛书,以其独有的魅力和卓越的品质被誉为最受大学生欢迎的教学辅导丛书,销量居全国同类书榜首。全国约有三分之一的大学生读过或正在使用本品牌丛书(不含盗版)。本品牌丛书封面、封底都带有双博士书标,此书标已由国家商标局注册。该系列品牌丛书,在读者中已树立起不可替代的品牌形象,引起了媒介的广泛关注。中央电视台1999年9月15日~10月15日在“99全球财富论坛”特别节目及《东方时空》黄金时间强档推出该品牌系列丛书,成为当时图书界传媒热点。1999年11月5日《光明日报》第9版以“图书市场面临商标竞争时代”为标题,以“胡东华系

列双博士品牌文教图书引起关注”为副标题做了报道,后被多家报纸转载。《中国青年报》、《新闻出版报》、《中国文化报》、《中国教育报》和《中国大学生》等报刊对该品牌系列丛书也做了相应报道。

欢迎垂询中国教育考试网 <http://www.bbdd.cc>,该网站将在 2002 年 4 月~2002 年 5 月、2002 年 11 月~2002 年 12 月举行“大学英语四、六级考试押题讲座”。

“双博士”品牌系列丛书大学类辅导书包括以下内容:

大学英语(精读)课文辅导(1~6分册)
大学英语(精读)辅导丛书(1~4分册)
新编大学英语课文辅导(1~4分册)
新编大学英语双博士课堂(1~4分册)
21世纪大学英语读写教程课文辅导(1~4分册)
大学英语基础英语课文辅导(1~4分册)
当代大学英语课文辅导
大学英语四、六级考试全真模拟试卷(共2分册)(配磁带)
大学英语四、六级考试应试教程(共10分册)(配磁带)
大学英语1~4级词汇考点记忆手册
大学英语1~6级词汇考点记忆手册
大学英语词汇考点记忆法典型考题(1~4级、1~6级共2分册)
大学英语考试历年真题解析(共2分册)(配磁带)
最新大学英语四、六级阅读100篇
高等数学辅导
高等数学习题集
高等数学习题解析
线性代数辅导
概率统计辅导
概率统计习题集
此外,还有:
大学英语口语考试教程(配2盒磁带)
最新英美流行口语(配1盒磁带)
新世纪英语口语(初级、中级、高级)(配磁带)
国际音标教程(配磁带),托福、GRE词汇考点手册等

双博士数学课题组
2002年1月北京

目 录

第一章 函数与极限	(1)
§ 1.1 函数	(1)
§ 1.2 极限	(12)
§ 1.3 函数的连续性	(27)
§ 1.4 无穷小量	(43)
本章知识网络图	(48)
历届考研真题评析	(49)
同步自测题	(53)
同步自测题参考答案	(54)
第二章 导数、微分及其应用	(61)
§ 2.1 导数	(61)
§ 2.2 微分与高阶导数	(80)
§ 2.3 导数的应用	(88)
本章知识网络图	(137)
历届考研真题评析	(138)
同步自测题	(151)
同步自测题参考答案	(154)
第三章 不定积分	(172)
本章知识网络图	(196)
历届考研真题评析	(197)
同步自测题	(200)
同步自测题参考答案	(200)
第四章 定积分及其应用	(204)
§ 4.1 定积分的定义与积分方法	(204)
§ 4.2 定积分的应用	(236)
§ 4.3 广义积分	(254)
本章知识网络图	(270)
历届考研真题评析	(271)
同步自测题	(281)

同步自测题参考答案	(283)
第五章 级数	(297)
§ 5.1 数值级数	(297)
§ 5.2 函数项级数	(321)
§ 5.3 幂级数	(330)
§ 5.4 傅立叶级数	(350)
本章知识网络图	(363)
历届考研真题评析	(364)
同步自测题	(368)
同步自测题参考答案	(370)
第六章 空间解析几何	(378)
§ 6.1 向量代数	(378)
§ 6.2 平面和直线	(398)
§ 6.3 空间曲面和曲线	(422)
本章知识网络图	(436)
历届考研真题评析	(436)
同步自测题	(439)
同步自测题参考答案	(439)
第七章 多元函数及其微分学	(441)
§ 7.1 多元函数的极限与连续性	(441)
§ 7.2 偏导数、全微分与微分法	(452)
§ 7.3 多元函数微分学的应用	(467)
本章知识网络图	(478)
历届考研真题评析	(479)
同步自测题	(483)
同步自测题参考答案	(484)
第八章 重积分	(488)
§ 8.1 二重积分	(488)
§ 8.2 三重积分	(509)
§ 8.3 重积分的应用	(523)
本章知识网络图	(529)
历届考研真题评析	(530)
同步自测题	(535)

同步自测题参考答案	(538)
第九章 曲线积分、曲面积分及场论初步	(555)
§ 9.1 第一型曲线积分与第二型曲线积分	(555)
§ 9.2 Green 公式、平面上曲线积分与路径无关的条件	(569)
§ 9.3 曲面积分	(576)
§ 9.4 Gauss 公式与 Stokes 公式及其应用	(587)
§ 9.5 场论初步	(595)
本章知识网络图	(601)
历届考研真题评析	(602)
同步自测题	(609)
同步自测题参考答案	(612)
第十章 常微分方程	(626)
§ 10.1 基本概念	(626)
§ 10.2 初等积分法(I)	(630)
§ 10.3 初等积分法(II)	(640)
§ 10.4 二阶线性微分方程	(650)
§ 10.5 一阶常系数线性微分方程组	(660)
本章知识网络图	(669)
历届考研真题评析	(670)
同步自测题	(679)
同步自测题参考答案	(680)
附录一 同济大学《高等数学》第四版习题参考答案	(687)
第一章 函数与极限	
习题参考答案	(687)
总复习题参考答案	(699)
第二章 导数、微分及应用	
习题参考答案	(701)
总复习题参考答案	(717)
第三章 中值定理与导数应用	
习题参考答案	(720)
总复习题参考答案	(731)
第四章 不定积分	
习题参考答案	(733)

总复习题参考答案	(740)
第五章 定积分	
习题参考答案	(742)
总复习题参考答案	(750)
第六章 定积分的应用	
习题参考答案	(753)
总复习题参考答案	(757)
第七章 空间解析几何与向量代数	
习题参考答案	(757)
总复习题参考答案	(765)
第八章 多元函数微分法及其应用	
习题参考答案	(767)
总复习题参考答案	(780)
第九章 重积分	
习题参考答案	(783)
总复习题参考答案	(789)
第十章 曲线积分与曲面积分	
习题参考答案	(790)
总复习题参考答案	(795)
第十一章 无穷级数	
习题参考答案	(796)
总复习题参考答案	(807)
第十二章 微分方程	
习题参考答案	(810)
总复习题参考答案	(821)
附录二 硕士研究生入学考试数学大纲说明	(823)
附录三 2001 年考研数学一真题及参考答案	(827)
附录四 研究生入学考试数学一模拟题及参考答案	(836)

第一章 函数与极限

在这一章里,我们首先简单复习一下函数的定义、性质和几个常用的初等函数.然后研究序列、函数的极限,这其中包括它们几种情况下的不同定义形式和例题.最后我们讨论函数的连续性,以及如何利用函数的连续性的一些性质证明一些命题.

§ 1.1 函数

1.1.1 考试内容及理解记忆方法

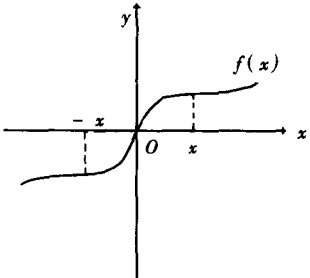
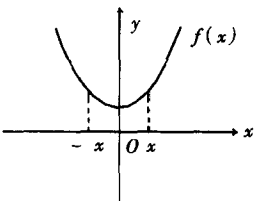
表 1.1 - 1 函数及相关的定义

名称	定 义	要点	补充说明
函数	给定集合 X , 若存在某种对应规则 f , 对于 $\forall x \in X$, 存在唯一 $y \in R$ 与之对应, 称 f 是从 X 到 R 的一个函数, 记作 $y = f(x)$; X 称为定义域, x 称为自变量, y 为因变量. $\{f(x) \mid x \in X\}$ 为值域	对应规则、定义域	
函数的图形	平面上点集 $\{(x, f(x)) \mid x \in X\}$ 称为函数 $f(x)$ 的图形		
复合函数	设函数 $y = f(u)$ 的定义域包含 $u = g(x)$ 的值域, 则在函数 $g(x)$ 的定义域 X 上可以确定一个函数 $y = f[g(x)]$, 称 g 与 f 的复合函数. 记作 $y = f[g(x)]$ 或 $y = f \circ g$	对应规则、定义域、值域	结合律成立, $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$, 但没有交换律, 即 $f \circ g \neq g \circ f$

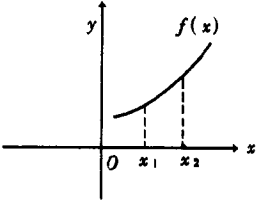
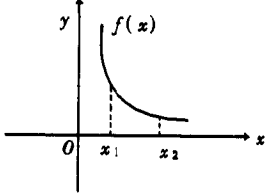
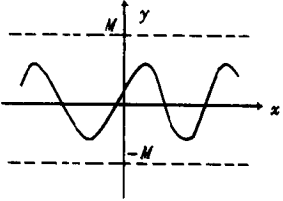
(续)

名称	定义	要点	补充说明
一一 对应	设 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 若由 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, 或者由 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是一一对应的		一一对应的函数把不同的 x 变成不同的 y
反函数	设 $y = f(x)$ 在 X 上是一一对应的, 值域为 $Y, \forall y \in Y$, 用满足 $f(x) = y$ 的唯一确定的 $x \in X$ 与之对应, 由这样的关系所确定的函数 $x = f^{-1}(y)$ 就称为原来函数 $y = f(x)$ 的反函数		$f: X \rightarrow Y$ $f^{-1}: Y \rightarrow X$ $f^{-1}(f) = I_X: X \rightarrow X$ $f \circ f^{-1} = I_Y: Y \rightarrow Y$ $(f^{-1})^{-1} = f: X \rightarrow X$ I_X 表 X 上恒同变换
初等 函数	基本初等函数经过有限次的四则运算及复合运算后所得到的函数	有限次 复合	

表 1.1-2 函数的几种特性

性质	定义	图例或说明
奇偶性	奇函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数	
	偶函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数	

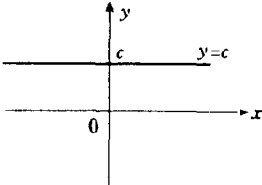
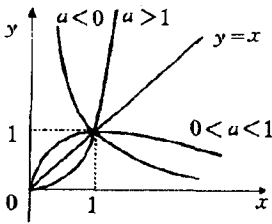
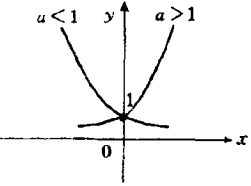
(续)

性质	定义	图例或说明
单调性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	
	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$	
若严格不等号成立, 则称严格单调上升(下降)		
有界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\exists M > 0, \forall x \in X$, 有 $ f(x) \leq M$ (或 $\exists m, M$, 使得 $m \leq f(x) \leq M$ 成立), 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是有界函数	 <p data-bbox="513 1087 881 1114">即函数的图形位于 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间</p>
无界性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\forall M > 0, \exists x' \in X$, 使得 $ f(x') > M$, 则称 $f(x)$ 在 X 上无界	例: $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 因为 $\forall M > 0$, 取 $x' = \frac{1}{3M}$, 则 $f(x') = 3M > M$

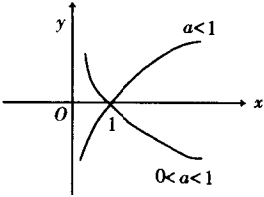
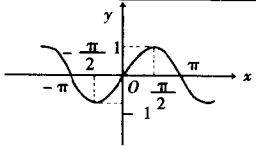
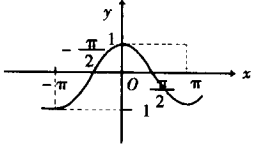
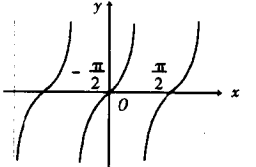
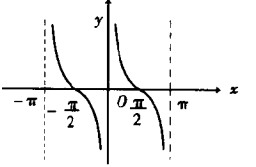
(续)

性质	定义	图例或说明
周期性	<p>函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上定义, 若 $\exists T > 0$, $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, 有 $f(x+T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是周期为 T 的周期函数. 若在无穷多个周期中, 有最小的正数 T, 则称 T 为周期函数 $f(x)$ 的最小周期, 简称周期</p>	<p>若 T 是 $f(x)$ 的周期, 则 (1) $f(x+kT) = f(x)$, (k 为整数); (2) $f(ax+b)$ ($a \neq 0, b \in R$) 是一个以 $\left \frac{T}{a} \right$ 为周期的函数</p>

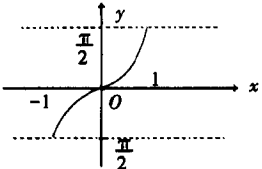
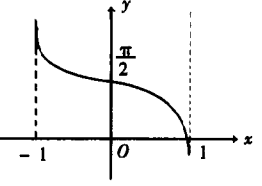
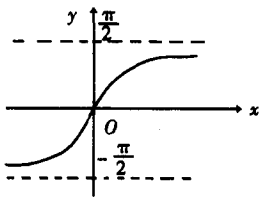
表 1.1-3 基本初等函数

名称	定义式及性质	图例
常数函数	<p>$y(x) = c, (-\infty < x < +\infty)$. 平行于 x 轴, 过 $(0, c)$ 点的直线</p>	
幂函数	<p>$y = x^a, (0 < x < +\infty, a \neq 0)$ $a > 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = x^a$ 与 $y = x^{\frac{1}{a}}$ 互为反函数</p>	
指数函数	<p>$y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格上升 $a < 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格下降</p>	

(续)

性质	定 义	图例或说明
对数 函数	$y = \log_a x, (a > 0, a \neq 1, 0 < x < +\infty)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x$ 互为反函数. (若 $a = e$, 记 $y = \log_e x$ 为 $y = \ln x$)	
	正弦函数 $y = \sin x, (-\infty < x < +\infty)$	
	余弦函数 $y = \cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x), (-\infty < x < +\infty)$	
三函 角数	正切函数 $y = \tan x, (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	
	余切函数 $y = \cot x, (x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	

(续)

名称	定义式及性质	图例
反三角函数	反正弦函数 $y = \arcsin x, (-1 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2})$	
	反余弦函数 $y = \arccos x, (-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi)$	
	反正切函数 $y = \arctan x, (-\infty < x < +\infty, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2})$	
	反余切函数 $y = \text{arccot} x, (-\infty < x < +\infty, 0 < y < \pi)$	