

中考通用备考手册

Zhong Kao Tong Yong
Bei Kao Shou Ce

Zhong Kao Tong Yong
Bei Kao Shou Ce

Zhong Kao Tong Yong
Bei Kao Shou Ce

数学

打开升学之门的金钥匙

● 俞颂莹 主编

SHANG
HAI
WEN HUA
CHU BAN SHE

上海文化出版社

G634.6

973

Y766

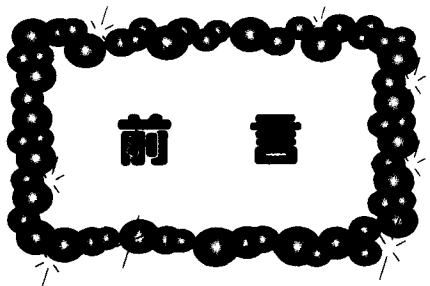
中考通用备考手册·数学

主 编 俞颂萱
编 者 俞颂萱 顾跃平
李 鹏 袁 杰



A0914132

上海文化出版社



言及“备考”，也许有人会很自然地与“应试教育”联系起来。于是，对“备考手册”一类的书，有人会以为有悖于当前我们大力推进的素质教育。其实，这样的认识是片面的。且不说“应试”与“应试教育”是两个不同的概念，对“应试教育”提出异议，并不等于否定“应试”；更何况，考试和各类检测作为中学生推动学习、积累知识、迁移能力、完善素质、评价水平的重要手段，它将会一如既往地受到广大师生的重视。以为提倡素质教育，就不要应试，更不要“备考”了，这实在是一种误解。

诚然，将“备考”演绎成死抠知识、死记硬背的僵化的“死读书”，是很不得要领的。但如果我们将“备考”看作是对一阶段学得知识和技能作系统的梳理，进而体悟学习的规律，形成科学的学习方法，那就无异在知识海洋中找到了一条通向胜利彼岸的正确航线，而这难道不正是我们所要倡导的素质教育所追求的目标吗？基于这样的认识，我们欣然接受了上海文化出版社经过各方专家反复论证、最后得以确认的书稿选题——《中考通用备考手册》的编写任务。

《中考通用备考手册》是一套系列化的中等教学辅导用书，它包括“语文”、“数学”、“英语”、“理化”四个分册。每一分册依据九年义务教育全日制初中教学大纲、各学科课程标准及考试说

明,将有关学科应知应会的知识和能力分解成相应的“板块”,每一“板块”进而分解为若干个“知识点”(即“考测点”),然后以每一个“知识点”为一个“备考复习”的单元。

为了充分体现“手册”类教学辅导书籍的特色,我们又将每一备考复习单元分解为“考试要点”、“考点解说”、“应试得失”、“试题精析”、“考前热身”以及“备考资料”、“参考答案”等栏目,既有考试要点的阐说,又有应试技巧的点拨;既有典型试题的解析,又提供了大量可供训练的实例,读者可根据自己的学习实际,非常便捷地从书中找到自己所需要的相应章节和具体内容,或补差补缺,或强化提高,完善自己的备考思路,优化自己的备考能力。

素质教育的精义在于将已具备的知识转化为解决实际问题的能力,即学会正确的科学的学习方法,我们期待这一套《中考通用备考手册》能为初中生学习的高效、优化创造条件、指点途径、提供帮助。

负责各分册编写的鲍志伸、时海成、周其敏、俞颂莹、顾跃平、徐本华、孙正淦、钱文广等老师俱是活跃在教学第一线的中学特、高级教师、资深的教学研究员、崭露头角的教学新秀,他们都有著书立说、教学科研的丰富经验,在中学学科教学方面享有较高的知名度,他们的参与是本书质量的重要保证。此外,李鹏、张红老师也积极参与本书的编写工作,对此谨表深切的谢意!

上海市特级教师

鲍志伸

1999.10

第一章 数 与 式

Ti Yao

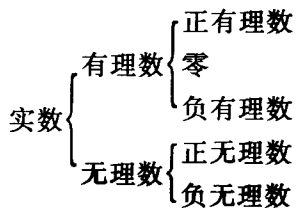
第一节	实数	2
第二节	整式	13
第三节	分式	36
.....		

第一章 数 与 式

第一节 实 数

【考试要点】

1. 实数分类



2. 绝对值

正数的绝对值是本身,零的绝对值是零,负数的绝对值是它的相反数。即:

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

3. 数轴

规定了原点,正方向和单位长度的直线叫做数轴。数轴上的点与实数间存在一一对应的关系。

4. 实数的大小比较

正数都大于零;负数都小于零;正数大于一切负数;两个负数,绝对值大的反而小。

在数轴上表示的两个数,右边的点所表示的数总比左边的点所表示的数大。

5. 科学记数法、近似数与有效数字

科学记数法是指对于任何一个实数 $N(N \neq 0)$, 都可以记成 $N = \pm a \times 10^n$, 其中数 a 满足 $1 \leq a < 10$, 数 n 为整数。

有效数字是指对一个近似数,以其左起第一个非 0 数字起直至被近似到的那位数字为止,其间的数字。

取近似数的一般方法有:四舍五入法、进一法和去尾法。

6. 实数的加法、减法、乘法、除法、乘方及其混合运算

混合运算的顺序:先算乘方,再算乘除,最后算加减;如果有括号,就先算括号里面的;同级运算,应由左到右依次计算。

【应试得失】

1. 在中考试题中与本节内容相关的试题主要是用来考查学生对有关概念的理解和实数的运算能力两大方面。与此相关的试题主要出现在以下题型中:填空题、选择题、判断题和解答题,总体而言与本节内容相关的试题难度较低,综合性不强。

2. 从对各地历届中考试题的统计来看,与本节内容直接有关的试题分值占总分的 6% ~ 8% 之间。另外由于整个初中阶段的所有运算的基础是实数的运算,因此实数的运算仍是中考中一个重要的考核方面。

3. 本节内容中学生在考试中较容易出错的有以下几个方面:绝对值的理解,由于任一实数的绝对值对应于一个唯一的非负实数,而一个非 0 绝对值对应的实数有两个,它们是一对互为相反数,这种对应关系的不同是造成学生解题出错的主要原因。

科学记数法的表示方法,将一个实数表示成 $\pm a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$)的形式,由于 $n=0$ 时十分少见,因此许多学生容易忽视,从而在理解指数 n 的变化规律时误认为 $\dots -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots$ 这样的顺序,形成解题的错误。有效数字的确认,由有效数字的定义可知近似数末尾的一个0或连续的几个0是有效数字,而学生常常认为末尾出现的0(在小数点后面)不影响数值的大小,可以忽略不记,实质上学生的这种理解只适应于精确数,而非近似数。实数运算的正确性和熟练程度,是学生容易轻视的方面,考试中的失分也就在无意之中造成。

【试题精析】

例1. 填空:

(1) 4.5的相反数的倒数是_____。

(2) 绝对值小于5的整数共有_____个。

(3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是否是分数? 答:_____。

(4) 计算 $\left(\frac{1}{2}\right)^0 - 3^{-1} =$ _____。

(5) 用科学记数法表示 $-0.00304 =$ _____。

解: (1) $-\frac{2}{9}$ 。先求4.5的相反数 -4.5 ,再求 -4.5 的倒数为 $-\frac{2}{9}$ 。

(2) 9。由绝对值的几何意义可知:到原点的距离小于5的整数点有 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ 共9个。

(3) 不是。因为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是无理数,只有在有理数范围内才有整数、分数之分。

(4) $\frac{2}{3}$ 。 $\left(\frac{1}{2}\right)^0 - 3^{-1} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。

(5) -3.04×10^{-3} 。

【评析】实数的基本概念和简单计算是中考填空题中的必考内容,大部分试题难度不大,但仍要求学生概念理解准确,不产生概念间的混淆。如例1中第(3)题,是97年上海市的中考题,该题的得分率较低,因为许多同学对分数概念的理解只停留在数的形式上:具有分子和分母,而造成错误。

例2. 选择:

(1) 下面的判断正确的是()。

- (A) $\sqrt{121}$ 是无理数
 (B) 无理数可分为正无理数、零和负无理数
 (C) 每个有理数在数轴上都有一个对应点
 (D) 任何实数的平方都大于零

(2) 一个数四舍五入得到的近似数是54.80,这个近似数的有效数字是()。

- (A) 5,4 (B) 8,0 (C) 5,4,8 (D) 5,4,8,0

(3) 数轴上原点右侧部分,(包括原点)所有点表示的数是()。

- (A) 零和自然数 (B) 零和正有理数
 (C) 全体正实数 (D) 全体非负数

(4) 一个实数的立方等于它本身,这样的实数有()。

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

解: (1) C

(2) D

(3) D

(4) C

【评析】选择题由于可以提供多个选择项,在考查概念性知识点时,可将学生对概念常见的一些错误理解集中起来,从而

达到考查学生对概念理解是否正确的目的。如第(1)题中选择B项,它对无理数的划分套用了有理数的划分方法,有理数0被归入了无理数是错误的。由于整个初中阶段数的概念是逐步扩张的,先接受的概念容易产生先入为主的感觉,从而造成对后学概念的误解,这是学生常见的错误形式。又如第(4)题,满足条件的实数是0,1,-1三个,解题时学生容易产生遗漏,因为许多学生在解这类题目时,更多地是依靠感觉去寻找满足条件的数,其实本题只需转化为方程 $x^3 = x$,求出解即可。考虑问题的不完善性也是学生常见的错误形式。

例3. 计算:

$$(1) |(-5)^4 \times (-0.2)^3| \div (-5)^2 \times (-0.5) + 0.5$$

$$(2) (-3)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$(3) \left[1\frac{1}{24} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{3}{4}\right)\right] \div (-5)$$

解: (1) $|(-5)^4 \times (-0.2)^3| \div (-5)^2 \times (-0.5) + 0.5$

$$= \left|5^4 \times \left(-\frac{1}{5}\right)^3\right| \div (-5)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 0.5$$

$$= 5 \div (-5)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 0.5$$

$$= -\frac{1}{10} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{10}。$$

$$(2) (-3)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= 9 - 1 + (-8) \times \frac{1}{9}$$

$$= 8 - \frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned}
 &= 7\frac{1}{9}。 \\
 (3) & \left[1\frac{1}{24} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{3}{4} \right) \right] \div (-5) \\
 &= \left[1\frac{1}{24} - \frac{9}{24} - \frac{4}{24} + \frac{18}{24} \right] \div (-5) \\
 &= 1\frac{6}{24} \div (-5) \\
 &= \frac{5}{4} \div (-5) \\
 &= -\frac{1}{4}。
 \end{aligned}$$

【评析】 实数的加法、减法、乘法、除法、乘方的运算是整个初中代数运算的基础,所有这些运算都是有法则可依的,学生大多不会在理解上有多大困难,但运算顺序的先后和运算过程中正、负号的及时确定是学生在解题中很容易出现的错误,而且学生对此的认识也不太重视,容易出现一错再错的现象。

【考前热身】

A 组

1. 判断

- (1) $\frac{1}{5}$ 的相反数是 -0.2 。 ()
- (2) 任何实数的绝对值都不小于它本身。 ()
- (3) 任何有理数的绝对值都大于 0。 ()
- (4) 两个实数,绝对值大的较大。 ()
- (5) 若 $ab = 1$,则 a 与 b 互为倒数。 ()
- (6) 数轴上的点与有理数是一一对应的。 ()
- (7) 近似数 1.30 的有效数字有 3 个。 ()
- (8) 两个无理数的和仍是无理数。 ()

2. 填空

(1) $\frac{3}{5}$ 的相反数是_____。

(2) 一个数的绝对值是 3.2, 则这个数是_____。

(3) 用科学记数法表示下面的数:

90300 = _____; 0.00004025 = _____。

(4) 按要求取下面数的近似值:

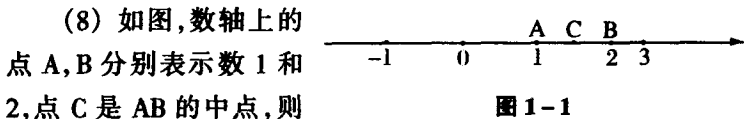
0.0795 \approx _____ (精确到千分位)

0.7404 \approx _____ (保留三个有效数字)

(5) 已知 $3.25^2 = 10.5625$, 则 $(-0.0325)^2 =$ _____。

(6) 计算: $(-\frac{1}{3}) - (-\frac{1}{2}) =$ _____。

(7) 比较大小: $|-3|$ _____ π ; $1 - \sqrt{2}$ _____ 0。



点 C 表示的数是_____。

(9) 如果 a 与 b 是互为相反数, 则 $a + b =$ _____; 如果 x 与 y 是互为倒数, 则 $xy =$ _____。

(10) 如果 $|a| = -a$, 则 a 是_____。

3. 选择

(1) 在数 $3.14, \sqrt{2}, \pi, 0.\dot{3}, \sin 60^\circ, \frac{1}{7}, \sqrt{9}$ 中, 无理数的个数是()。

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(2) 3^{-2} 的计算结果是()。

(A) 9 (B) -9 (C) $\frac{1}{9}$ (D) $-\frac{1}{9}$

(3) 当 $a < 0$ 时, 下列各式不成立的是()。

(A) $\sqrt{a^2} = \sqrt{(-a)^2}$ (B) $a^3 = (-a)^3$

(C) $a^2 = (-a)^2$ (D) $a^3 = -|a^3|$

(4) 数轴上的点与下列数一一对应的是()。

(A) 有理数 (B) 实数 (C) 无理数 (D) 自然数

(5) 用四舍五入法,对 0.0084952 取近似值,若要求保留三个有效数字,并用科学记数法表示,则该数的近似值为()。

(A) 8.50×10^{-2} (B) 8.50×10^{-3}

(C) 8.49×10^{-3} (D) 8.5×10^{-3}

4. 计算

(1) $-2^2 + 2^0 \times (-2)^{-1}$

(2) $\left(-2\frac{1}{2}\right) + \left(-3\frac{1}{3}\right)$

(3) $\left|-\frac{3}{2}\right| \div (-6)$

(4) $\frac{2}{3} \times \left(-2\frac{1}{4}\right)$

(5) $(-4.8) \div 1\frac{3}{5}$

(6) $-\frac{9}{10} \div 0.9 \times 1\frac{1}{9}$

(7) $-16 \div 4 \times \frac{1}{4}$

(8) $\left(-2\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times (-24)$

(9) $4.36 + 3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{6} - 1.36$

(10) $\left|\frac{1}{9} - \frac{1}{7}\right| + \frac{1}{9} - \frac{1}{7}$

B 组

1. 判断

(1) 最大的负数是 -1。 ()

(2) 有限小数都是有理数,有理数也必是有限小数。 ()

(3) 已知 $a > 0, b < 0$, 且 $|a| > |b|$, 则 $a + b$ 是正数。 ()

(4) 一个数大于它的倒数,则这个数大于 1。 ()

(5) 任何实数都有相反数,也都有倒数。 ()

(6) 一个实数的绝对值就等于它的相反数,则这个数必小于 0。 ()

(7) 已知两实数 a, b , $|a| = |b|$, 且 $a > b$, 则 $\frac{b}{a} = -1$ 。 ()

(8) 近似数 1.59×10^4 精确到百分位。 ()

2. 填空

(1) 在数轴上点 A 表示 $-\frac{10}{11}$, 点 B 表示 1, 离开原点较近的点是_____。

(2) 任何实数的偶次幂都是_____数。

(3) $|a + 5| + 5$ 的最小值是_____; $\frac{2}{a^2 + 1}$ 的最大值是_____。

(4) 近似数 1.030×10^6 的有效数有_____个, 它们依次是_____, 这个近似数精确到_____位。

(5) 绝对值不超过 5 的整数共有_____, 它们的和是_____。

(6) 如果 $0.3224^2 = 0.10394$, 则 $-(-32.24)^2 =$ _____; 若 $-a^2 = -10.394$, 则 $a =$ _____。

(7) 对于实数 a , 满足 $|a| - a = 0$, 则 $a =$ _____。

(8) 已知 $|a| = 2, |b| = 3$, 且 $a > b$, 则 $a + b =$ _____。

(9) 已知 $a = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$, $b = \left(-\frac{\pi}{8}\right)^0$, $c = 0.8^{-1}$, 则用“ $<$ ”号将它们连结成_____。

(10) 已知实数 a, b , 在数轴上对应的点在原点两旁, 且 $|a| = |b|$, 那么 $a^{(a+b)} =$ _____。

3. 选择

(1) 当 $0 < x < 1$ 时, $x^2, x, \frac{1}{x}$ 的大小顺序是()。

(A) $\frac{1}{x} < x < x^2$ (B) $\frac{1}{x} < x^2 < x$

(C) $x^2 < x < \frac{1}{x}$ (D) $x < x^2 < \frac{1}{x}$

(2) 对于实数 a, b , 下列命题中正确的是()。

(A) 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ (B) 若 $|a| > b$, 则 $a^2 > b^2$

(C) 若 $a > |b|$, 则 $a^2 > b^2$ (D) 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$

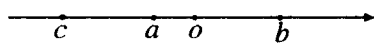
(3) 一个由四舍五入得到的近似数是 4.7 万, 它精确到()。

(A) 万位 (B) 千位 (C) 十分位 (D) 千分位

(4) 一个数等于它倒数的 4 倍, 这个数是()。

(A) 2 (B) -2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) 2 或 -2

(5) 已知实数 a, b, c 在



数轴上的位置如图 1-2 所示, 化简: $|a+b| - |c-b|$ 结果为()。

图 1-2

(A) $a+c$ (B) $-a-2b+c$

(C) $a+2b-c$ (D) $-a-c$

4. 计算

$$(1) \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 \times 40 \frac{1}{2} \div 0.5 \div \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} - [2^3 + (-2)^3]^2 \times \frac{3}{5}$$

$$(2) \frac{1}{0.2^2} \div \left[2 \frac{1}{2} - \left(-1 + 2 \frac{1}{4}\right)\right] \times 0.4 \div (-8)$$

$$(3) 10^3 + \left(\frac{1}{30}\right)^{-2} \times (-7)^0 - (-3)^3 \times 0.3^{-1} + |-5|$$

$$(4) 2^{-2} - (2-3) - \left(\frac{4}{5} - 0.3 \times \frac{1}{2}\right)^0 + \left(-4 + 8 \times \frac{3}{4}\right) \div (-2)$$

$$(5) \left(1 \frac{1}{4}\right)^8 \times \left(-\frac{4}{5}\right)^9 \div \left(\frac{-0.04}{0.25 \times 0.2}\right)$$

$$(6) \left\{ \left[1 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-2} \right]^{-2} \right\}^{-2}$$

$$(7) -1^2 - \left[(-1) + \left(-\frac{6}{7}\right) - 2 \right]^2 \div \left(-\frac{3}{7}\right)^3$$

$$(8) \left| \frac{1310}{111} - \frac{1310}{99} \right| + \left| \frac{1310}{111} - \frac{1013}{99} \right|$$

$$(9) | -(-2)^2 + (-2)^3 | - \left| \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right|$$

$$(10) \left[-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2^3 \times 0.125 - (-1)^3 \div \left(\frac{3}{4}\right) \right] \div \left[2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 \right]$$

5. 若 $|a| = 3$, $|b| = 5$, 且 $|a - b| = b - a$, 求 ab 的值。

6. 若 $a + |1 - a| = a + 1 - a = 1$, 求 a 的取值范围。

7. 若 $10^a = 2$, $10^b = 3$, 求 $100^{2a - \frac{b}{2}}$ 的值。

8. 设自然数 a, b, c, d 满足条件 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{5}{8}$, 求 $a + b + c + d$ 的最小值。

9. 对于任意有理数 a, b , $|a + b| = |a| + |b|$ 能否成立?

第二节 整 式

【考试要点】

1. 代数式

代数式是用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连结而成的式子。单独的一个数或者字母也是代数式。

用数值代替代数式里的字母,计算后得到的结果,叫代数式的值。

用字母表示数是代数方法的重要特征,因此在代数解题中经常要用代数式去表示有关的数量,在列代数式时,不仅要注意加、减、乘、除、乘方、开方等运算在列式中的先后顺序,还要加强对实际问题的正确认识。

2. 整式

整式是单项式和多项式的统称。单项式是只含有乘法运算的代数式,单独一个数或字母也是单项式;多项式是指几个单项式的和。

3. 整式的加减法

整式的加减法实际上就是合并同类项,在运算时,如果有括号,则需根据去括号的法则,先去括号,再合并同类项。

4. 正整数幂的运算法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$