

# 目 录

<b>第一章 广义优化论</b>	1
第一节 广义优化概论	1
第二节 黄金分割律与广义优化论	14
第三节 广义优化模型论	17
<b>第二章 方案优化</b>	23
第一节 新产品开发	23
第二节 原型方案的制定	30
第三节 方案的筛选和决策	40
<b>第三章 参数优化的基本概念</b>	55
第一节 参数优化就是求函数的极值问题	55
第二节 函数性质的很多和分析	73
第三节 参数优化的几何解释	82
第四节 参数优化的寻优方法	88
<b>第四章 数学模型和构造原理</b>	94
第一节 数学模型	94
第二节 角模量聚分析	105
第三节 角模近似技术	115
<b>第五章 参数无约束寻优</b>	131
第一节 一维直线寻优	131
第二节 弦度法	144
第三节 多维方向法	153
第四节 变尺度法	170
<b>第六章 参数约束寻优</b>	178
第一节 松格朗日乘子法	178
第二节 惩罚函数法	188
第三节 可行方向法	211
第四节 复合方法	224
<b>第七章 离散参数寻优</b>	233
第一节 离散参数寻优数学模型	233
第二节 离散参数直接寻优	236
第三节 离散搜索用合法寻优	245
<b>第八章 试验优化</b>	253
第一节 单因素试验	253
第二节 正交优化试验	263
第三节 正交优化试验多指标分析	281
第四节 教授正交试验参数优化	290

<b>第九章 可靠性优化</b>	.....	301
第一节 可靠度计算	.....	301
第二节 可靠度与安全系数	.....	304
第三节 可靠度约束下的强度优化	.....	313
第四节 费用的约束下的可靠度优化	.....	315
第五节 可靠度约束下的质量优化	.....	317
第六节 系统可靠度分配优化	.....	320
第七节 人员操纵可靠性优化	.....	325
<b>第十章 模糊优化</b>	.....	340
第一节 模糊学及模糊优化设计	.....	340
第二节 模糊集合论	.....	348
第三节 模糊综合评判	.....	361
第四节 对称模糊优化	.....	367
第五节 非对称模糊优化	.....	372
第六节 模糊可靠性优化	.....	382
第七节 方案设计模糊优化	.....	387
<b>主要参考文献</b>	.....	404

# 第一章 广义优化论

## 第一节 广义优化概论

### 一、什么是优化

数学规划优化是一种得力的最优化理论和方法，但在一切设计领域内，按照函数极值理论的观点去求其最优点，是难以办到的。其原因之一是数学模型函数式的建立不容易完全可能，如果可以建立起来往往也只能表达其上某些数据的本质关系，去掉次要和难以估计的参数，这样则形成了最优化模型的第一类近似；二是在求解过程中，其解析解一般是很难得得到的。多采用数值迭代法求解，这样又形成了计算上的第二类近似，三是在各类设计领域应用时，不可避免地根据实际情况和标准对计算数据进行进一步圆整修改，这样就形成了具体应用的第三类近似。另外数学模型的建立，最优化方法的选取，计算机程序的编制，及优化结果的分析等都不是唯一确定的，特别是非线性或随机问题，到现在仍没有一种通用可行的解决办法，反之它不像古典力学那样，只要问题已定，其分析计算结果具有唯一确定性。设计问题的数学模型构造和最优化理论方法，均达不到此步要求，它会因人而异。随所采用的观点、理论、方法不同而不同，甚而在同一问题即使是同一个人进行优化设计，也会产生不同的最优解，所以它具有很大的不确定性。

根据以上各点的分析可以说明，“最优化”只能是一种“理想”，尽管它在最优化理论或数学规划理论上可以得到进一步完善和发展，但在设计领域上它永远不会达到“最优化设计”的境界，最优化只能作为一种理想予以追求，譬如信号分析中还想取得“真值”这一理想参数一样，只是可望而不可及。当然，随着科学技术的进步和发展，人们会越来越多的采取多种多元性措施，使其向“最优化设计”逼近，自理想能靠，以便更科学地设计现代事物。为此，必须软件与硬件同时兼顾，软硬兼济，以软带硬，才能有一个全面认识。这些建构的软件主要是定量化的数学方法，即建立数学模型、方程式、不等式、函数式、回归式、逻辑式等等。用数学手段借助于计算机求解，它就优化完全走上了严格的逻辑论证和数值定量的道路，但其本身也就实在冒着另一方面的危机。那就是由于现代问题的复杂性，数学模型难以建立，非线性问题尚无确定统一解法，同时追求函数“极值最优”必须花费大量计算和计算机机时的代价。这里说的软件主要是指的是制造工程、技术、方法。特别如人工智能、专家系统，在优化决策中占有很重要的地位。当然创造按法和专家系统也有局限性，多是从直觉思维出发，依靠想像、逻辑和灵感，缺乏严密的逻辑性和直接定量化。这样看来，必须将软硬件的优点兼收并蓄，即采用计算机为工具，人工智能方法为手段，模拟古今中外大量的专家经验构成专家系统，才将规范论执行之有效的数值计算方法同时存入计算机，形成“计算机辅助优化系统”，这样才能向“最优化”逼近。

通过以上分析可以将“优化”定义为“合理化、科学化、最佳化”，一切设计只能从当时当地的条件出发，使其达到一个“合理化”的设计境界，由于传统设计和科学发展水平的制约，单纯凭借经验的、传统设计，难免存在着不科学，因此，“优化”在设计理

论、手段、方法上都要“科学化”；采用现代的设计思想、理论和方法，使设计结果与当时历史条件下的国内外产品和事物比较，达到“最佳化”的设计目标。

## 二、什么是广义优化

### （一）优化领域是广义的

“优化”本来的含义是广义的。它存在于自然界、生物界、动物界，也存在于人类社会的物质界、文艺界、工程界、……，不管自然科学还是社会科学都在应用优化的概念。广义看来，人类的发展史和进步史就是一部优化史。没有“优化”就不可能形成当今的自然和社会。优化在自然界、科学界、工程界是一种自然的和必然的，它是客观存在的规律，人类从不自觉到比较自觉的去认识、去运用，随着科学技术的发展，向更高的层次发展。因此，把“优化”局限为只有当数学规划论的发展才产生、发展的观点是不全面的。因为它限制了“优化”的范围，如果说不用规划论则不足优化的话，那么，科学技术怎么能得到向更高层次进步，社会怎么能发展？社会的进步其中都有优化的因素在活动在起作用。一些创造性的构思、朦胧的设想、社会系统和管理工程中的各项计划，也都存在着大量的优化问题，因此，纵观人类的发展史，古今科技发展史，以及当今社会科学、自然科学、应用科学、工程科学、……，一切领域中均存在着优化、构思、设想、计划、设计、……，无一不需要优化。因之，广义优化的应用领域是广泛的。它可以概括为如下四人纵向领域方面，即优化设计、优化试验、优化控制、优化管理；横跨社会科学和自然科学，工程学科和各个应用学科；纵横应用领域形成最广泛的交叉网，在这个网上的各个交叉结合点上，无一不存在着优化问题、优化过程和优化事实，因此，优化的应用领域和范围应该是广义的。

### （二）优化层次是广义的

现在通用的以数学规划论为理论的最优化设计，实质上是在产品原理方案已定的情况下，对其结构参数进行寻优的一种方法，它不涉及到更高层次的原理方案优化问题。当然，这种优化是完全必要的，而且已经收到了良好的效果和经济效益。但如果把优化只停留在这个层次上是远远不够的，它不能代表产品的实际，也说明不了它的全过程，更高层次的原理方案优化虽然则是更为需要的，它会带来产品的创新和突破。只停留在原理方案已定条件下的参数优化上，则会限制产品的发展和产生飞跃的可能。虽然，在当前看来，原理方案优化的难度要大得多，而且难以完全套用数学规划论的现成理论和方法，但终究这是应该解决的一项急需的优化任务。因此，优化应该是多层次的，在每一层次优化中可以采用各类型不同的方法和手段，但都是使其达到“合理化、科学化、最佳化”。为了清楚起见，我们把优化分为方案优化和参数优化两大类层次。方案优化指的是只有任务要求，或是用户要求，或是归结为总功能要求，而没有原理方案的框架，这时要求以功能设计法为指导，在客观的约束条件下，利用创造工程和功能形态学矩阵办法可以产生众多的原理方案，再通过各种可行办法加以评价、筛选和决策，这样则可在更高层次，原理方案上得到优化结果，使其在产品开发设计上有可能产生创新和飞跃。当然，仅仅有了方案，或者事物的构思，或者朦胧的想法，显然是非常不够的，它还不能形成为最后的产品或具体事物。因此，还要进行参数优化，参数优化主要指的是当前大家认为的，通过数学规划等办法，在已有原理方案的情况下使其参数具体化和进行优化，使其真正完成构思的形象化和具体化，形成能完成预定总功能的方案设计和参数设计。应该说明，这两个层次的优化

也是有分有合相互交叉的，并不能认为，只有当方案优化或是方案设计完成后再做参数优化定会成功，因为，方案设计必须依靠参数优化的保证，如果参数设计不完善，方案设计也是难以实现的。因此，方案优化和参数优化两者既有层次性，又有交叉性；相辅相成，相互補充，形成一个优化的完整层次。所以，优化层次应是广义的。

### (三) 优化过程是广义的

优化是贯彻在一个事物和设计的始终，即全过程。以产品为例，是从构思、计划、设计、制造、装配、试验、使用、维修、改造，一直到报废的全过程，而不是一个结果。它贯穿于随着新事物的诞生、新产品的开发、研制、推广、运用等环节，只要一个环节没有进行优化，那么在那个环节里则会产生某些不科学、不合理的效果。如果认为优化只是在某些单独环节必须的，而其它环节则是可有可无的。这既不合实际，也会犯杀伤优化的生机和活力，使事业遭受损失。同时，优化总是伴随着人的思维和事物的产生、形成、发展和升高的全过程，它总是帮助人们科学思维，处理事物。进行设计的一种手段，而不是一个简简单单的结果。这个过程一直伴随着事物或工程的始终。这样认识优化才能真正发挥优化的作用。因此，所谓“优化”虽然只是一个“相对”概念，在优化的过程中，它只能是一步步的向“最优化”、“理想化”靠近，而永远达不到此地步，所以，它只能是一个过程，而不可能是一个最后结果。这样，无论是作为一个设想，一件事物、一个设计，无论构思、计划、设计的多么完善或优化，也只是相对的，不能绝对化，不可能到了极点而没有进一步发展的可能。它总是随着人类的进步和科学技术的发展，可以不断地得到进一步优化和前进。因此，竞争才变为可能，社会前进才变为可能。可见，优化只能在事物或设计的发展过程中才能显现出来，所以优化过程应该是广义的。

### (四) 优化目标是广义的

诸如一个油桶，一个水缸，一个建筑，一件事物，可以有多种尺寸和比例方案来进行建造，但终究会在着用料最少，成本最低，容积最大，强度最好……，等数学极值问题。但社会实际问题、工程问题，毫无约束条件的是不存在的，特别是在较复杂的问题中往往是一个单目标极值问题，所要追求的往往是多目标的，多是在性能、环境、使用、经济上提出多种要求，因此只是一味的追求单目标极值问题的解决，则必然给其它目标要求带来损失，或是要降低其它方面的约束条件，这对解决实际问题并不是最优的。为了协调各方面因素寻求理想方案，这还必须对有些指标要求高些，有些指标要求低些，均衡起来达到优化的结果。因此，优化的目标应是广义的，也就是说有约束的多目标，才是优化的真正含义。不然，就会使问题畸形发展，而达不到协调满意，或是性能很好，经济性却不佳，或是经济性很好，其它性能却不佳等等，当然这种优化是不可取的。所以单目标优化受到了严格限制，它应该概括在多目标优化范围内，而不把优化问题局限在单目标最优，而是要放在多目标模式上。现实世界中多目标优化决策问题无处不在，社会中公共决策问题一般都是多目标优化问题。在决策过程中将会展现出多得多的可行方案，需要提高决策的科学性，发挥人工智能的作用。尽量应用计算机手段，减轻思维的劳动强度，提高人类思维的效能。

在优化过程中，所追求的应是整体系统优化，当然这个整体系统的对象随情况之不同而不同，它可以是大系统，也可以是子系统，或二级、三级、……子系统。有这样一个事实必须引起注意，一台机器并非零部件都是优化的，其整机一定最优，也就是局部优化的

简单组合并不等于整体优化；反之，也不能说零部件尽量全最优，整机一定不是最优的。其中具有一个最佳匹配的合理性、科学性和最佳化问题。因此决不能简单化和绝对化。例如，苏联米格25歼击机是70年代世界上最先进的歼击机，经过解剖发现：它的电子系统用的是真空管。显然这从电子系统的局部来看，不是最优的，它的发动机也很笨重，虽然这从动力系统局部来看，也不是最优的；但从米格25歼击机的整体来看，其总的评价的目的一，总功耗却达到了当时最佳。因为歼击机要迅速升降、外界温度变化范围很大，从个体来看且相对先进的晶体管不好适应，而从个体来看不够先进的真空管却能适应；它的发动机虽然较笨重，但它的功率却特别大，而且易于拆装，因此，在设计一个系统时，首先要寻求最佳总体方案，各部件即各子系统的优化，必须考虑使总体系统、总功耗最佳。科技综合和移植具有惊人的创造力。技术科学领域有一条不同于基础科学的成功之路，从本世纪30年代以来，技术科学上重大突破的原理发现并不多，但整个世界却发生了巨大惊人的变化。现代技术科学已经走向了高效率合作和劳动集体化道路，很多大科学项目，尽管规模很大，实用性的科学知识很广，但它不是从事新原理性的发现、发明与创造，而只是将众多的成熟技术成果，加以巧妙的移植和综合，实现了惊人的功能。1959年曾经完成多项发明的传奇说：“所谓创造，不过是已有创意的重新组合。所谓创造性，乃是进行这种组合的能力。”阿波罗飞船把人送上了月球，登月负责人声称他的飞船有三项新的技术发明，而仅仅是把原来的技术加以巧妙的组合，由技术的综合产生了惊人的创造。通过以上分析可以清楚地看出，优化的广义是广泛的，它包含了多目标优化和整体系统优化的两个内容。

### （五）优化方法是广泛的

从广义来说，一切科学方法论，均在一定程度上具有优化的效果，运用现代科学方法比用传统方法优化；创造性方法比一般地降低优化；借助智能论方法、系统论方法、对应论方法、控制论方法、功能论方法、模糊论方法都会在相应的方面达到优化的目的。采用信息论方法则在提取有用信息数据上比经典数据要优化。可以这样认为，凡是有效的各类优化方法均是广义优化方法。

#### 1. 直觉优化方法

直觉优化是重要的，虽方法简易，但不能忽视。它取决于设计者直觉知识的广泛性、经验判断的推理能力及丰富的设计技巧。这种方法不用计算。例如，工程或产品冷却艺术时髦，能依据设计者对用户心理了解及个人美学修养作出判断。直觉优化只能适用于较单纯优化的要求。

#### 2. 试验优化方法

在产品设计中，在解决产品本身机理不很清楚，写不出参数间的函数表达式，或者对新产品设计经验不足，各参数对设计指标的影响主次难分等问题时，试验优化是一种很好的优化设计方法。试验优化需要试验模型（或者样机或者模型装置）。第一次设计的类型并不一定要一定是一个好的方案，经过数次试验后，便可根据试验结果的好坏来挑选方案。或者也可以根据实验数据，构造一种函数，再求出这个函数的极值。一般可用正交试验，寻数参数法或0.018法等求之。

#### 3. 进化优化方法

从生物学可知，进化是由渐变与突变两种方式形成，机器产品的进化也一样，跟随

时根据用户要求及市场竟争情况也即“自然选择”的过程不断更新换代。价值工程是从使用寿命期间的功能价值出发通过价值分析方法，使工程与产品达到优化。适应性设计、变异性设计也是一种进化优化。而突变的创造性方法则是突变性的优化。所谓开发性设计即属此类。

#### 4. 教学规划优化方法

线性规划、非线性规划、动态规划、几何规划、整数规划、多目标规划等均已引起了各个方面的兴趣和应用。这是一种严肃的、精确的寻优方法。数学规划优化方法是以计算机自动寻优为其基本特征的，它主要是用来解决复杂问题，在多种可行参数的方案中，来挑选其最佳方案的科学。因此，一个优化设计问题的解决，一般要经过一个阶段：首先将设计问题转换为一个数学模型，数学模型既要全面反映工程技术问题各个主要因素间的内在联系及其物理现象的本质特征，又要能抓住问题的主要矛盾以便求解。一个完整的优化设计数学模型，必须包括三个方面：优化参数（独立变量）、优化目标函数（工程设计评价准则）和优化约束条件（边界约束和性能约束）；其次根据数学模型中的函数性质，选用合适的优化方法，并作出相应的程序设计，第二在计算机上能自动得到最优值，然后对计算机结果作出分析和正确的判断，得出最佳化设计方案。

#### 5. 专家系统（知识库）优化方法

它是将有关专家的知识分类及形成规则存入计算机，根据人们输入的原始参数，即能模拟专家的推理、判断与决策的过程，以解决实际问题。由于有一大批这样的专家知识库，所以在某些应用上，可以超过了个别专家的智能水平。

#### 6. 模糊优化方法

现实生活、社会科学和工程领域中的许多事物，都不同程度地存在着界限不清的模糊特点，因此，模糊集合和模糊优化的概念，不可忽视。随着人—机智能和科技发展，模糊优化越来越趋于重要，它是在模糊数学的基础上，对在优化设计中考虑种种模糊因素的一种新的优化方法。它能定量化地处理影响设计方案的种种模糊因素，使方案更加符合客观实际；它能给出一系列不同安全水平的优化方案，可以使用户有广泛的选样余地。因此，使优化结果更加切合实际和更加合理、科学和最佳。

#### 7. 其它优化方法

多维图形法、图论网络法、准则法、以及大量创造学方法均可移植到优化设计中来。要充分了解各种方法的适用范围，了解它的通用性与必要性，才能达到在设计中优化的目的。例如，系统论方法适用于大系统工程与开发性方案设计；动态设计方法适用于对动态特性要求较高的部位；模糊设计法运用于某些过程与参数尚不很清晰的情况下；可靠性设计适用于使用寿命期间具有较高功能稳定性部位；价值工程则适用于设计后的核算与综合评价；教学规划方法适用于参数优化价值较高的关键零部件，人机工效上更适用于操纵系统、造型与环境设计；模糊论方法主要适用于控制系统与综合评价等等。当然，所列举方法的适用范围不是一成不变的，随着对各种现代方法研究与应用的深化，某些方法的应用正在扩大，同时，还在产生大量的新方法。总之，优化方法也是在进阶不断优化的道路在前进，新方法的不断涌现，就是优化方法广义化的真正含义。

广义优化的体系和特征如图1-1所示。

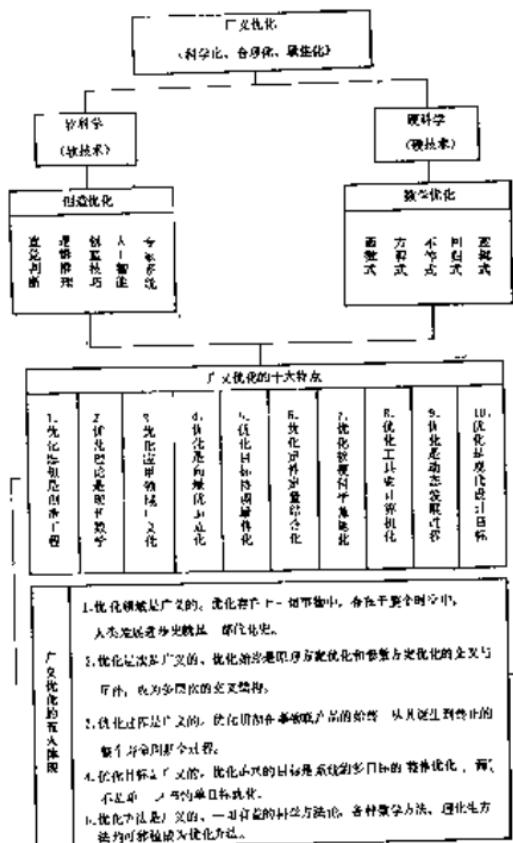


图 1-1 广义优化的体系和特征

### 三、广义优化设计思想

#### (一) 建立正确的设计世界观

设计世界观反映了设计人员的人才观，只有具有“创造精神”和“服务精神”这人生两大根本观点，设计人员才能独创地、坚持地去填补人类物质与精神文明需求的空白，把设计工作与为人类服务紧密地联系起来。只有这种高尚思想境界的人，才有可能进行创造性

设计。因此，广义优化的设计思想，只能在正确的人生观和世界观指导下才能真正建立起来。

### (二) 树立空间型发散性思维

空间型指多维的、广角的交叉，出于现代科技、社会问题和设计问题的复杂性，都具有多个，甚至成百上千个变量和约束条件，如果没有空间型发散性思维，不可能获得全面的、科学的设计成果。例如，人-机的交叉；可靠性、适用性与经济性的交叉；气、液、机、电的交叉；设计、维修、制造、管理、使用的交叉；设计思想、规律、程式、方法、工具的交叉；等等。因此，在现代广义优化设计中必须牢固地建立空间型发散性思维方法。

### (三) 掌握现代设计的基本规律

设计思想必须遵循其自然的客观规律，只有运用这些规律，才能实现正确的设计思想。设想与实现之间的关系问题是设计哲学的根本问题，没有创造性的设想，先进的、现代设计方法是徒然的；反之，有了创造性的设想，而没有实现的科学手段，设想也只能是设想，不可能转化为生产力。

1) 变化设计与突变创造的质量互变规律是现代设计的一条基本规律。认识了这一基本规律，人们就不会去否定长期积累的设计经验与传统的精华部分，“专家系统”所以成为“人工智能”就是这个道理。但是，如果我们迷信专家不去创造，则又走向了另一个危险的极端。“创造”是基本的、主要的，因此只有创造才能产生人类社会赖以生存高速发展的“突变”或“质变”，不拘泥于既成道路。

2) 设计的过程是发挥人类智能与运用机器智能的综合过程，相辅相成。只有充分研究人脑与机器脑，两者智能才能在对立矛盾中统一地、有机地发挥各自的特长。人类必须在充分研究自身脑的同时，要利用机器脑的快速性、准确性与大容量，把人脑的模糊识别能力移植到机器脑中去。这样，人类将创造出用来设计任何事物的在某种意义上超人的人工智能。所以说，两者智能的对立统一规律是现代设计法的基本规律之一。

3) 一切设计都是为了获得用来构成事物的有用信息，所以从信息载体中所提取的可感知或不可感知的，真伪难辨的信号，我们必须经过科学转换与分析，即否定之否定。由信号—数据—信息三部曲，一步步去伪存真，由低级到高级，由经验到优化，我敢设计信息《广义数据》，由此设计的对象必然能满足人们所需要的各项要求。这就是现代设计的否定之否定规律。对应论方法、优化论方法、信息论方法、功能论方法、离散论方法、模糊论方法都通过这种否定之否定，获取接近客观的真值。

### 四、广义优化是多层次交叉结构

层次结构是广义优化的客观存在。一切事物都是具有它的层次性的，优化也不例外。它也是一个层次结构。社会大系统要优化，工程大系统要优化，其各个组成的子系统也要优化。机器的各个零件也要优化。但大系统的优化并不是各个子系统优化的简单算术叠加，整个机器优化也并不是各个零部件优化的简单组合，它们是按照优化匹配、组合优化的原理而形成的多层次的交叉结构。一切事物和工程没有优化就没有生命力，没有优化则没有发展，但必须明確，优化是要花费代价，同时要优化效益来数倍、数十倍、数百倍、……的进行补偿。这种优化才具有意义的，这其中还有一个优化中必须讲究优化的问题，这就是要研究事物的优化层次结构，不如此则会使优化受到局限和影响效益的发挥。

第一层次是原理方案的优化。原理方案带有决定性，它决定着事物的本质，在各类优化中它是居于第一个层次。在此方案已定的情况下，优化将受到制定原理方案的严格制约和限制。因此，优化应从原理方案开始，不应从以数学规划论为基础的参数优化做起。原理方案优化可以充分发挥人的创造性，应用各类创造技法，将软体学科结合起来，利用能源、材料、信息三流的转化过程，借助于其功能、逻辑、物理、结构等各项关系，应用形态学矩阵的方法，可以寻求到众多的原理方案来。这样好处是在众多的原理方案中可以发掘带有创新和突破性的成果，且缺点是在众多的原理方案中会夹杂着为数不少的不可行方案，甚至是不合理、不科学或错误的方案。当前的问题是如何在众多原理方案中进行优化，其工作量是相当繁重的。不管怎样，优化中的这一步难关必须突破，只有如此才能爆发出优化的真正优越性来。

第二层次是原理方案上的参数优化。参数优化也是非常重要的，在这一层次优化中又会产生众多的参数方案来，可以根据数学规划论的理论和方法，建立能反映事物本质的数学模型，用优化参数、目标函数、约束函数三要素加以规范化，从众多的参数方案中挑选出满意的最佳参数方案来，这就是通常所指的优化设计或优化技术。它的优点是现在线性规划已有成熟解法和程序，非线性规划已有了较成功的方法和程序，优化工作者可以借用、移植、改造、利用这些方法和程序为参数优化服务，一般都可取得较好的结果，它的问题是数学模型的建立，数学规划方法的应用，计算机的计算，工程应用上的调整和修正，其结果已并不原来函数极值点了，已经偏离了最优点，特别是在复杂函数中全局极值还没有得到理论上的解决。在多目标优化中，还缺乏理论和实际都很满意的协调方法。因之，参数优化已有了很大进步和成功，但仍处于探索发展阶段，近年来又引进离散优化、模糊优化、试验优化、网络优化、组合优化等多种优化方法和手段，使方案优化和参数优化正处于万紫千红蓬勃发展的兴旺时期。

参数优化是方案优化的保证。方案优化是参数优化的发展。一个系统或者子系统都具有多层次的原理方案和参数方案的，一个原理方案由于结构几何参数的改变，又会形成众多的参数方案，再从众多的参数方案中寻优；一个参数方案又可用以办成形成众多的次级原理方案，再从中寻优。从大系统一直到最小的功能元，均会有它的众多的原理方案和参数方案，形成一个原理方案和参数方案上下层次关系，上层的原理方案的实现要通过下级的参数方案来保证，下级的参数方案又可发展成为众多的二级原理方案，这样就构成了由一至多基本功能元为止。实际上，上层的原理方案代表着功能，参数方案则代表着功能，同时上层的参数方案又代表了下层原理方案的功能，且同级的参数方案则成为措施，这样逐级扩展下去，则成为广义优化的模式。方案优化和参数优化交叉重叠的层次结构。在这个交叉重叠的层次结构中，原理方案始终都是第一层次的，参数方案是第二层次的。但其结构关系中参数优化又是方案优化的保证，方案优化则是参数优化的发展，它们的这种交叉关系对优化是极为重要的，它具有系统分明的上下层次关系，同时又形成上下层次交叉重叠的层次结构。要达到广义优化的最终目的，必须同时发挥方案优化和参数优化两个优势。要注意发挥它们在优化中的互强增效效应，使广义优化更加有效和完整。

### 五、广义优化中的系统分析、综合和检验

优化是一个系统分析、系统综合、系统检验的反复交叉过程，是一个永无止境发展的过程。优化中的系统分析、系统综合、系统检验相互关系模型如图1-2，主要可以想像为

桥、建筑构件，其相互作用和说明如表1-1所示。

表 1-1 优化中的系统分析、综合与检验

项目 层面	系统分析	系统综合	系统检验
目的	提供并综合数据，系统特征的正确度量	提出最佳设计及最佳由互相关因素指标的优化方案和优化参数组合	用实验和理论求得变化因素、参数、组合，优化结果的合理性、科学性和稳定性
系统概念阶段	系统模型本身是不变的	后试验技术本身是变化的	系统模型本身是固定的（参数固定）又是变化的（试验及参数修正）
投入输出阶段	每一组输入只会有一页输出，作为设计根据	将输入输出特征化作为设计的根据	一组优化数据作为试验检验的数据
决策	系统状态或变化对系统特征的影响，分析其唯一性	系统静态或动态不变于决策条件的特性。综合才能最佳化	只有通过试验，实践才是最佳化结果的唯一标准
反馈	利用偏差反馈将纠正的反馈用参数改输入设计	利用偏差反馈将纠正数据以系统模型本身	利用偏差反馈来肯定或修正系统模型

自然界的物质形态总是由简单到复杂，由低级到高级无限优化的发展过程。人类对自然界的认识也是如此。系统是由两个以上相互区别，相互作用的单元有机地结合起来完成某一功能的综合体，每一个单元也可称为一个子系统，同时它又是另一个大系统的组成部分。一台机器、一个机架、一个工厂、一项计划、一个方案……等，均可以看成是一个系统。通常，系统具有输入、转换、输出三个要素。

分析就是在思维活动中，把认识对象的整体分解为各个部分、特性和因素而加以认识的逻辑方法。综合就是在思维活动中，将认识对象的各个部分、特性和因素联系起来作为一个统一整体加以认识的逻辑方法。检验就是在思维活动中，将对象分析和综合的结果，按照最佳化的标准加以考察，只有通过实践才能检验优化的唯一标准。“分析”是相对于“综合”而言，如对某一机械系统，检查其性能是分析，而设计该种机械系统则是“综合”。一般来讲，“分析”先于“综合”，对现有系统，“分析”后继以改善，达到重新“综合”，对于尚未存在的系统，可收集其它类似系统的资料，通过模拟试验加以“分析”后进行重新“综合”。在“分析”和“综合”的基础上，应该再加以“检验”。显然，分析、综合、检验又多是反复交叉进行的。

辩证思维是关于分析和综合的理论，辩证分析的基本方法是矛盾分析法，辩证综合则是在对各种矛盾及矛盾诸方面作了深透分析的基础上，把对象的各个本质方面按其内在联系有机地结合成一个统一的整体。

分析完成的三步骤：分析出事物具有多样的对立方向；这些对立方向是如何相互作用，相互联系，即它们的关系如何；多样性的各对立方面是如何结合在一起的。分析的准则：一个系统是由多个要素组成的，因此它既要外部条件的影响，又要内部关系的制约。必须把内、外部各种影响因素结合起来进行综合分析，把局部效益和整体效益结合起来考虑，而最终是要追求最佳的整体效益。一般要根据目标的性质采用定性与定量的分析方

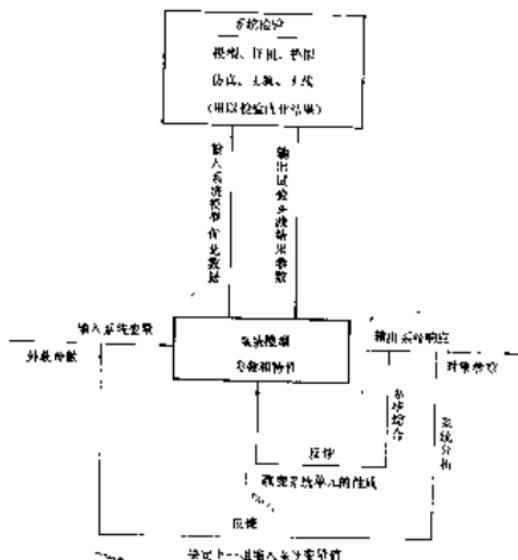


图 1-2 优化中的系统分析、综合与验证模型

法，应该遵循系统与子系统或构成要素之间协调统一，使整体性能达到最佳的原则。分析的评价：由于系统是由多种因素构成的，特别是对于复杂的系统，用单个指标来评价多是不合实际状况，因此应该采用一组相互联系的，并且可以进行相互比较的指标来进行综合评价更为合适和有效。一般上主要是考虑技术经济指标、社会效益指标及一些非常经济必要指标，分别轻重综合确定。分析的步骤：问题构成，首先确定系统的总目标及客观条件的限制，为实现总目标需要完成哪些任务以满足哪些要求，根据任务与要求，对整个系统及各个系统的功能和其相互关系进行分析，在功能分析的基础上确定对各子系统的要求及指标分配，收集资料，建立模型，方案研究，为了完成预定的任务和各子系统的指标要求，需要制定出各种可能的实施方案，分析对比，对各个备选方案的效益和成本对比分析，对成本效益各个参数间的灵敏度分析，根据既定标准进行备选方案的排序，分析模型，由于一个大系统往往受许多因素的制约和影响，所以当某一因素发生变化时，系统指标也会随之发生变化，这种因果关系的变化通常要经过分析模拟初步来确定，系统优化，在方案研究和分析模拟的基础上，通过综合评价即可从可行方案中选出其最佳方案；反复分析，如已选出全面满足要求的最佳方案则要加以实施，如尚不满足要求达不到最佳，则要从问题构成开始，重新分析，反复进行，循环地分析比较，以全面满足要求达到整体最优为目标。

实施方案，通过综合评价分析选定的最佳方案，要付诸实施。还要进行理论上的论证和实际设计，使其方案具体化。这其中又有大量综合工作要化，因此分析中有综合、综合中又有分析，两者互相成、反复实践，才能达到优化的目标。

综合必须具备的因素：事物被分析出各个方面，各个方面的相互联系已经明确，各个方面的结构形式已确定，各个方面的统一本质已被揭示。系统综合评价：系统是由各种资源按某一特定任务而形成的一个整体，系统的价值自然决定于所投入的资源，如人力、材料、资金、技术、设备、时间等，系统综合评价主要是价值观点。如有用性、重要性、可接受性、协调操作性等，决定事物相对价值的主要环境条件有，任务环境、作用对象的环境、自然地理环境、资源环境、技术环境、需求环境、社会环境、对自然环境和社会环境的改善与损害等，价值是一个综合概念，它包含着可分性和很多价值因素，输出的评价因素，如性能、进度、成本、可靠性、实用性、寿命、质量、体积、兼容性、适应性、生存能力、竞争能力、技术水平、能耗、污染、外观等。根据分析对价值的概念，根据系统所处的实际环境，评定为一个有序的集合，并可以反映出它们的量化。

分析和综合的辩证关系：综合是以分析为基础，没有分析的综合只能得到关于事物的笼统的表面的认识，不能发现各事物的共同本质和多样性统一的基础，从而也不可能进行综合；分析又以综合为前提。任何分析总是以某项综合的成果为指导。分析的目的是为了综合，没有综合的分析，则只能得到关于事物的片面的和局部的认识，分析和综合是相互渗透的，分析过程中包含着综合，综合过程中包括着分析，相互依赖，互为前提；分析在一定条件下可以相互转化，分析进行到一定程度，必然要转化为综合，综合获得的一切成果，又要转化为分析，分析为综合作准备，综合又为进一步的分析开辟新的途径，通过分析综合不断更新，人们才有可能正确、全面、深刻、精确的认识事物的本质及其规律。显然，系统分析和综合在优化中是非常重要的，离开了分析和综合也就谈不上优化，但还必须认识到，分析和综合得到的优化结果，还必须要经过实践和实际的检验，反馈、修改、完善，应该说实践是检验优化结果是否正确可靠的唯一标准。因此，系统分析、系统综合和系统检验在优化中缺一不可，而且三者是极有名目的分工又有相互交叉的统一整体，优化则是系统分析、系统综合、系统检验的反复结果。

#### 六、广义优化的演化与发展

优化的问题自古有之，其发展的优化问题如此。较科学的优化古代也不乏先例。

古铜文化的登峰造极。他得《考工记》出此都不同凡响。文中用著名的“金有六齐（剂）”统率着弱器铸造系统。“金有六齐”是世界上最早的一组青铜合金配比优化。“六齐”之中涉及兵器的占了4种，即斧斤类的铜与锡之比为5:1，戈戟类的铜与锡之比4:1，大刃类的铜与锡之比为3:1，削、杀矢之类的铜与锡之比为5:2。半个多世纪以来，国内外化学史和冶金史工作者通过考古实物的科学分析，已经证明了“金有六齐”的记载大体可靠，内容科学合理。

《考工记》时代，最优化设计的思想已经萌芽，在这部手工艺专著中，最优化设计的例子几乎随处可见。试看“弓人”节所描述的箭、弓、矢和箭靶构成的系统：射手因体形、意志、血性气质的差别，有的刚毅果敢、火气大、行动急躁，叫做“危”人；有的长得矮胖、意念宽缓、行动舒缓，称之为“安”人。弓箭的刚柔程度不同，也有危弓（刚硬的弓），危矢（刚硬的箭）和安弓（柔软的弓）、安矢（柔缓的箭）之别。作者指出“其人

安、其心安、且无安”和“其人危、其心危、其失安”的搭配方式最不可取，因为前者连的连得不稳，不易命中目标，即使命中了也无力深入。后者箭将反复拱而前进，不能稳中目标，按脚空弓力不足。心要学知识和脚优督督理论，失人选用危弓和失矢，失人选用安弓和安矢，是为合理。而在《考工记》中，早已提出了这种最佳搭配。

我国战国时代就有齐王和齐将田忌赛马的故事，传说双方都有上、中、下等马各一匹，但凭马匹的实力来说，田忌的各等马匹分别不如齐王的强。当时约定：分三场进行比赛，每场胜者可得千金。按一般粗略办法，若将齐和田等级的马匹进行比赛，其比赛结果必然是田忌以二负一负告负，但经分析得知：按按照排列组合的方法，很显然就不只有此一种比赛方案，还可以寻找其它办法和方案来进行比赛。田忌的宾客，军事家孙膑为他提出了优化的比赛方案，即田忌用下等马对齐上的上等马，如果是这样比赛的结果必然是田忌以二胜一负胜过齐王，从而可以净得千金。这种变三负为二胜一负的思路和办法，就是优化的思想，利用数学上的排列组合原理，经过分析比管而得出的优化结果。德国数学家高斯在小学时，一次老师在课堂上出了一道算术题： $1 + 2 + 3 + \dots + 100 = ?$  按一般简单法，那就是依次按序一项一项的叠加起来，就会是底底加法算题的最后结果。但别采真的这样做起来，耗很费时间，而且也很难不出错误，当时在场的大部分学生都没能做对。幼小的高斯却没按照简单的“常规”办事，而是采取了优化方案：把100个数分成50对。前50对对应的两个数之和都恰好是101。因此他当即得出了加法算题的最后结果，则是 $50 \times 101 = 5050$ 。显然，这种算法既快又准，同时还不易出错。当老师抄完题不久，高斯就说出了正确答案，使老师和同学都大为惊讶。这是什么道理呢？因为这道题的算法不只是有一种，而是有多种算法可供选择，其中必然会有好的、次好的、较坏的、坏的等，而高斯选择了其算法中的最优方案，从而取得了既快又准的计算结果。

我们思考一下一个问题，做任何事，如制定一个计划，施工一项工程等，都不会是只有一种方法、途径。而总会有多种办法和方案，这样就有一个好坏取舍的问题，即评价和优化过程，需要通过优化设计来实现。特别是由于近代科学技术和生产实践飞速发展的需要，工程技术日益复杂、精密、庞大、机械化、自动化程度越来越高，这对人们的实践提出了许多更高的要求。现实中存在着大量的优化问题，不论是工程设计、科学实验、还是生产控制、计划管理等，人们总是想方设法采取各种措施，以能得到消耗少、产量高、精度快、成本低等效果。这就是优化设计研究的中心和目的，它要求从一个给定的具体问题，在那些可行域中，按照某种有效和实用的原则进行寻优，以求得最佳参数和方案。

优化设计是随着社会生产和科学技术不断进步而发展起来的，它通过许多策略和办法包括从非常复杂的解析和数学规划到一些数学巧妙的应用，使很多优化问题逐步获得了满意的解决。在本世纪三十年代以前处理优化问题的数学方法主要是古典的微分法和变分法。随着近代应用数学的发展，在第一次世界大战中，由于军事的需要，为了解决复杂而繁重的后勤支援问题，提出了许多古典极值理论新以解决的优化问题，因此产生了运筹学。线性规划是运筹学的一个重要分支。它已有了比较成熟单纯形法和计算机程序，已能解决处理上千个约束条件和变量的大规模问题，它的运用领域已从解决生产、运输、库存、计划管理等多种工程设计优化问题扩展到整个企业部门，国民经济计划优化方案的决策和分析，已经发挥了很大作用。由于许多优化问题的需要，从60年代以来，单纯性问题成为非常活跃的一个重要的优化设计研究方向，近年来有了迅速发展。由于电子计算机的迅速发

展和完整，使得许多优化设计问题得以完全快速准确地解决。因此从本世纪年代以来，优化设计得到了蓬勃的革新而进入了一个崭新的定量化寻求的发展阶段。

由于最优化方法能够迅速地为我们提供最佳的设计方案，因此受到了工程技术界的极大重视，八十年代以来最优化技术获得了异常迅猛的发展，形成了重要的方法论学派。

优化设计方法是现代设计法的核心内容之一，它是包括优选方案在内的利用各种优化法进行计算的方法。

促进优化研究和应用的主要原因是：

- 1) 近代科学技术与生产需要最适宜的方案、计划与信息；
- 2) 电子计算机和最优化计算方法的发展和促使使优化的发展有了可能；
- 3) 现代产品要求高速度、高质量完成设计任务，优化能保证这一任务较早的完成。

常规设计是利用人工进行有限次寻优，要想找出最小目标的设计变量，是不太可能的。用计算机代替人工计算的常规设计，仅仅把有限次计算变为大量更为精确的计算，从大量数据中进行挑选，这样，只是可以找到比人工计算更准确的设计数据，但并不能保证设计最优。采用优化设计可以使设计参数符合约束条件与目标函数，即最适宜。

从机械传统设计方法分析中可以清楚地看出，由人工进行模型分析计算和几何结构设计绘图，占用了设计人员的大部分时间和精力，也是非常容易出错和难于完成的部分，但这却由电子计算机高效率完成且简而易行，井可以不断进行逻辑判断和自动寻优。设计人员的经验、智慧和创造力是电子计算机难以代替的部分，这则可由设计人员来承担。所以计算机辅助设计是把繁琐的计算和几何设计与绘图等工作让电子计算机完成，使设计人员有更多的时间和精力放在创见性方案设计上来。可以将一项机械设计任务进行人机合理分工，以充分发挥各自的特长，将传统的试凑、类比的低效机械被动设计，用人机结合的主动优化设计的高效计算机辅助设计来代替。

已沿用一个多世纪的机械传统设计方法，由于只限于人工操作，所以其操作有跟方案的类比分析，综合工作又多基于经验的判断，因而传统机械产品设计的水平，很大程度上取决于设计人员的数学、力学、材料学、工芸学、设计学等基础知识的灵活运用程度，以及机械制造、运转等经验的积累和试验设计的本领。同时一般只能依靠类比定性的评价，没有具体的定量评价指标，是否为优化设计难以确定。

现代化设计是在本世纪60年代才开始逐步形成前，其核心是利用现代数学规划论使其评价目标定量化，利用高速电子计算机可以在众多设计方案中自动进行寻优，因而它是一种更为严密、精确的优化方法，以使机械产品达到具有良好的性能，可靠和安全，费用省、误差小等目的。所以优化设计是一种迅速和有效的设计手段和方法。

目前各行各业，都在广泛研究优化的方法的应用。

例如，对于某一级圆柱齿轮减速器，优化设计结果降低质量12%，某行星减速器优化设计后体积缩小了13%，据国外报导，美国Bell公司设计机现有136个变量，优化设计结果质量降低35%，荷兰一艘装载2550辆汽车的专用船，8层甲板，10个变量，优化设计结果造价节约10%……等等。其它在机床主轴箱、港口起重机、滚动轴承、弹簧等等零件的设计中，采用优化设计也取得了较好的结果。一般来说，对于工程设计问题，问题愈复杂，其优化设计结果所取得的效果愈显著。因此，目前优化设计方法也开始应用于车间整体、流水线和工程系统的设计。

总之，目前在优化设计方法方面的研究已取得了较大的成果，尽管如此，但至今尚没有统一的普遍认为有效的算法，还有待今后继续发展。

优化随着社会的发展而发展，逐步从低级向高级演化。已经取得了迅猛的进展。现将演化的主要特点，按照古代、近代和现代，按优化方式、优化状态、优化质量和优化地位列成表格，如表1-2所示。

表1-2 广义优化的发展过程

优化项目	古 代	近 代	现 在
优化方式	量具优化 （量度、直尺、圆规等操作） 经验、检测、对照	心理优化 （单目标优化） 观察、实验、归纳、分析	综合优化 （多目标整体优化） 系统分析、系统综合、系统整编
优化状态	静态优化 （固定、僵化、不变的优化）	动态优化 （发展、生长、反映优化）	灰箱优化 （人们可以部分理解的动态过程，在乱世松现象的复杂变化，指家劣次优化分析）
优化品质	定性优化 （经验进化优化） 它是人们从自然的本源最初、最简单化恶化的特征	定量优化 （数学知识优化） 自然界中，任何事物的存亡都见到一定的量相相关和相依的。 荷明，严谨的数学表达和计算	1. 定量优化 2. 灰优化 见灰世界许多界线不明， 阶段性定性定性和结合，又和模糊优化，才能达到更精确优化表达
优化地位	被动→主动优化 优化只是单在事物发展的后期，直至饱和，再行改进，处于自然进化状态	主动→优化 十九世纪后，主动优化对生产、科研起了重大作用。自然科学、工程技术学、社会科学有了真正独立发展	为主动预测优化 被动已成为各行其业各个领域的重要的技术手段和优化技术。从被动优化到主动优化和发展，优化不断补充、补充完善不断优化

## 第二节 黄金分割律与广义优化论

### 一、黄金分割律的渊源

黄金分割律的实质是在单位区间内，利用逐次试验点的对称配分，把一个单位区间分割成两个不等的部分，要求其单位区间与较大部分的比值等于较大部分与较小部分的比值。这种黄金分割法并不是今天才有的，0.618正是早在公元前300多年，毕达哥拉斯学派的大算学家波斯克所提出的一个命题：在任一线段，用什么分割比能够一直保持这种关系，即分割线段的小部 $\alpha$ :大部 $\beta$  大部 $\beta$ :全部 $1$ 。由此，他有句名言：“凡是美的东西都具备一个共同特征，这就是部分与部分之间，以及部分与整体之间固有的协调一致。”

这个分割一直使用的方法也正好是2000多年前，欧几里得几何的创始人Euclid发现的，欧几里得用直尺和圆规对线段找到了这个非常可贵的黄金分割点，即在任一线段的0.618处。这是几何学中的一人发现。之所以珍视比作黄金，就在于在位于0.618的这一点是最佳点。0.382点正好是0.618点的对称点。因此， $\beta = 0.618$ 为定比例系数，即整个线段与分割后长

的一段的长度之比，等于长的一段与短的长度之比。这样不消去线段的哪一部分，其比例系数0.618是不变的，总是其对称点，且总有一个分割点是不可用的，这比计算二个点减少了一半试验量或计算量，因而称此法为黄金分割法。同时，这个点具有自然和谐美的表现。

在1202年，意大利科学家斐波纳契（Fibonacci）当他在研究兔子的繁殖时，发现一个确定无误的整数序列。他假设兔子一个月成熟，并进行繁殖，每月生产两个小兔子，令 $F_n$ 表示一对兔子几个月后的兔子总对数。

1) 最初有一对兔子，可以得到开始和第1个月均为一对兔子，所以 $F_0 = F_1 = 1$ ；

2) 两个月后，第一对兔子产生一对后代，这时总共有两对兔子，所以 $F_2 = 2$ ；

3) 继续下去有：

第3个月兔子总对数为  $F_3 = 3$ ；

第4个月兔子总对数为  $F_4 = 5$ ；

第5个月兔子总对数为  $F_5 = 8$ ；

第6个月兔子总对数为  $F_6 = 13$ ；

⋮ ⋮

所以 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ 。

4) 斐波纳契（Fibonacci）数列的计算公式为

$$\begin{cases} F_0 = F_1 = 1 & (n=0, 1) \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} & (n \geq 2) \end{cases}$$

5) 黄金分割法和斐波纳契数有着十分密切的内在联系。从斐波纳契数列可以看出，其前后两个相邻数 $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ 之比，当 $n \rightarrow \infty$ 时，数列的极限是 $\beta = \sqrt{\frac{5}{2}} - 1 \approx 0.6180239885 \cdots$

实际上，如果只取前三位有效数字时，当 $n \geq 8$ 时，即有：

$$\frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{21}{34} \approx 0.617647 \cdots$$

≈ 0.618

故可以认为，当被多次裁剪时，两者差别是很小的，黄金分割法的缩放率虽稍差一些，但黄金分割法的缩放比值为一定比值 $\beta = 0.618$ ，它和计算次数 $n$ 无关，这样使计算大为简化，更具有现实适用性。这样，可以认为，黄金分割律是自然界早已存在着的这个斐波纳契数的近似和实用了。

在自然界中，也存在着这个美妙的神秘密码。植物生长也采取了这个最优条件，可以发现，一朵多花花瓣里，从花蕊开始，花瓣从里往外多层次的数目是1, 2, 3, 5, 8, 13, 21……，这些数列，越到后面，前后两项之比，越接近等比系数0.618；还可以发现，向日葵的叶子在茎秆最上层的最稠密，往下渐渐稀疏，近根部的一大枝几乎没有叶子，从向日葵的顶端往下看，一叶与另一叶的排列间隔距离恰好是1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ……，这样，越到下面前后两个叶片间距之比，越接近等比系数0.618。动物如何呢？以兔子生殖为例：年初时仅有的1对，第二个月长大，第三个月开始生小兔，这样逐月下去，12个月的兔子对数分别为依次为1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ……，年终累积就有大大小小的兔子144对。这样同样可以得出，兔子上月和下月数日之比逐步逼近0.618。本世纪以来，人脑机理探索得到了某些进展，美国的海斯博士在试验中发现，人