流体力学基本理论与解题方法

赵克强　韩占忠　编

北京理工大学出版社

流体力学基本理论与解题方法

赵克强　韩占忠　编

北京理工大学出版社

内 容 简 介

本书是高等工科院校“流体力学”课程的教学参考书，也可作为有关专业的自学或函授的教学指导书。书中每章均由基本理论简介、解题方法（共235题）及附有答案的习题（共143题）三部分组成。

本书内容包括流体的物理性质、流体静力学、理想流体的有旋与无旋流运动、流体动力学（含管流阻力）、孔口出流与非稳定流动、不可压缩流体的层流运动、边界层理论、相似理论与量纲分析及可压缩流体动力学基础等九章及有关附录。

本书可供学习“流体力学”的大学生、研究生用，也可作为工程技术人员的自学用书或教师的参考书。

流体力学基本理论
与解题方法

赵克强 韩占忠 编

*

北京理工大学出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
北京理工大学出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 13.625印张 303千字
1989年11月第一版 1989年11月第一次印刷
ISBN 7—81013—253—9/O·45
印数：1—1500册 定价：2.85元

前 言

本书是为学习“流体力学”的大学生而编写的教学参考书，也可作为教师讲授习题课的教材。全书共分九章，包括流体的物理性质、流体静力学、理想流体的有旋与无旋流运动、流体动力学（含管流阻力）、孔口出流与非稳定流动，不可压缩流体的层流运动、边界层理论、相似理论与量纲分析及可压缩流体动力学基础等。每章均由基本理论简介、解题方法及附有答案的习题三个部分组成。

我们在多年的教学实践中常遇到一个问题，就是学了“流体力学”的学生，应用所学的理论来分析、解决问题时不知如何下手？因课程学时有限，讲授例题很少，为此我们参考十多本国内外教材，集百家之长，精选了235个具有典型性并联系工程实际的题目，给出了详细的解答与指导，其中有的还给出了多种解法。书中的部分选题是多年教学中积累的习题、考题和研究生考题。另外，编写本书时还想用通过学习解题方法来使读者加深对基本理论的理解和提高解决问题的能力，为此将一些理论专题以解题的方式给出。在选题时注意了典型性、实用性和避免重复等方面。并选编了143个备有答案的习题供读者练习。

本书第一、二、四、六、八章由赵克强编写，其它各章由韩占忠编写，全书由赵克强主编。书稿由北京理工大学苗瑞生教授详细审阅。对给予编写本书以鼓励和支持的王延生教授及其他同志一并致以衷心地感谢。

限于水平，难免有遗误之处，恳请读者批评指正。

编者于北京理工大学

1988 年 7 月

目　录

第一章　流体的物理性质

基本理论简介

一、流体的密度

流体单位体积内所含有的质量，称为流体的密度，即

$$\rho=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta m}{\Delta V}$$

对均质流体

$$\rho=\frac{m}{V}\quad(\mathrm{kg/m^3})$$

二、流体的重度

流体单位体积内所具有的重量，称为流体的重度，即

$$\gamma=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta G}{\Delta V}$$

对均质流体

$$\gamma=\frac{G}{V}\quad(\mathrm{N/m^3})$$

流体重度与密度的关系为

$$\gamma=\rho g$$

三、流体的比重

流体的比重为流体的重量与4°C时同体积蒸馏水的重

量之比，这是一个无量纲的纯数，即

$$\delta=\frac{G}{G_W}=\frac{\gamma}{\gamma_W}=\frac{\rho}{\rho_W}$$

四、流体的比容

流体的比容是单位质量的流体所占有的体积，它是流体密度的倒数，即

$$v=\frac{V}{m}=\frac{1}{\rho} \qquad (\mathrm{m^3/kg})$$

五、流体的压缩性

流体的压缩性以体积压缩系数 β_p 表示，在温度恒定的条件下，得

$$\beta_p=-\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p} \qquad (\mathrm{m^2/N})$$

式中 $\frac{\mathrm{d}V}{V}$ ——体积的变化率；

$\mathrm{d}p$——压强的增量。

体积压缩系数的倒数，称为流体体积弹性模数，以 E 表示，即

$$E=\frac{1}{\beta_p}=-V\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V} \qquad (\mathrm{N/m^2})$$

等温压缩时，气体的体积弹性模数为

$$E=p$$

绝热压缩时，气体的体积弹性模数为

$$E=kp$$

式中　k——气体的绝热指数。

六、流体的热膨胀性

流体的热膨胀性以体积膨胀系数 β_T 表示，此为压强不变时，每增加单位温度所产生的流体体积相对变化率，即

$$\beta_T=\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}T}\qquad\left(\frac{1}{\mathrm{K}}\right)\text{或}\left(\frac{1}{^\circ\mathrm{C}}\right)$$

式中　$\mathrm{d}T$——温度的增量。

气体体积热膨胀系数可由气体状态方程确定，即

$$pv=RT$$

当 p 不变时，则有

$$\beta_T=\frac{1}{T}$$

式中　v——比容；

R——气体常数，$R=\dfrac{8314}{M}\quad\left(\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}\right)$；

M——分子量；

p——绝对压强；

T——绝对温度。

七、流体的粘性

流体运动时内部产生摩阻力（或切应力）的性质称为流体的粘性，如图 1-1 所示。

流体内摩擦力的大小，根据牛顿内摩擦定律可求得，即

$$T=\mu A\frac{du}{dy}$$

式中 T——内摩擦力 （N）；

μ——流体的动力粘度 （Pa•s）；

A——摩擦面积 （m^2）；

$\frac{du}{dy}$——法向速度梯度，即变形角速度（1/s）。

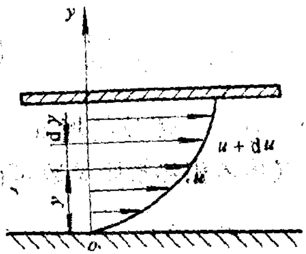

图 1-1

流体的切应力

$$\tau=\frac{T}{A}=\mu\frac{du}{dy}\ (N/m^2)$$

动力粘度与密度之比，称为运动粘度

$$\nu=\frac{\mu}{\rho}\quad (m^2/s)$$

凡符合牛顿内摩擦定律的流体，称为牛顿流体，反之则称为非牛顿流体。

八、液体的表面张力

液体表面相邻两部分间的拉应力是分子作用力的一种表现。液面上的分子受液体内部分子吸引而使液面趋于收缩，它就表现为液面任何两部分间具有拉应力，此称为表面张力，其方向和液面相切，并与两部分的分界线相垂直，单位长度上的表面张力的单位为 N/m，表面张力 σ 的大小与液体的性质、纯度及温度有关。

由于表面张力的作用，使空气中的小液滴呈球状，液滴内压强为

$$p=\frac{4\sigma}{d_0} \quad (\mathrm{N/m^2})$$

式中 σ——表面张力；（N/m）

d——液滴内径。（m）

在毛细管中的液体，因表面张力的作用，而使液柱上升或下降，液柱升或降的高度可用下式计算：

$$h=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d} \quad (\mathrm{m})$$

式中 θ——液面与固体壁面的接触角，随介质不同而异，见图1-2所示；

γ——液体的重度；（N/m³）

d——毛细管内径。（m）

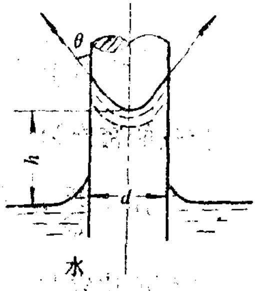

图 1-2

解 题 方 法

1-1 设风扇的排风量为 4m³/s，当地温度为 20°C，压强为 1.226×10^5 Pa，空气的分子量 $M=28.97$，计算风扇的质量流量及空气的密度、比容与重度？

解 空气的气体常数

$$R=\frac{8314}{M}=\frac{8314}{28.97}=287\ \mathrm{J/kg\cdot K}$$

由气体状态方程

$$pV=mRT$$

将上式两端除时间 t 得

$$p\frac{V}{t}=\frac{m}{t}RT$$

$$pQ=\dot{m}RT$$

式中 Q——单位时间流过的体积量，称为流量；

$\dot{m}$——单位时间通过的质量，称为质量流量；

由 $$\dot{m}=\frac{pQ}{RT}=\frac{1.226\times10^5\times4}{287\times293}=5.83\ \text{kg/s}$$

空气的密度为

$$\rho=\frac{\dot{m}}{Q}=\frac{5.83}{4}=1.457\ \text{kg/m}^3$$

空气的比容为

$$v=\frac{1}{\rho}=\frac{1}{1.457}=0.686\ \text{m}^3/\text{kg}$$

空气的重度

$$\gamma=\rho g=14.29\text{N/m}^3$$

1-2 水的弹性模数 $E=2.16\times10^9\text{Pa}$，求使水的体积减小1%的压强增量。

解 设水的初始体积为 V，而压缩终了体积为 $0.99V$，则有

$$\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{0.99V-V}{V}=-0.01$$

故压强增量为

$$dp = -E\frac{dV}{V} = -2.16\times10^9\times(-0.01)$$

$$=2.16\times10^7\,\mathrm{Pa}$$

1-3 设水的体积热膨胀系数 $\beta_T = 2\times10^{-4}\frac{1}{\mathrm{K}}$，体积压缩系数 $\beta_p = 5\times10^{-11}\frac{1}{\mathrm{Pa}}$，当压强为 $10^5\mathrm{Pa}$，温度为 15°C 时水的密度 $\rho = 1000\mathrm{kg/m^3}$，若压强增到 $10^8\mathrm{Pa}$，温度升到 100°C，求其密度变化；

解 水的密度为温度与压强的函数，即

$\rho = f(T,\ p)$，

则 $$d\rho = \frac{\partial\rho}{\partial T}dT + \frac{\partial\rho}{\partial p}dp$$

因 $$\beta_T = \frac{1}{V_0}\ \frac{\partial V}{\partial T} = -\frac{1}{\rho_0}\ \frac{\partial\rho}{\partial T}$$

$$\beta_p = -\frac{1}{V_0}\ \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{\rho_0}\ \frac{\partial\rho}{\partial p}$$

将以上关系代入原式，有

$$dp = -\rho_0\beta_T dT + \rho_0\beta_p dp$$

现从初始状态积分到最终状态得

$$\int_{\rho_0}^{\rho} d\rho = -\int_{T}^{T} \rho_0\beta_T dT + \int_{p_0}^{p} \rho_0\beta_p dp$$

$$\rho - \rho_0 = -\rho_0\beta_T(T - T_0) + \rho_0\beta_p(p - p_0)$$

$$= -10^3\times2\times10^{-4}(373-288)$$

$$+10^3\times5\times10^{-11}\times(10^8-10^5)$$

$$=-17\ \mathrm{kg/m^3}$$

所以 $\rho=\rho_0-17=1000-17=983\ \mathrm{kg/m^3}$

以上结果说明同时加温和加压，因温度增高密度减小值将比因增压而使密度增值为大。

1-4 一气缸内充有$0.3\mathrm{m^3}$的空气，此时压强为$19.6\times10^4\mathrm{Pa}$，若将空气压缩到$0.06\mathrm{m^3}$时，求（1）等温压缩过程时压缩终点的压强及体积弹性模数E；（2）绝热压缩时的最终压强及体积弹性模数。

解

（1） 等温压缩

由 $p_1V_1=p_2V_2$

则 $$p_2=p_1\frac{V_1}{V_2}=19.6\times10^4\frac{0.3}{0.06}=98\times10^4\mathrm{Pa}$$

所以压缩终点的体积弹性模数为

$$E=p_2=98\times10^4\ \mathrm{Pa}$$

（2） 绝热压缩

$$p_1V_1^k=p_2V^k$$

式中 k——绝热指数，$k=1.4$

$$p_2=p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k=19.6\times10^4\left(\frac{0.3}{0.06}\right)^{1.4}$$

$$=186.56\times10^4\ \mathrm{Pa}$$

$$E=kp_2=1.4\times186.56\times10^4$$

$$=261.2\times10^4\ \text{Pa}$$

1-5 气象氢气球要求上升到30km高空时具有可观直径$d=20$m，在30km处的绝对压强为1100Pa，气温为-40°C，若不计氢气球膜的应力作用，问在地面上应充若干体积的氢气？设地面上的绝对压强为101300Pa，温度为20°C。

解 由气体状态方程式可得

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$$

式中，参数下标为"1"的代表地面状态，下标为"2"的为高空状态。因此在地面上应充氢气体积为

$$V_1=\frac{p_2}{p_1}\ \frac{T_1}{T_2}V_2=\frac{p_2}{p_1}\ \frac{T_1}{T_2}\ \frac{\pi d^3}{6}$$

$$=57.2\text{m}^3$$

1-6 某液压系统内充满液压油，其总体积为0.2m³，其中有0.02m³油存在敞开的油箱内，系统初始工作温度为20°C，工作中系统的油温上升到50°C，设油的$\beta_T=7\times10^{-4}\ 1/^\circ\text{C}$，求敞开的油箱内油的体积。

解 由

$$\beta_T=\frac{1}{V}\ \frac{\text{d}V}{\text{d}T}$$

则
$$\text{d}V=\beta_TV\text{d}T=7\times10^{-4}\times0.2\times(50-20)$$

$$=0.0042\text{m}^3$$

以上为系统内的油因热膨胀而增加的体积必然要流回油

箱，因此 50°C 时油箱内油的体积为

$$V=V_0+dV=0.0242\text{m}^3$$

1-7 用海洋测深仪测出海底的海水密度 $\rho_x=1061\text{kg/m}^3$，而海面上海水密度 $\rho=1025\text{kg/m}^3$，设海水体积弹性模数 $E=23400\times10^5\text{Pa}$，试计算该处的海深为多深。

解 由质量守恒定律，设 ΔV 为海底海水体积变化量，设海面上的原体积为 V，则有

$$(V+\Delta V)\rho_x=V\rho$$

所以 $$\Delta V=\frac{V(\rho-\rho_x)}{\rho_x}=V\left(\frac{\rho}{\rho_x}-1\right)$$

$$=(0.966-1)V=-0.0339V$$

又由液体体积弹性模数

$$E=-\frac{V}{\Delta V}\Delta p$$

而 $$\Delta p=\rho gH$$

由以上三式可得海深

$$H=\frac{0.0339E}{\rho g}=\frac{0.0339\times23400\times10^5}{1025\times9.81}$$

$$=7889\text{m}$$

1-8 两平行平板间充满油液，两板间隔为 12.5mm，上平板为边长 60cm 的正方形，以 98.1N 的外力拖其运动，移动速度 $U=2.5\text{m/s}$，计算（1）以 Pa·s 表示的油的动力粘度；（2）设油的比重 $\delta=0.95$，其运动粘度为多少？

解 上平板的面积 $A=0.6^2=0.36\text{m}^2$

由牛顿内摩擦定律

$$T=\mu A\frac{U}{\delta}$$

$$\mu=\frac{T\delta}{AU}=\frac{98.1\times 12.5\times 10^{-3}}{0.36\times 2.5}=1.36\ \mathrm{Pa\cdot s}$$

$$\nu=\frac{\mu}{\rho}=\frac{\mu}{\delta\rho_w}=\frac{1.36}{950}=1.43\times 10^{-3}\ \mathrm{m^2/s}$$

1-9 某双原子气体的动力粘度 $\mu=2\times 10^{-5}\mathrm{Pa\cdot s}$，运动粘度 $\nu=15\times 10^{-6}\mathrm{m^2/s}$，环境温度为 20°C，绝对压强 $p=101.3\mathrm{kPa}$，其普适气体常数 $R_c=8314\mathrm{J/kg\cdot K}$，求该气体的分子量。

解 由理想气体状态方程

$$p=\rho RT$$

则 $$R=\frac{p}{\rho T}$$

而 $$\rho=\frac{\mu}{\nu}=\frac{2\times 10^{-5}}{15\times 10^{-6}}=\frac{4}{3}\ \mathrm{kg/m^3}$$

所以 $$R=\frac{3}{4}\times\frac{101.3\times 10^3}{293}=259.3\ \mathrm{J/kg\cdot K}$$

故该气体的分子量为

$$M=\frac{R_c}{R}=\frac{8314}{259.3}=32.06$$

1-10 长 12.5cm，直径 10cm 的活塞，在内径为 10.05cm 的油缸内下移，活塞与缸之间的环形缝隙内充有粘

度 $\mu=0.8\text{Pa·s}$ 的油，当活塞上的载荷为 9.8N，求活塞的下移速度。

解 环形缝隙油膜厚度

$$\delta=\frac{10.05-10}{2}=0.025\text{cm}=2.5\times10^{-4}\ \text{m}$$

由牛顿内摩擦定律

$$T=\mu A\frac{U}{\delta}=\mu 2\pi Rl\frac{U}{\delta}=W$$

则
$$U=\frac{W\delta}{2\pi Rl\mu}=0.156\text{m/s}=15.6\text{cm/s}$$

1-11 直径为 50mm 的轴颈，在直径 51mm，长度 80mm 的轴承内转动，它们的同心环形缝隙中充满粘度 $\mu=0.1\text{Pa·s}$ 的润滑油，设轴的转速 $n=500\text{r/min}$，环形缝隙内流体流速为线性分布，试确定克服轴承摩擦的功率。

解 首先求转轴表面处油液的圆周速度

$$u=\frac{\pi dn}{60}=\frac{\pi\times0.05\times500}{60}=1.31\ \text{m/s}$$

环形缝隙为

$$\delta=\frac{51-50}{2}=0.5\text{mm}=5\times10^{-4}\ \text{m}$$

由牛顿内摩擦定律

$$T=\mu A\frac{u}{\delta}=\mu\pi dl\frac{u}{\delta}$$

而摩擦力矩为