●21世纪最新版

中国名校特级教师

随堂 导教·导学 导练·导考

占章根 朱亚烈 主编

高三数学

与"3+X"总复习

欢迎关注并参与
"金四导"丛书
"纠错臻优"
20万元大行动

随堂 导教·导学 导练·导考

高三数学

与"3+X"总复习

21世纪最新版

中国名校特级教师

主　编　占章根　朱亚烈

撰　稿　周伟扬　王月治　王哲宝
张国庆　周顺钿　刘夏进
单文海　张忠尧　朱华根
袁宗钦

吉林教育出版社

中国名校特级教师

随堂导教·导学·导练·导考（高中）

编委会

主编简介

占章根，浙江省诸暨市人，1982年毕业于浙江师范大学数学系，1995年评为中学高级教师，1998年评为浙江省第六批特级教师，1999年被中国数学会奥林匹克委员会授予“中国数学奥林匹克高级教练员”称号，现为绍兴县鲁迅中学教务处主任、县高中数学教研大组组长、绍兴市第四批专业技术拔尖人才。

占章根老师从教18年，长期致力于高中数学教学的实践与研究，教学成果显著。他执教的学生高考成绩位居绍兴市前列，竞赛成绩名列浙江省前茅。由他负责的省级规划课题“发展学生数学创造的能力的教学实践与研究”已取得阶段性成果，在省级以上杂志公开发表的论文累计两万多字。占章根老师作为省特级教师讲师团成员赴外地上课讲学，受到当地师生的普遍欢迎。

朱亚烈，1963年毕业于杭州大学数学系，中国数学学会会员，是浙江省中学数学教学研究会常务理事，绍兴中学数学教学研究会副理事长。

他长期以来从事中学数学教学的实践和研究，大学毕业后在诸暨市从事高中数学教学达21年，任该市高中数学教学大组长，后被调到绍兴市教委教研室任副主任，继续从事高中数学教学和研究16年，培养了一大批高中数学骨干教师，指导全市的高中数学教学与竞赛，使全市在高考和全国高中数学联赛中取得优异成绩，居全省各地(市)前列，在数学界具有较高的知名度。他主编或参编的教学参考、讲座、竞赛等图书20余本，撰写数学论文多篇。

向课堂要效益　倡导教学新理念

——关于《“金四导”丛书》的审读报告

出版缘起：应培养中小学生创新意识与实践能力的急切呼唤之运而生

新世纪的考试制度、考试形式和内容，必将与素质教育相适应，更加注重考查学生的能力、观点和方法。尤其是创新意识和实践能力的考查，将在考试中逐步占有重要的位置。提供一套教辅读物，它能与素质教育、考试改革同步，与课堂教学的进程同步，与学生的能力、观点、方法培养的需求同步，成为当务之急。为此，北京、天津及华东六省近百位著名特级教师精心策划、编写了这套《中国名校特级教师随堂导教·导学·导练·导考》丛书。

栏目分工：凸现随堂理念，权威剖示“五点”——知识点，重、难、疑点与考点间的关联

丛书各分册均以相配套的教材的单元(章)、课(节)为序，并设有如下栏目：

单元(本章)目标　根据各学科主要应培养的能力，提出本单元(章)应培养和考查的具体能力，以及用一定的思想、观点、方法去分析和解决问题的能力，能反映创新意识的能力和实践能力。体现由单纯的知识目标向能力目标的转变，由知识的继承向知识的创新转变。

单元(本章)小结　在学完某一单元(章)的基础上，围绕各能力目标的达成，总结出能力形成的主要途径，应注意的问题和关键，以及如何克服各种失误等。

梳理知识　罗列、梳理本课(节)关键的、重点的知识、规律、技能、观点、方法，进行精析，对达成某些能力的相应知识点进行指点。

表解重点　对容易混淆的内容，利用表或图的形式

进行精析；将易混淆的知识、技能、观点、方法、能力之间的本质区别与联系揭示出来，避免在应用时出现错误。

讨论难点 围绕某课(节)确有难度的课后习题进行讨论，指出解题思路、关键，以及如何避免错误，帮助学生提高分析、解决问题的能力。

剖示考点 通过对历年高考相关热点考题的回顾，使学生对能力考查的形式及其变化，对解题思路及其关键，有个整体的、连续性的思考和把握，形成能力，以便从容应对。本栏目还是全国各地历届高考典型题荟萃。

精解名题 通过对具有前瞻性、典型性的名题进行精析，使学生对学科考试形式和内容改革的思路，有一个超前性的了解，以培养学生的创新精神和实践能力。

关注考试：以题、以练为主 发挥学生主体性作用

测试能力 针对某课(节)的主要能力目标，以高考常考题型为准，适当考虑命题改革总的趋势，设计课(节)能力达标测试题，以求课课通。

单元(本章)能力验收卷 用来检测各单元(章)综合能力的达成情况。

从书按照正常的教学进度，以模拟测试形式，还安排了**“仿真高考模拟题 *A*、*B*、*C* 卷”**，以便学生作针对性练习。

本丛书力求以学生发展为本，以学生为主体，精讲多练，以练、以题为主，通过学生自主练习、体验、综合与发散，培养创新意识和实践能力。

欢迎关注并参与“金四导”“纠错臻优”20万元大行动

围绕素质教育和能力培养编写教辅读物，本身就充满了探索性，出现某些问题在所难免。一切不足，希望在“纠错臻优”大行动中得以弥补。

目录

第一章　幂函数、指数函数和对数函数

第二章　三角函数

第三章　反三角函数和简单三角方程

第四章 不等式

第五章 数列、极限、数学归纳法

第六章 复 数

第七章 排列、组合、二项式定理

第八章　直线与平面

第九章　多面体和旋转体

第十章　直线与圆

第十一章　圆锥曲线

第十二章 压轴专题

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

本章目标

1. 通过对函数知识的复习，学会运用运动变化的观点来考察变量之间的相互依赖关系以及自变量与函数值之间的对应关系，获得比较系统的函数知识，提高分析问题和逻辑思维的能力.

2. 通过对函数的复习，加深理解配方、换元、待定系数、判别式、比较、分析、综合等中学数学的解题通法，及函数与方程、等价转化、数形结合、分类讨论等重要的数学思想.

3. 通过解答一些联系实际的函数应用题，及带有探索性的函数综合题，培养分析问题解决问题的能力.

1.1 集合的概念

梳理知识

1. **集合中的元素的特征：**集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.其中互异性常常容易疏忽，在今后解题时应注意.

2. **集合的表示法有三种：**列举法、描述法、文氏图法.使用哪种方法要根据各表示法的优点及具体问题而定.

3. **元素与集合的关系：**一个元素 x 与一个集合 A 之间的关系为 $x\in A$ 或 $x\notin A$.确定元素和集合的关系时，关键是确定元素是否具有集合的元素必须具备的属性.

☎ 表解重点

数与数的大小关系和元素与集合的关系的比较

两数 a,b 比较大小	$a>b$ 或 $a=b$ 或 $a<b$
元素 a 与集合 A 间的关系	$a\in A$ 或 $a\notin A$

☎ 讨论难点

例 1　已知 $M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，且 $M=N$，求 a,b 的值.

【讨论】　本题的一个重要条件是：$M=N$，再由集合的性质可解题.

【解】　根据集合中元素的互异性，有

$$\begin{cases}a=2a,\\ b=b^2,\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=b^2,\\ b=2a.\end{cases}$$

解上面的方程组，得

$$\begin{cases}a=0,\\ b=1,\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=0,\\ b=0,\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

再根据集合中元素的互异性，得

$$\begin{cases}a=0,\\ b=1,\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

本题中，如无视集合中元素的互异性，可得方程组有三组不同解，得到 a,b 的三组值. 但将 $a=0,b=0$ 代入 M、N，就得到错误结论. 故对于此类问题，我们常常需要代入检验.

例 2　已知集合 $\{x\mid ax^2+2x+1=0,a\in R,x\in R\}$，用 A 表示.

(1)若 A 中只有一个元素，求 a 的值，并求出这个元素；

(2)若 A 中至多有一个元素，求 a 的取值范围.

【讨论】　本题难点在于如何将集合元素个数转化为方程系数所需满足的条件.

【解】　(1)若 A 中只有一个元素，即方程 $ax^2+2x+1=0$ 只有一个

解.

若 $a\neq0$,则 $\Delta=0$,即 $4-4a=0$,得

$$a=1,$$

此时 $$x=-1.$$

若 $a=0$,则

$$x=-\frac{1}{2}.$$

(2)若 A 中至多有一个元素,即方程 $ax^2+2x+1=0$ 至多有一个解,即

$$\begin{cases}\Delta=4-4a\leqslant0,\\ a\neq0;\end{cases}\text{或 } a=0.$$

故当 $a\geqslant1$ 或 $a=0$ 时,A 中至多有一个元素.

说明:本题中,应用一元二次方程有关根的讨论,将集合语言转化为方程解的问题,得出解答.

例3 设 $A=\{x\mid x^2-x-2>0\}$,$B=\{x\mid x^2+4x+p<0\}$,若 $B\subseteq A$,求实数 p 的取值范围.

【讨论】 由已知 $B\subseteq A$,可化为两种情况:$B=\varnothing$和 $B\neq\varnothing$.

【解】 先将 A 化简得 $A=\{x\mid x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)\}$.

(1)若 $B=\varnothing$,显然 $B\subseteq A$,此时,$4^2-4p\leqslant0$,由此得 $p\geqslant4$.

(2)若 $B\neq\varnothing$,则 $4^2-4p>0$,由此得 $p<4$,

$$B=\{x\mid x\in -2-\sqrt{4-p}<-2+\sqrt{4-p}\}.$$

$\because$ $$B\subseteq A,$$

$\therefore$ $$-2+\sqrt{4-p}\leqslant-1\text{ 或 }-2-\sqrt{4-p}\geqslant2.$$

解得 $$3\leqslant p<4.$$

综合(1)(2)得 $p\geqslant3$.

说明:本题中,常常忽略 $B=\varnothing$这种情况.若结合数轴则不易出差错,并注意"等号"的取舍.

"数形结合"的思想,贯穿函数的始终,要养成见"数"想"形",见"形"想"数"的习惯.

☎ 剖示考点

在高考中,集合几乎是每年必考的内容之一.一般来说,以两种方式进行考查:一是考查集合本身的知识;二是考查集合语言与集合思想的运用

(如函数的定义域、值域，方程与不等式的解集，排列组合问题，解几中曲线的相交问题等)，即考查集合在其他数学问题中的应用.

例1 (1993·全国卷·"3+2"型)

集合 $M=\{x\mid x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z\}$，$N=\{x\mid x=\frac{1}{4}k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z\}$，则(　　).

A. $M=N$　　B. $M\supset N$　　C. $M\subset N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

【精析】 选C. M中的元素$x=\frac{2k+1}{4}\pi$，N中的元素$x=\frac{k+2}{4}\pi$，而$2k+1$可取任意的奇数，$k+2$可取任意的整数.

$\therefore$　　$M\subset N$.

这是用直接法解选择题.

【答】 C.

例2 (1992·全国卷·理)

设含有10个元素的集合的全部子集数为S，其中由3个元素组成的子集数为T，则$\frac{T}{S}$的值为______.

【精析】 根据子集个数的计算方法，可得结果.

【解】 因为n个元素的集合的子集个数为2^n，故$S=2^{10}$，而$T=C_{10}^3$，故$\frac{T}{S}=\frac{C_{10}^3}{2^{10}}=\frac{15}{128}$.

☎ 精解名题

例 在集合$A=\{a,b,c\}$与集合$B=\{a,x,y\}$中，a,b,c成等差数列，a,x,y成等比数列，且$A=B$，求等比数列的公比.

【精析】 解答此题的关键是：根据题目给出的条件信息，列出等式，再寻求解答. 读者可思考：能否求出等差数列的公差？

【解】 由条件，可得到以下等式

$$\begin{cases}a+c=2b,\\ ay=x^2.\end{cases}$$

又由$A=B$，有

$$\begin{cases}b=x,\\ c=y,\end{cases}\text{或}\begin{cases}b=y,\\ c=x.\end{cases}$$

以下可分两种情形来解答:

(1)当 $b=x,c=y$ 时,有

$$\begin{cases}a+y=2x,\\ay=x^2.\end{cases}$$

$$\therefore\quad (2x-y)y=x^2,2xy=x^2+y^2.$$

$\therefore\quad x=y$,与 B 中元素的互异性矛盾.

(2)当 $b=y,c=x$ 时,有

$$\begin{cases}a+x=2y,\\ay=x^2.\end{cases}$$

$$\therefore\quad (2y-x)y=x^2,$$

$$2y^2-xy=x^2.$$

$$2\left(\frac{y}{x}\right)^2-\frac{y}{x}-1=0.$$

$$\therefore\quad \frac{y}{x}=\frac{1\pm\sqrt{1+4\times2}}{4}=\frac{1\pm3}{4}.$$

即 $\frac{y}{x}=1$(舍),$-\frac{1}{2}$.故公比为 $-\frac{1}{2}$.

综上所述,所求的公比为 $-\frac{1}{2}$.

☎ 测试能力

一、选择题

1. 以下对象中,不能形成集合的是(　　).
   A.正三角形的全体
   B.《高一代数》中所有习题
   C.《高一代数》中所有好题
   D.所有无理数

2. 设集合$\{a\}$用 A 表示,则下列各式中正确的是(　　).
   A.$0\in A$　　B.$a\notin A$　　C.$a\in A$　　D.$A\neq0$

3. 设 $M=\{m\mid m\leqslant\sqrt{10}\}$,$a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$,那么(　　).
   A.$a\subset M$　　B.$a\notin M$　　C.$\{a\}\in M$　　D.$\{a\}\subset M$

4. 在以下五个写法中:①$\{0\}\in\{0,1,2\}$;②$\varnothing\subset\{0\}$;　③$\{0,1,2\}\subseteq\{1,2,0\}$;④$0\in\varnothing$;⑤$0\cap\varnothing=\varnothing$.错误的写法个数是(　　).
   A.1　　B.2　　C.3　　D.4

5. 集合 $A=\{(x,y)\mid y=-1+x-2x^2, x\in R, x\neq 0\}$，若点 P 的坐标 $(x,y)\in A$，则 P 在(　　).

A.第一或二象限　　B.第二或三象限

C.第三或四象限　　D.第四或一象限

6. 下列集合中与 $\{0,2,4,6,\cdots\}$ 相等的是(　　).

A. $\{x\mid x=2n, n\in N\}$　　B. $\{x\mid x=2n, n\in Z\}$

C. $\{x\mid x=2(n-1), n\in N\}$　　D. $\{x\mid x=2(n-1), n\in Z\}$

7. 设集合 $M=\{x\mid x=3m+1, m\in Z\}$，$N=\{y\mid y=3n+2, n\in Z\}$，若 $a\in M$，$b\in N$，则 ab 与集合 M,N 的关系是(　　).

A. $ab\in M$　　B. $ab\in N$　　C. $ab\not\subset M$　　D. $ab\notin N$

8. 集合 A 中有 m 个元素，若在 A 中增加一个元素，则它的子集增加的个数是(　　).

A. m　　B. $m+1$　　C. $2m$　　D. 2^m

二、填空题

9. 方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集用描述法表示为____.

10. 设 M 表示集合 $\{x\mid x\leqslant\sqrt{21}\}$，$a=2\sqrt{5}$，则 a 与 M 的关系是______.

11. 由实数 $x,-x,|x|,\sqrt{x^2},-\sqrt[5]{x^5}$ 所组成的集合中，最多含有______个元素.

12. 将 $M=\{x\mid x^4-1=0, x\in R\}$ 用列举法表示为______.

13. 已知数集 $\{2a, a^2+a\}$，则 a 的取值范围为______.

14. 已知集合 $A\subseteq B$，且 $A\subseteq C$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，$C=\{0,2,4,8\}$，则集合 A 的子集个数最多是______.

三、解答题

15. 求数集 $\{1,x,x^2-x\}$ 中的元素 x 所应满足的条件.

16. 集合 $A=\{y\mid y=x^2+2x+4, x\in R\}$，$B=\{y\mid y=x^2-2x+4a, x\in R\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

1.2 集合的运算

☎ 梳理知识

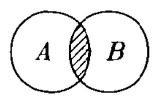
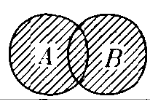
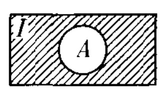
1. 理解集合中交集、并集、补集、全集的概念.

集合的运算,就其实质来说是逻辑关系的运算(且、或、非).因此在进行集合运算时,应着眼于“关系”自身,而无需顾及元素的具体属性.

2. 用文氏图认识集合间的包含关系和交、并、补关系.

3. 掌握求交集、并集、补集的方法,这些运算可借助于画数轴或画文氏图进行直接观察.

☎ 表解重点

名称	符号	逻辑关系词	图　　形
交集	$A\cap B$	且	
并集	$A\cup B$	或	
补集	$\overline{A}$	非	

☎ 讨论难点

例1 已知 $A=\{x\mid x\leqslant -3$ 或 $x>2\}$,$B=\{x\mid x<-2$ 或 $x\geqslant a,a>-2\}$,求 $A\cap B$ 和 $A\cup B$.

【讨论】 因为集合 B 中,含有字母 a(参数),故应分两种情形讨论.

【解】 当 $-2<a\leqslant 2$ 时,

$A\cap B=\{x\mid x\leqslant -3$ 或 $x>2\}$,$A\cup B=\{x\mid x<-2$ 或 $x\geqslant a\}$;

当 $a>2$ 时,

$A\cap B=\{x\mid x\leqslant -3$ 或 $x\geqslant a\}$,$A\cup B=\{x\mid x<-2$ 或 $x>2\}$.