

现代物理学丛书

量子力学

卷 I

(第二版)

曾谨言著

科学出版社

现代物理学丛书

量子力学

卷 I

(第二版)

曾谨言著

科学出版社

1997

内 容 简 介

本书作者的《量子力学》(上、下册)出版以来，深受读者欢迎，它是国家教委第一次(1988)颁发的六本国家级优秀高校物理教材之一。根据广大读者要求和目前高校实际情况，作了较大幅度改动。修改后的《量子力学》分为两卷。卷I作为大学本科生量子力学教材或参考书，卷II作为研究生教学用书或参考书。第二版中作者做了详细地校改和调查。

《量子力学》卷I系统讲述量子力学的基本概念、原理及常用的近似方法。共分十三章。第一章介绍量子力学历史简况。第二、四两章讲述量子力学概念和原理。第三章一维定态问题。第五章初步介绍守恒定律与对称性。第六章讲述常见的中心势的本征值问题，第七章讨论带电粒子在电磁场中的运动。第八章讲自旋以及原子和原子核的壳结构。第九章力学量本征值问题的代数解法。第十章介绍微扰论。第十一章讲述散射理论。第十二章处理量子跃迁。第十三章介绍多粒子体系的几种简单处理方法。书中给出相当数量的思考题和练习题，每章后面有大量习题，供教师和学生选用。

本书除适宜作为高校有关专业本科生的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学 卷I/曾谨言著。—2版。—北京：科学出版

社，1997.7

(现代物理学丛书/周光召主编)

ISBN 7-03-006138-1

I. 量… II. 曾… III. 量子力学 IV. 0413.1

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第13621字

科学出版社出版

北京东黄城根北街 19 号

邮政编码：100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1990年9月第一版 开本：850×11681/32

1997年8月第二版 印张：22 3/8

1997年8月第二次印刷 字数：583 000

印数：451—3 450

定价：42.00 元

《现代物理学丛书》编委会

主编 周光召

副主编 汪德昭 谢希德

编委 于敏 王之江 冯端 吴式枢
汤定元 何祚庥 李整武 张志三
苟清泉 郝柏林 葛庭燧

第一版 序 言

量子力学是在人类的生产实践和科学实验深入到微观物质世界领域的情况下，在 20 世纪初到 20 年代中期建立起来的。人们从实践中发现，在原子领域中，粒子的运动行为与日常生活经验中粒子的运动行为有质的差异，在这里我们碰到一种新的自然现象——量子现象，它们的特征要用一个普适常数——Planck 常数 \hbar 来表征。经典物理学在这里碰到了无法克服的矛盾，量子力学的概念与规律就是在解决这些矛盾的过程中逐步揭示出来的。

但是，不能认为量子力学规律与宏观物质世界无关。事实上，量子力学的规律不仅支配着微观世界，而且也支配着宏观世界¹⁾，可以说全部物理学都是量子物理学的²⁾。已被长期实践证明的描述宏观自然现象的经典力学规律，实质上不过是量子力学规律的一个近似。一般说来，在经典物理学中不直接涉及物质的微观组成问题，因而量子效应并不显著，所以经典力学是一个很好的近似。例如，行星绕太阳的运动，与氢原子中电子绕原子核的运动相似，都受量子力学规律支配，但对于前者，量子效应是微不足道的（角动量 $mvR \gg \hbar$ ， m 是行星质量， v 是速度， R 是轨道半径），因此，经典力学规律被证实是相当正确的。

但有一些宏观现象，量子效应也直接而明显地表现出来。例如，极低温下（ v 很小）的超导现象与超流现象；又例如，白矮星及中子星等高密度（ R 很小）的星体以及常温、常压、常密度情况下质量 m 很小的粒子系（例如，金属中的电子气），量子效应都很显

1) R. J. Finkelstein, Nonrelativistic Mechanics (1973), Introduction.
2) E. H. Wichmann, Quantum Physics, Berkeley Physics Course, Vol. 4, chap. 1 (1971, McGraw-Hill).

著，不能忽视。因此，经典力学与量子力学适用范围的分界线，应当根据量子效应重要与否来划分。

量子力学规律的发现，是人们对于自然界认识的深化。量子力学，特别是非相对论量子力学的基本规律与某些基本概念，从它们建立到现在的 50 多年中，经历了无数实践的考验，是我们认识和改造自然界所不可或缺的工具。由于量子力学所涉及的规律极为普遍，它已深入到物理学的各个领域，以及化学及生物学的某些领域。现在，可以说，要在物理学的任何领域进行认真的工作，没有量子力学是不可思议的。因此，量子力学已成为现代物理学的理论基础。

当然，与任何一门自然科学一样，量子力学也只是在不断发展中相对真理。从量子力学建立以来，对它的某些基本概念以及对其基本规律的一些看法，始终存在着不同见解的争论。这需要通过进一步的科学实践以及揭示新的矛盾逐步加以解决。这些问题在我们的课程中将不予涉及。

十年前，作者写过一本《量子力学》(上、下册，科学出版社，1981)。该书内容是针对当时国内量子力学教学实际情况而选定的。该书出版以来，受到广大读者欢迎，多次重印，仍不能满足要求。作者先后收到读者近千封热情洋溢的来信，给予了肯定和较高的评价，认为对提高我国量子力学教学水平起了积极的作用。1988 年初国家教委颁发了建国以来第一次国家级高校优秀教材奖，该书是获奖的六本物理书之一。

十年以来，我国量子力学教学水平有了明显提高。各高校普遍招收了研究生。作为物理及有关专业研究生的基础理论课，普遍设置了高等量子力学课。为适应这种情况，本书将分两卷出版。卷 I 作为本科生教材或参考书，而卷 II 则作为研究生教学参考书。

在撰写本书时，作者参照了国外近年来出版的一些新教材的优点，更多地反映了量子力学在有关科研前沿领域中的应用，同时还选用了同行和作者近年来所做的某些教学研究成果。

关于量子力学发展史的介绍，过去国内教材很少直接引证原

始文献，有些史实的讲述与历史有出入。本书根据国外一些可靠的量子力学史籍和原始文献，做了一些重要订正。例如，关于 Planck 黑体辐射公式提出的历史背景，Bohr 的对应原理等。

基本概念和原理的讲述，历来是一个大难点。过去学生批评“量子力学课不讲理”，“量子力学是从天上掉下来的”。根据作者多年从事教学和科研工作的经验，在《量子力学》(1981)中，曾经对基本概念和原理的讲述做了一些新的尝试，例如，从波动粒子两重性的分析来引进波函数的统计诠释以及说明为什么必须引进算符来刻画力学量，关于量子态概念与态叠加原理，表象理论等。作者着重引导读者去分析问题和解决问题，以增进读者的学习兴趣。这方面得到了很多同行和读者的肯定。在撰写本书时，作者又做了进一步改进，并纠正了一些流行的不恰当的讲法。例如，从波函数的统计诠释导出波函数的所谓“标准条件”，量子态在坐标表象中的表示式 $\phi(\mathbf{r})$ 及其各阶微商的连续性问题应怎样来论证？根据波函数的统计诠释究竟可以对波函数提出哪些要求？又例如，关于中心力场中的 Schrödinger 方程的解在 $r = 0$ 邻域的渐近行为，本书对此做了更进一步分析。吴大猷先生¹⁾曾经郑重地批评了一些教材“人云亦云”，“辗转抄袭”错误讲法。

过去国内量子力学课的讲法往往给读者造成一个印象，认为力学量本征值问题似乎总是在一定边条件下求解微分方程，这有历史的原因。但据作者所知，实际科研工作中更多地是用代数方法求解力学量的本征值。有一些本征值问题可以用代数方法给出极漂亮的解法。例如，角动量的 Dirac 理论和 Schwinger 表象。为弥补这方面的不足，本书增设力学量本征值问题的代数解法。

还有一些问题，在有关科研领域中经常碰到，但在过去教材中讨论得很少，例如，低维体系，定态微扰论与量子跃迁的关系，共振态与束缚态的关系，Hellmann-Feynman 定理，自然单位等，本书

1) 吴大猷，量子力学(甲部)，p. 7 (1984，科学出版社)。

用了适当篇幅予以介绍。散射理论一章做了大幅度修改。对于散射的经典描述和量子力学描述的比较，守恒量分析在散射理论中的重要性，Born 近似的适用条件等，都做了较详细的讨论。

为了有助于读者更深入理解有关概念和原理，书中安排了适量的思考题和练习题。为增进读者运用量子力学处理具体问题的能力，在每章之末选进了大量习题供读者选用，并附有答案和提示。这些习题中有相当部分选自近年来国外研究生资格考试题。采用本书的读者，可同时选用《量子力学习题精选与剖析》¹⁾作为主要参考书。

应该强调，教材是给学生学习用的。教师讲课时应根据不同情况（学生水平，专业需要等）选讲本书的一部分（<2/3），其余部分最好留给学生自由阅读，这有利于不同程度和兴趣的学生发展其聪明才智。教师应该明确，教学的目的主要是培养学生分析问题和解决问题的能力，而不应局限于传授具体的知识。

钱伯初教授仔细阅读了本书初稿，提出了很多宝贵的建议，特此表示诚挚的感谢。在近十年中，作者与不少同行教师和学生有过很有益的讨论，对于本书的撰写无疑是很大的帮助，在此一并表示谢意。对本书不当或错误之处，诚恳希望读者指出，以便逐步改进。希望本书对于提高我国量子力学教学水平，对于繁荣我国教育事业能作出一点贡献。热忱期望青年读者大大超过我们。

作 者

1989 年春于北京大学

1) 钱伯初、曾谨言，量子力学习题精选与剖析(1988，科学出版社)。

量子力学一般参考书¹⁾

- [1] Baym, G., Lectures on Quantum Mechanics (1978, Benjamin).
- [2] Bohm, D., Quantum Theory (1954, Constable and Co., London).
- [3] Cohen-Tannoudji, C., Diu, B. & Laloe, F., Quantum Mechanics, Vol. I, II (1977, John Wiley & Sons).
- [4] Das, A. & Melissinos, A. C., Quantum Mechanics—A Modern Introduction (1986, Gordon and Breach).
- [5] Dirac, P. A. M., The Principles of Quantum Mechanics (4th ed., 1958, Oxford University Press).
- [6] Feynman, R. P., et al., The Feynman Lectures on Physics, Vol. 3; Quantum Mechanics (1965, Addison-Wesley Publishing Co.).
- [7] Landau, L. D. & Lifshitz, M. E., Quantum Mechanics, Non-relativistic Theory (1977, Pergamon Press).
- [8] Merzbacher, E., Quantum Mechanics (1970, John Wiley & Sons).
- [9] Messiah, A., Quantum Mechanics, Vol. I, II (1961, North-Holland).
- [10] Shankar, R., Principles of Quantum Mechanics (1980, Plenum Press).
- [11] Schiff, L., Quantum Mechanics (1967, 3rd edition, McGraw-Hill).
- [12] Wichmann, E. H., Berkeley Physics Course, Vol. 4, Quantum Physics (1971, McGraw-Hill).

量子力学习题参考书

- [1] 钱伯初、曾谨言, 量子力学习题精选与剖析 (1988, 科学出版社)。
- [2] Flügge, S., Practical Quantum Mechanics, Vol. I, II (1974, Springer).
- [3] ter Haar, D., Problems in Quantum Mechanics (1975, Academic Press, N. Y.).
- [4] Kogan, V. I. & Galitski, V. M., Problems in Quantum Mechanics (1963, Prentice Hall).
- [5] Constantinescu, F. & Magyari, E., Problems in Quantum Mechanics (1976, Pergamon Press).

1) 以作者姓氏字母为序。

目 录¹⁾

序言	i
第一章 量子力学发展简况	1
1.1 经典物理学碰到了哪些严重困难?	1
1.1.1 黑体辐射问题	1
1.1.2 光电效应	3
1.1.3 原子的线状光谱及其规律	4
1.1.4 原子的稳定性	5
1.1.5 固体与分子的比热问题	7
1.2 Planck-Einstein 的光量子论	8
1.3 Bohr 的量子论	13
1.4 量子力学的建立	18
习题	21
第二章 波函数与 Schrödinger 方程	25
2.1 物质波的提出	25
2.2 波函数的统计诠释	30
2.2.1 波动-粒子两重性矛盾的分析	30
2.2.2 几率波;多粒子系的波函数	33
2.2.3 动量分布几率	40
2.2.4 测不准关系	42
2.2.5 力学量的平均值与算符的引进	46
2.2.6 统计诠释对波函数提出的要求	49
2.3 态叠加原理	50
2.3.1 量子态及其表象	50
2.3.2 态叠加原理	52

1) 标有“*”的章节或段落,供自学选用。

*2.3.3 光子的偏振态的叠加	53
2.4 Schrödinger 方程	57
2.4.1 方程的引进	57
2.4.2 方程的讨论	60
1° 定域的几率守恒	60
*2° 再论波函数的意义	62
3° 量子力学中的初值问题;传播子	64
4° 定态,不含时间的 Schrödinger 方程	66
5° 多粒子系的 Schrödinger 方程	68
习题	69
第三章 一维定态问题	74
3.1 一维定态波函数的一般性质;几个定理	74
3.2 方位势	80
3.2.1 无限深方势阱;分立谱	80
3.2.2 有限深对称势阱	84
3.2.3 束缚态与分立谱的讨论	88
3.3 一维散射问题	93
3.3.1 方势垒的穿透	93
*3.3.2 方势阱的穿透与共振	97
3.4 一维谐振子	101
3.5 δ 势场	107
3.5.1 δ 势垒(阱)的穿透	107
3.5.2 δ 势阱中的束缚态能级	110
*3.5.3 δ 势阱一侧有无限高势垒情况	111
*3.5.4 双 δ 势垒之间粒子的准束缚态	114
*3.6 线性势	117
*3.6.1 线性势场中的束缚能级	117
*3.6.2 动量表象	123
*3.6.3 线性势中的游离态	124
*3.7 周期场	126
*3.7.1 Floquet 定理	127
*3.7.2 Bloch 定理	129

*3.7.3 能带结构	130
习题.....	135
第四章 力学量用算符表达与表象变换.....	147
4.1 算符的一般运算规则	147
4.2 Hermite 算符的本征值与本征函数	158
4.3 共同本征函数	164
4.3.1 测不准关系的严格证明	164
4.3.2 角动量 (\hat{J}_z) 的共同本征态,球谐函数	167
4.3.3 求共同本征函数的一般原则	169
4.3.4 力学量完全集	172
4.3.5 量子力学中力学量用算符表达	173
4.4 连续谱本征函数的“归一化”	174
4.4.1 连续谱本征函数是不能归一化的	174
4.4.2 δ 函数	176
4.4.3 箱归一化	178
4.5 量子力学的矩阵形式及表象变换	181
4.5.1 量子态的不同表象;幺正变换	181
4.5.2 力学量(算符)的矩阵表示	185
4.5.3 力学量的表象变换	191
4.6 Dirac 符号.....	192
*附录.....	199
习题.....	203
第五章 力学量随时间的变化与守恒定律.....	211
5.1 力学量的平均值及几率分布随时间的变化;守恒量; 维里定理	211
5.2 Schrödinger 表象, Heisenberg 表象和相互作用表 象	216
5.3 守恒量与对称性的关系的初步分析	222
5.3.1 空间的均匀性(平移不变性)与动量守恒	226
5.3.2 空间各向同性(旋转不变性)与角动量守恒	228
5.3.3 空间反射不变性与宇称守恒	231

5.3.4	时间的均匀性与能量守恒	235
5.4	全同粒子系与波函数的交换对称性	236
5.4.1	全同粒子系的交换对称性	236
5.4.2	两个全同粒子组成的体系; Pauli 原理	240
5.4.3	N 个 Fermi 子体系	247
5.4.4	N 个 Bose 子体系	249
习题		251
第六章 中心力场		256
6.1	中心力场中粒子运动的一般性质	256
6.1.1	角动量守恒与径向方程	256
6.1.2	Schrödinger 方程的解在 $r \rightarrow 0$ 邻域的行为	259
6.1.3	两体问题化为单体问题	261
*6.1.4	线性中心势	263
6.2	球方势阱	264
6.2.1	无限深球方势阱	264
6.2.2	有限深球方势阱	269
6.3	Coulomb 场; 氢原子	270
6.4	三维各向同性谐振子	283
*6.5	Hellmann-Feynman 定理及其在中心力场问题中的应用	290
*6.5.1	Hellmann-Feynman 定理	290
*6.5.2	HF 定理在中心力场问题中的应用	295
*6.6	二维氢原子与谐振子; 二维与三维中心力场的关系	300
*6.6.1	二维氢原子和类氢离子	300
*6.6.2	二维各向同性谐振子	302
*6.6.3	三维和二维中心力场的关系	304
*6.7	一维氢原子	307
习题		312
第七章 粒子在电磁场中的运动		319
7.1	有电磁场情况下的 Schrödinger 方程; 规范不变	

性	319
7.2 匀	匀磁场中带电粒子的能量本征值	324
7.2.1 正常 Zeeman 效应	324
7.2.2 Landau 能级和波函数;反磁性	326
*7.3 超导现象	329
*7.3.1 Meissner 效应	333
*7.3.2 磁通量量子化	335
习题	337
第八章 自旋	338
8.1 电子自旋	338
8.1.1 提出电子自旋的实验根据及自旋的特点	338
8.1.2 自旋态的描述	339
8.1.3 自旋算符与 Pauli 矩阵	341
8.1.4 电子的内禀磁矩	346
8.2 总角动量	348
8.3 碱金属光谱的双线结构与反常 Zeeman 效应	359
8.3.1 碱金属原子光谱的双线结构	359
8.3.2 反常 Zeeman 效应	361
8.4 自旋单态与三重态	365
*8.5 原子中的电子壳结构与元素周期表	370
*8.6 原子核的壳结构	377
习题	384
第九章 力学量本征值问题的代数解法	392
9.1 一维谐振子的代数解法	393
9.2 磁场中带电粒子的能量本征值	397
9.2.1 匀	匀磁场中带电粒子	397
*9.2.2 匀	匀磁场中的三维各向同性谐振子	399
*9.2.3 互相垂直的匀	匀磁场和电场中的带电粒子	400
9.3 角动量的一般性质	401
*9.4 角动量的 Schwinger 表象	408
9.5 两个角动量的耦合; C. G. 系数	411

习题.....	431
第十章 定态微扰论.....	434
10.1 非简并态微扰论	434
10.1.1 电介质的极化率	439
10.1.2 平面转子	442
*10.1.3 氢原子的极化率	444
*10.1.4 Van der Waals 力	447
10.2 简并态微扰论	448
10.2.1 氢原子的 Stark 效应	454
10.2.2 二能级体系	457
*10.2.3 耦合谐振子	460
习题.....	463
第十一章 散射理论.....	474
11.1 散射现象的一般描述	474
11.1.1 散射的经典力学描述; 截面	475
11.1.2 散射的量子力学描述; 散射波幅	479
11.2 分波法	484
11.2.1 守恒量的分析	484
11.2.2 分波散射振幅和相移	486
11.2.3 光学定理	491
*11.2.4 非弹性散射	493
*11.3 低能粒子散射	496
*11.3.1 地壳 δ 势的散射	496
*11.3.2 球方势阱的散射	497
*11.3.3 球方势垒的散射	499
*11.3.4 低能共振散射; Breit-Wigner 公式	499
*11.3.5 低能 np 散射	502
11.4 Lippman-Schwinger 方程; Born 近似.....	505
11.4.1 Green 函数; Lippman-Schwinger 方程	505
11.4.2 Born 近似	508
11.4.3 Coulomb 散射	513

11.5 全同粒子的散射	516
11.5.1 α 粒子与氧原子核的碰撞	517
11.5.2 α - α 散射	517
11.5.3 e - e 散射	518
*11.6 自旋 $1/2$ 粒子的散射	522
*11.7 附录：质心坐标系与实验室坐标系的关系	530
*11.7.1 散射角的关系	530
*11.7.2 截面的关系	533
*11.7.3 能量关系	533
习题	534
第十二章 量子跃迁	540
12.1 跃迁及跃迁几率	540
12.2 常微扰	546
12.2.1 常微扰导致的跃迁几率	546
*12.2.2 时间无关微扰论与跃迁的关系	549
12.2.3 关于能量的测不准关系	552
12.3 光的吸收与辐射的半经典处理	557
12.3.1 周期性微扰导致的跃迁几率	558
12.3.2 光的吸收与受激辐射；选择定则	561
12.3.3 自发辐射的 Einstein 理论	564
*12.3.4 激光原理简介	568
习题	571
第十三章 多粒子体系	574
13.1 氦原子及类氦离子	574
13.1.1 基态能量	575
*13.1.2 低激发态	576
13.2 变分原理及其应用	682
13.2.1 Schrödinger 方程与变分原理	582
13.2.2 Ritz 变分法	586
13.2.3 Hartree 自治场方法	588
13.3 Fermi 气体模型	591

13.3.1	金属中的电子气	591
*13.3.2	原子核作为 Fermi 气体.....	597
*13.3.3	Thomas-Fermi 近似.....	602
13.4	双原子分子的转动与振动	606
*13.5	三原子直线分子的振动	612
*13.6	氢分子离子	616
13.7	氢分子	623
	习题.....	638
*数学附录	645
附录一	波包.....	645
附录二	δ 函数	650
附录三	Hermite 多项式.....	659
附录四	Legendre 多项式与球谐函数.....	663
附录五	合流超几何函数.....	671
附录六	Bessel 函数.....	673
附录七	自然单位.....	680
附录八	径向方程的解在奇点 $r = 0$ 邻域的行为.....	682
索引	692