

挂轮对数选择法

国营内蒙第一机械制造厂编

3

机械工业出版社

内容简介 配换挂轮在齿轮制造中应用很广。目前选配挂轮的方法很多，其中以对数挂轮法比较方便。本书主要介绍作者编制的“五位对数挂轮表”。该表结构比较简单，使用比较灵活。为便于正确地应用该表，本书详细介绍了该表的编制原则、结构和特性以及应用方法，并具体分析了在各种机床上采用近似挂轮对被加工零件精度的影响，进而列出了零件精度与挂轮对数误差之间的关系，同时还介绍了应用该表稠密区选择高精度挂轮的方法。

本书从对数和挂轮的基本知识讲起，由浅入深。书的每章均附有实例，书后列有多种表格，可供机械工人同志阅读和使用。

挂轮对数选择法

国营内蒙第一机械制造厂编

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可出字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ · 印张 $7\frac{3}{4}$ · 插页 1 · 字数 168 千字

1975 年 4 月北京第一版 · 1975 年 4 月北京第一次印刷

印数 00,001—55,000 · 定价 0.55 元

*

统一书号：15033 · 4253

前 言

在伟大领袖毛主席亲自发动和领导的无产阶级文化大革命中，我厂工人以毛主席的光辉哲学思想为武器，通过生产实践，研究了采用对数选择挂轮的方法，编制成“五位对数挂轮表”，并被收进了《机械工人切削手册》（机械工业出版社1970年出版）。几年来的生产实践证明，用该表选择挂轮，计算简单，使用方便，效果较好。

开展批林批孔运动以来，我厂职工狠批了林彪效法孔老二“克己复礼”的反动纲领以及“上智下愚”、“生而知之”、“天才论”等反动观点，提高了阶级斗争、路线斗争觉悟，进一步认识了实践出真知的伟大真理，调动和激发了社会主义积极性。我们遵照伟大领袖毛主席“**要认真总结经验**”的教导，组成了工人、技术人员和干部参加的三结合小组，在“五位对数挂轮表”的基础上，编写成这本《挂轮对数选择法》。

本书较详细地阐述了“五位对数挂轮表”的结构，使用该表的方法和规则，并通过生产实例加以说明，供机械工业战线上的工人同志参考。

本书在编写过程中，得到一些兄弟单位的支持和帮助，在此表示感谢。由于我们的政治思想水平不高，实际经验不多，对挂轮的对数选择方法认识还很肤浅，恳请同志们批评指正。

国营内蒙第一机械制造厂革命委员会

一九七四年六月

目 次

第一章 对数的基本知识	1
一 对数的概述及一般性质	1
二 对数的结构及常用对数的特点	4
三 对数表的结构和用法	6
四 对数的运算	11
第二章 挂轮的基本知识	18
一 挂轮的概念	18
二 常用机床的挂轮公式	21
三 挂轮比值计算	33
第三章 对数挂轮表	37
一 挂轮表的编制原则	37
二 表的结构和特性	38
三 挂轮表的应用	40
第四章 近似挂轮比的精度和高精度挂轮	44
一 挂轮比精度的确定方法	44
二 用对数挂轮表选择高精度挂轮的方法	63
第五章 挂轮的特殊应用	68
一 在滚齿机上用差动机构加工大质数直齿齿轮	68
二 在滚齿机上用差动机构加工大质数斜齿齿轮	71
三 无差动机构滚斜齿轮	74
四 利用滚齿机测定斜齿圆柱齿轮的螺旋角	80

表 次

表 1	五位对数表示例	6
表 2	五位对数表比例部分示例	7
表 3	五位对数挂轮表稠密区表	64
表 4	五位对数挂轮表	84
表 5	五位对数表	120
表 6	三角函数五位对数表	144
表 7	七位齿数对数表	234
表 8	挂轮比对数误差计算公式汇总表	235
表 9	模数螺纹螺距挂轮比的允许对数误差计算值	236
表 10	铲齿车床铲磨滚刀时螺距挂轮比的允许 对数误差计算值	236
表 11	铲齿车床差动挂轮比的允许对数误差计算值	236
表 12	圆柱齿轮、圆锥齿轮分齿挂轮比的允许 对数误差计算值	237
表 13	差动挂轮比的允许对数误差计算值	238
表 14	磨齿机滚比挂轮比的允许对数误差计算值	239

第一章 对数的基本知识

一 对数的概述及一般性质

1. 对数的实用价值

在机械制造工厂中,人们经常会遇到挂轮之类复杂的乘、除等运算。若用一般四则法来运算,非但费时并且容易算错。例如,在计算Y38滚齿机差动挂轮时(挂轮公式为: $i = \frac{7.95775 \sin \beta}{m_n K}$),一般*i*值要精确到小数点后五位,然后将*i*值换算成挂轮的齿数比,这样繁杂的乘除计算,确实很不方便。若采用对数法来运算就简单了。

采用对数法计算挂轮并不困难,初学者只要掌握了对数运算的基本性质和方法,就可把乘法变成加法,把除法变成减法。当我们把这种方法用于选择挂轮时,再利用一些表,就能迅速地选到挂轮。

2. 对数的定义

那末什么是对数呢?先来看下面一个算式:

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

该算式表示的是乘方式。式中的2叫做底数,4是乘方式的指数,16叫真数。如果已知底数2和指数4,便可算出真数16来。再看其逆运算:当已知底数为2时,那末指数是什么数值时才能求得真数为16呢?如用*x*代表所求的指数,那末我们就能写出下面的方程式:

$$2^x = 16$$

这种根据真数和底数,来求指数的运算方法,就叫做求

对数。上例是根据底数 2，求真数为 16 的对数。可简写成：

$$\log_2 16 = 4$$

该式 $\log$ 右下角的数字 2 就是底数，读成以 2 为底 16 的对数是 4。当对数的底数为 10 时，叫做常用对数。这种对数应用非常普遍，它用 $\lg$ ● 来表示，底数 10 往往省略不写，如 $\log_{10} N$ 通常写成 $\lg N$ 。

例 1. $\log_5 125 = 3$ (因为 $5^3 = 125$)

读成以 5 为底 125 的对数是 3

例 2. $\log_{10} 100000 = 5$ 或 $\lg 100000 = 5$

读成以 10 为底 100000 的对数是 5

例 3. $\log_3 81 = 4$

读成以 3 为底 81 的对数是 4

另外还有一种对数，是以 $e = 2.71828\cdots$ 为底数，叫做自然对数●，用 “ $\ln$ ” 来表示。

3. 对数的基本性质

为了正确地灵活地应用对数，必须对它的性质有一个比较系统的了解。现将对数的基本性质介绍如下：

(1) 乘积的对数(任意底数)等于各乘数的对数之和。

若 $N = a_1 \times a_2$ 则 $\log_b N = \log_b a_1 + \log_b a_2$

证：设 $a_1 = b^{x_1}$ $a_2 = b^{x_2}$
 则 $\log_b a_1 = x_1$ $\log_b a_2 = x_2$
 $N = a_1 \times a_2 = b^{x_1} \times b^{x_2} = b^{x_1+x_2}$

按对数定义得： $\log_b N = \log_b (a_1 \times a_2) = x_1 + x_2$

即 $\log_b N = \log_b a_1 + \log_b a_2$

若 $N = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$

● $\lg$ 或 $\log$ 读作 “洛哥”。

● 自然对数和常用对数之间的关系为： $\ln N = \frac{1}{\lg e} \lg N = 2.3026 \lg N$ 。

则 $\lg N = \lg a_1 + \lg a_2 + \lg a_3 + \cdots + \lg a_n$

例 4. $N = 318 \times 4.7 \times 0.00035$

则 $\lg N = \lg 318 + \lg 4.7 + \lg 0.00035$

(2) 分式的对数等于分子的对数减去分母的对数。

若 $N = \frac{a_1}{a_2}$

则 $\lg N = \lg a_1 - \lg a_2$

例 5. $N = \frac{37.26}{28.75}$

则 $\lg N = \lg 37.26 - \lg 28.75$

如果在一个算式里，既有乘又有除，利用上述对数性质

(1) 和 (2)，其求法如下：

若 $N = \frac{a_1 \times a_2 \times a_3}{a_4 \times a_5 \times a_6}$

则 $\lg N = \lg a_1 + \lg a_2 + \lg a_3 - \lg a_4 - \lg a_5 - \lg a_6$

例 6. $N = \frac{120.4 \times 14.4 \times 0.5}{300.1 \times 25 \times 0.75}$

则 $\lg N = \lg 120.4 + \lg 14.4 + \lg 0.5 - \lg 300.1$
 $- \lg 25 - \lg 0.75$

(3) 乘方的对数等于乘方底数的对数乘以乘方指数。

若 $N = a^\mu$

则 $\lg N = \mu \lg a$

例 7. $N = 4.658^2$

则 $\lg N = 2 \lg 4.658$

(4) 方根的对数等于根底数的对数除以根指数。

若 $N = \sqrt[\mu]{a}$

则 $\lg N = \frac{1}{\mu} \lg a$

例 8.

$$N = \sqrt[5]{17.32}$$

则

$$\lg N = \frac{1}{5} \lg 17.32$$

例 9.

$$N = \frac{\sqrt[4]{27.32}}{0.4316}$$

则

$$\lg N = \frac{1}{4} \lg 27.32 - \lg 0.4316$$

二 对数的结构及常用对数的特点

1. 对数的结构

例如, 3210 的常用对数为 3.50651, 即 $\lg 3210 = 3.50651$ 。从数字 3.50651 的形式来看, 对数和一般的小数差不多。但是它有一个不同的特点, 就是把小数点前面部分和小数点后面部分要严格区分开来。小数点后面部分称为尾数, 小数点前面部分称为首数, 任何一个真数的对数, 都是由首数与尾数结合而成的。

对数尾数总是正的小数, 是根据真数的有效数从对数表(表 5)中查得的。所谓真数的有效数, 就是抽去真数的小数点, 去掉数字前后的零(中间的零不能去)。如真数 3210 和 0.0321 的有效数均为 321。真数 0.301 的有效数为 301, 而不是 31。

对数的首数为整数, 有正有负, 它与真数的有效数无关, 它的数值是根据真数的位数而定的。常用对数决定首数的方法在下面介绍。

2. 常用对数的特点

(1) 在 1 后面有若干个零的整数, 它的对数为正整数, 这个正整数等于原数所含零的个数。1 的对数为零。

例 10.

$$\lg 10 = 1 \text{ (因为 } 10 = 10^1 \text{)}$$

$$\lg 100 = 2 \quad (\text{因为 } 100 = 10^2)$$

$$\lg 100000 = 5 \quad (\text{因为 } 100000 = 10^5)$$

$$\lg 1 = 0 \quad (\text{因为 } 1 = 10^0)$$

(2) 在 1 前面有若干个零的纯小数，它的对数为负整数，其绝对值等于原数中零的个数。

例 11. $\lg 0.1 = -1$ (因为 $0.1 = \frac{1}{10}$),

$$\lg 0.1 = \lg 1 - \lg 10 = 0 - 1 = -1$$

$$\lg 0.01 = -2 \quad (\text{因为 } 0.01 = \frac{1}{100})$$

$$\lg 0.00001 = -5 \quad (\text{因为 } 0.00001 = \frac{1}{100000})$$

(3) 大于 1 的数，它的对数的首数等于这个数整数部分的位数减去 1。

例 12. 3.21 整数部分为一位数，首数为： $1 - 1 = 0$

则 $\lg 3.21 = 0.50651$

32.1 整数部分为二位数，首数为： $2 - 1 = 1$

则 $\lg 32.1 = 1.50651$

321 整数部分为三位数，首数为： $3 - 1 = 2$

则 $\lg 321 = 2.50651$

(4) 小于 1 的数，它的对数的首数为负整数，其绝对值等于这个小数的第一个有效数字前面所有零（连个位的零也包括在内）的个数，而尾数是正数。

例 13. 0.321 有效数字前一个零，首数为 -1

则 $\lg 0.321 = \overline{1}.50651$
正纯小数

0.0321 有效数字前二个零，首数为 -2

则 $\lg 0.0321 = \overline{2}.50651$

0.00321 有效数字前三个零，首数为 -3

则 $\lg 0.00321 = \bar{3}.50651$

小于 1 的数，首数是负数，而尾数仍为正数，因而“-”号不能写在整个数的前面，而只写在首数的上面。这种形式在以后的对数运算中经常遇到，要特别注意。

由例 12 和例 13 可以看出，真数 3.21、32.1、321、0.321、0.0321、0.00321 的对数尾数都是 0.50651。这是由于它们的有效数相同，都是 321。而因为位数不同，所以对数首数不同。

三 对数表的结构和用法

1. 五位对数表的结构及其用法

表 5 为五位对数表。在表中，真数的有效数共五位，对数的尾数也是五位。表的左端第一栏表示真数 N 的前三位数字，其数字范围为 100 至 999；表的上端第一行表示真数的第四位数字，表内其余各行的数字表示与各真数相对应的对数尾数值。表 1 所示为五位对数表示例。

表 1 五位对数表示例

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
320	50515	529	542	556	569	583	596	610	623	637
21	651	664	678	691	705	718	732	745	759	772
22	786	799	813	826	840	853	866	880	893	907
23	920	934	947	961	974	987	*001	*014	*028	*041
24	51055	068	081	095	108	121	135	148	162	175
25	188	202	215	228	242	255	268	282	295	308

其用法如下：

(1) 例如求真数 3248 的对数时，首先要查它的尾数。

我们先在表的左端第一栏中找到真数的前三位数 324，接着再从表的上端第一栏中找出第四位数字 8，然后从 324 的横行和 8 的一栏相交处查出数字 162，该数字表示的是 3248 对数尾数的后三位数字。而尾数值的前二位数字，却由该横行前端查得为 51。因此 3248 的对数尾数为 51162。因真数值为四位数，故首数为 3，即可得： $\lg 3248 = 3.51162$ 。

(2) 当求真数 3238 的对数时，我们会遇到 028 数字上有*，该符号表示对数尾数的前二位数不取该行的前面数字 50，而取该行的后面数字 51。即 $\lg 3238 = 3.51028$ ，而不是 3.50028。

(3) 当真数值为五位时，先从对数表读出四位数的对数值，然后再用真数的第五位在比例部分的表内查出第五位的尾数值，将它们相加（或相减），而求得五位真数值的对数。表 2 为表 1 的比例部分。

表 2 五位对数表比例部分示例

差 数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	1.4	2.8	4.2	5.6	7.0	8.4	9.8	11.2	12.6
13	1.3	2.6	3.9	5.2	6.5	7.8	9.1	10.4	11.7
12	1.2	2.4	3.6	4.8	6.0	7.2	8.4	9.6	10.8

例14. 求 32.446 的对数。

假如不查比例部分表，可用补插法：

因 32.446 的有效值是 32446，它介于 32440 与 32450 之间。由表 1 查得 $\lg 32440$ 的尾数为 51108， $\lg 32450$ 的尾数为 51121。可知：

真数有效数差

$$\begin{array}{r} 32450 \\ - 32440 \\ \hline 10 \end{array}$$

对数尾数差

$$\begin{array}{r} 51121 \\ - 51108 \\ \hline 13 \end{array}$$

由于本例 32446 与 32440 在第五位上的差值为 6，其第五位的尾数值可由下式求得：

$$\frac{10}{13} = \frac{6}{x} \quad x = \frac{13 \times 6}{10} = 7.8$$

则 32446 的对数尾数为：51108 + 7.8 = 511158

所以 $\lg 32.446 = 1.511158$

如果查比例部分表时，本例的对数尾数差为 13，由表 2 差数一栏中找到 13，并在表上端一行中找到真数的第五位数字 6，在 13 一行和 6 一栏的相交处，就能迅速查得第五位的尾数值，同样为 7.8。

例15. 求 863780 的对数。

先取有效数 8637，由表查得其尾数为 93636，与 8638 的对数尾数差为 5。查比例部分表差数为 5 的一行，当真数的有效数第五位为 8 时，对数尾数为 4.0。

则 $93636 + 4.0 = 93640$

所以 $\lg 863780 = 5.93640$

例16. 求 0.034917 的对数。

0.034917 的有效数为 34917，由 3491 查出对数尾数为 54295，与 3492 的对数尾数差为 12，查比例部分表差数为 12 的一行，真数有效数第五位为 7 时，其对数尾数为 8.4。

因此 $\lg 0.034917 = \bar{2}.54295 + 0.000084 = \bar{2}.543034$

2. 三角函数五位对数表的用法

三角函数对数表分为二部分，一部分是由角度值准确到分的各三角函数的对数值，另一部分是比例部分表（见表 6）。

当角度值由 0° 至 45° 时，“度”列在表的上端，“分”列在左端第一栏，自上往下读。角度值由 45° 至 90° 时，“度”

列在表的下端，“分”列在表的右端第一栏，自下往上读。 $\lg \sin$ 及 $\lg \cos$ 每分的差数列在各该行的右边，表端注有 d. 字； $\lg \operatorname{tg}$ 及 $\lg \operatorname{ctg}$ 每分的差数列在该两行中间，表端注有 c. d. 字。 $\lg \sin$ 及 $\lg \operatorname{tg}$ 的差数为正 (+)， $\lg \cos$ 及 $\lg \operatorname{ctg}$ 的差数为负 (-)。因任何角度的 $\sin$ 及 $\cos$ 函数及小于 45° 角的 tg 函数均小于 1，其对数应为负值，为便于计算，表中所列对数均已加 10，因此查出的对数值应减去 10。

当三角函数需准确到秒时，就要利用比例部分表。比例部分表(3° 以上)上面一行的黑体字表示 d. 或 c. d. 的数值，左面一栏表示秒的数值(小于 3° 的比例部分是对应不同的 d. 值，只列出每 $1''$ 的对数值变动量)。表内数值的单位为第五位小数。

例17. 求 $\lg \sin 8^\circ 48' 36''$

$$\lg 8^\circ 48' = 9.18465 - 10$$

由于 $48' 36''$ 位于 $48'$ 与 $49'$ 之间，由 d. 栏得 82，即角度增加 $1'$ 时，对数值增加 82，再查右边比例部分表，在标有 82 处， $30''$ 对应的为 41.0， $6''$ 对应的为 8.2，因此角度增加 $36''$ 时，对数值应增加 $41.0 + 8.2 = 49.2$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \lg \sin 8^\circ 48' 36'' &= 9.18465 + 0.000492 - 10 \\ &= 9.185142 - 10 = \bar{1}.185142 \end{aligned}$$

例18. 求 $\lg \operatorname{ctg} 47^\circ 36' 23''$

$$\lg \operatorname{ctg} 47^\circ 36' = 9.96053 - 10$$

$36' 23''$ 位于 $36'$ 与 $37'$ 之间，由 c. d. 栏得 25，在比例部分表标有 25 处， $20''$ 时为 8.3，而 $3''$ 相当 $30''$ 的十分之一，即 $3''$ 为 1.25，因而角度增加 $23''$ 时，对数值应减少 $8.3 + 1.25 = 9.55$

$$\begin{aligned}
 \text{所以} \quad \lg \operatorname{ctg} 47^{\circ} 36' 23'' &= 9.96053 - 0.0000955 - 10 \\
 &= 9.9604345 - 10 \\
 &= \bar{1}.9604345
 \end{aligned}$$

3. 反对数的应用

对数表除能从真数求对数之外，还能从对数求真数。由对数求真数的方法就叫做求反对数。在求反对数时必须注意下列几点：

(1) 把对数的首数和尾数分开；

(2) 查表只用对数尾数来查，查出的是真数有效数；

(3) 用对数首数决定小数点在有效数中的位置；

(4) 全负对数求反对数时，首先应将全负对数变成负首数对数，然后才能查对数表（其变换方法详见“对数变形”一节）。

求反对数时，可以直接查反对数表。本书由于篇幅所限，未收进反对数表，而是利用反查五位对数表的方法求反对数，下面举例说明：

例19. 求 3.51162 的反对数。

对数首数为 3，尾数为 51162，从对数表上查得 51162，向左对应左端第一栏的 324，向上对应上端第一行的 8，即得真数有效数为 3248。由于对数首数为 3，所以真数是个四位数，故 3.51162 的反对数为 3248。

例20. 求 1.511145 的反对数。

对数尾数是 51114.5，而在对数表上查不到这样的尾数，只有和它临近的二个数 51108 和 51121，它们的真数有效数分别是 3244 和 324.5。此时，需采用比例部分表，其求法如下：

真数有效数 3244 和 3245 的对数尾数差为：

$$\begin{array}{r} 51121 \\ - 51108 \\ \hline 13 \end{array}$$

本例的对数尾数与真数 3244 的对数尾数差为：

$$\begin{array}{r} 51114.5 \\ - 51108.0 \\ \hline 6.5 \end{array}$$

查比例部分表，先在差数一栏找到 13，在 13 的横行中找到 6.5，向上第一行对应的是 5，即真数的第五位数为 5，因而 1.511145 的反对数为 32.445。

四 对数的运算

1. 对数的变形

由前述已知小于 1 的对数，其首数为负值，尾数为正值。为便于运算，可将负首数的对数变成为全负值的形式，如：

例21. $\lg 0.0070127 = \bar{3}.845882$

则 $\begin{aligned} \bar{3}.845882 &= -3 + 0.845882 \\ &= (-3 + 1) + (-1 + 0.845882) \\ &= -2 + (-0.154118) \\ &= -2.154118 \end{aligned}$

例22. $\begin{aligned} \lg(0.086134 \times 0.42229) \\ &= \lg 0.086134 + \lg 0.42229 \\ \lg 0.086134 &= \bar{2}.93517 \end{aligned}$

则 $\begin{aligned} \bar{2}.93517 &= (-2 + 1) + (-1 + 0.93517) \\ &= -1.06483 \end{aligned}$

$$\lg 0.42229 = \bar{1}.62561$$

则 $\bar{1}.62561 = -0.37439$

所以 $\begin{aligned} \lg(0.086134 \times 0.42229) \\ &= (-1.06483) + (-0.37439) = -1.43922 \end{aligned}$

为了从对数反查对数表（或查反对数表）得到真数，还必须将全负对数变成首数为负值尾数为正值的对数。

例23. 今有一全负值对数为 -2.15412 ，试将其变换成负首数的对数。

$$\begin{aligned}\text{解} \quad -2.15412 &= -2 + (-0.15412) \\ &= (-2-1) + (1-0.15412) \\ &= -3 + 0.84588 \\ &= \bar{3}.84588\end{aligned}$$

例24. 将全负值对数 -1.06483 变换成负首数的对数。

$$\begin{aligned}\text{解} \quad -1.06483 &= -1 + (-0.06483) \\ &= (-1-1) + (1-0.06483) \\ &= -2 + 0.93517 \\ &= \bar{2}.93517\end{aligned}$$

由上述可得：

（1）负首数的对数变成全负对数时，其首数的绝对值减少 1，其尾数用 1 减去原尾数的数值。

（2）全负对数变成负首数对数时，其首数绝对值增加 1，其尾数用 1 减去原尾数的数值。

2. 对数的基本运算规则

对数的运算方法与算术中的四则运算基本相同。下面简述对数的几种运算方法：

（1）加法

例25. 试求 0.37463×149.35 的对数值。

$$\begin{aligned}\text{解} \quad \lg(0.37463 \times 149.35) &= \lg 0.37463 + \lg 149.35 \\ &= \bar{1}.573603 + 2.174205 \\ &= 1.747808\end{aligned}$$

其算式为：