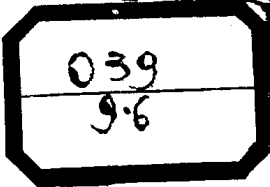


应用力学

(一)



科学技术文献出版社重庆分社



应 用 力 学(一)

中国科学技术情报研究所重庆分所	编 辑
科学技术文献出版社重庆分社	出 版
重庆市市中区胜利路91号	
四川省新华书店重庆发行所	发 行
科学技术文献出版社重庆分社印刷厂	印 刷

开本: 787×1092毫米1/16	印张: 5.875	字数: 15万
1981年7月第一版	1981年7月第一次印刷	
科技新书目: 1-210	印数: 7000	

书号: 13176·90

定价: 0.60元

目 录

随机振动的某些最新发展.....	(1)
复合材料强度分析的趋势.....	(10)
纤维增强复合材料的动态力学性质.....	(18)
关于带切口薄板稳定性的研究(综述).....	(24)
新的累积损伤模型(1)	(38)
声散斑干涉法.....	(46)
弹塑性结构的最优设计问题.....	(56)
延性材料稳态裂纹扩展速率的一个理论.....	(69)
最近的应变测定与断裂力学.....	(80)
“力学译丛”1974—1980年各期所刊资料目录.....	(88)
会议消息.....	(55, 68)

随机振动的某些最新发展

E.H. Vanmarcke

引言

随机振动理论是一门关于预测结构在经受随机激励时的响应和确定其可靠性的理论。各种振动源(如大气湍流,海洋波浪,地震引起的地面运动,道路不平,喷气发动机或火箭马达引起的声压)都能产生振动环境。在任何情况下,激励特点都在于在整个宽频带上以随机形式产生振动能这一事实。随机响应过程,在结构的固有频率处一般都有重要的窄带分量。

本文的目的是综述随机振动的最新发展,及给出理论和应用的客观估计。本综述的起点是Crandall论文1966年的修订本[1],该书叙述了现代随机振动分析的历史,探讨了它的基础—随机过程一般理论以及通讯和控制领域对它的影响。读者要了解这方面1966年以前的大量文献,可参阅Crandall的文章[1]。

随机振动中出现的各种问题,通常都可分为如下几类,确定响应统计特性的“预测”问题,估计系统性能的“识别”问题,以及寻找激励信息的“测量”问题。本评述主要谈确定型振动系统的预测问题。虽然有时变或随机特性的系统同样具有现实意义,但对它们的论述不属于本评述范围。

本文的第一部分着重于随机振动研究方法的基础。它概述了确定线性系统响应统计量的方法,并总结了目的在于估计受随机激励系统的可靠性的最新研究的成果。本文的第二部分评述了非平稳和非线性随机振动的发展。本文的最后一部分给出了它对(包括

结构上有自然动力负荷的)实际问题应用的概貌,并叙述了从应用方面所作的进一步的理论进展。

线性系统的随机振动

经典随机振动理论涉及到平稳随机过程的一阶和二阶统计量,以及线性不随时间变化系统的输入-输出关系式。通常在频域内进行分析。用单侧谱(即只对正频有定义的谱)表示,其输入-输出关系式为[2-4]:

$$G_y(\omega) = |H(\omega)|^2 G_x(\omega) \quad \omega \geq 0 \quad (1)$$

式中 $G_x(\omega)$ 和 $G_y(\omega)$ 分别为激励 $x(t)$ 和响应 $y(t)$ 的谱密度函数, $|H(\omega)|^2$ 是系统传递函数幅值的平方,此幅值不难从确定系统的微分方程中得到。在直接用 $G_x(\omega)$ 表示有关激励的信息并在频域内进行分析时,分析人员可避免时域内确定型动态分析及概率型动态分析所必需的繁重的褶积运算和傅里叶变换。

响应统计量

从 $G_y(\omega)$ 可直接获得响应 $y(t)$ 的许多重要的统计特性。为简便起见,我们只限于研究零平均值过程。将 $G_y(\omega)$ 在所有(非负的)频率上积分,可得出均方值 σ_y^2 。利用依赖于 $G_y(\omega)$ 的最初几个矩的谱参数 Ω_y 和 δ_y ,能表示出许多其它的响应和性能量度。

考虑下列各式:

$$\lambda_i = \int_0^\infty \omega^i G_y(\omega) d\omega$$

$$\Omega_y = (\lambda_2/\lambda_0)^{1/2}$$

$$\delta_y = (1 - \lambda_1^2/\lambda_0\lambda_2)^{1/2} \quad (2)$$

注意, λ_0 相当于均方值 σ_y^2 。对于 $G_y(\omega)$ 来说,参数 Ω_y 和 δ_y 起着与“概率”密度函数有关的平

均值和变差系数(标准偏差与平均值之比)[5]相同的作用。参量 Ω_y 表明了频轴上“谱质量”的位置,而 δ_y 则是 $G_y(\omega)$ 的带宽或离差的无单位量度(总在0和1之间)。

上面定义的谱参数的重要性在于它们在时域内的各种解释以及它们与性能预测[5, 6]的相关性。更准确地说,平稳随机过程 $y(t)$ 、(Cramer和Leadbetter[7]所定义的)过程包络 $r(t)$ 、以及它们各自的导数 $\dot{y}(t)$ 和 $\dot{r}(t)$ 的均方根值可利用谱参数表示如下:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \sigma_y^2 = \frac{\sigma_r^2}{2} \\ \Omega_y &= \frac{\sigma_{\dot{y}}}{\sigma_y} \\ \delta_y &= \frac{\sigma_{\dot{r}}}{\sigma_r}\end{aligned}\quad (3)$$

此外,对于高斯随机过程,应用这些参数知识可以获得可靠性的若干有效量度的估计量:与规定门限交叉的平均率(Ω_y 等于零交叉的平均率[8]),连续与门限交叉的线束或群集的平均尺寸[9],以及与给定门限首次交叉时间的分布(见下一节)。

对任何规定的输入谱或线性系统传递函数,要计算响应参数 σ_y 、 Ω_y 和 δ_y 都不困难。例如,设 $y(t)$ 为阻尼线性振子对理想的噪声激励的平稳响应,那么 Ω_y 等于振子的无阻尼固有频率, δ_y 是阻尼比的简单函数[9,10]。这一分析程序已被用来估计线性多自由度系统(附加于主系统(如核电站的防护结构)的次系统(设备))和地面结构系统[6;11—13]的性能统计量。

对多质量或分布质量线性系统进行模态分析,并把任一响应参量的谱矩表示为正态振型[14, 15]的二重求和的形式,通常是有益的。在二重求和中的“交叉项”说明模态作用之间的相关性。对于具有小阻尼和宽间隔模态频率的系统,这些项往往可略去。在涉及结构上有自然载荷的许多实际问题中,只有最初的几个振型是重要的。相反,实验和理论表明,在理想化的空间构形下,用宽带

随机激励来激励弦、板和圆柱筒时,能同时产生许多振型,而且响应在模态频率(几乎)一致(由于对称性)[16—20]的区域内变得强烈了。

可靠性分析

应用随机振动理论来分析和设计工程系统时,一个重要的参量是 $L(T)$,即随机响应 $y(t)$ 在时间间隔 $0 \leq t \leq T$ 间保持在某一规定限界值之内的概率,或响应第一次通过规定界线(如 $y(t) = b$ 或 $|y(t)| = b$,它表示安全与故障之间的界线)的时间的概率分布。

通常我们把注意力集中于平稳高斯过程,而且许多文章只涉及受宽带或理想白噪声激励的小阻尼线性振子。尽管这一问题已经研究几十年了,但至今仍然没有给出 $L(T)$ 的精确解,即使是最简单的谐振系统。模拟研究和理论全都证实如下建议,即第一次通过的概率当 T 值超过某一初始周期时取简单指数形式[21—23]:

$$L(T) = A \exp\{-\alpha T\} \quad (4)$$

式中 $L(T)$ = 在时间间隔 $(0, T)$ 之间没有交叉的概率; A = 安全区起始的概率; α = 第一次通过概率的极限衰减率。参数 A 和 α 取决于所研究动力系统的性能、激励的特性和门限值。

假定门限值交叉是按泊松过程独立地发生的,那么就得出第一次通过概率的熟知近似式。Cramer[24]已经指出,当门限值增加到无穷大时,这一假设是渐近精确的。然而,对有实际意义的界线值来说,其使用结果会产生误差,而这一误差的大小和效应完全取决于过程的频带宽度,数值模拟研究表明,对于宽带过程[22],误差往往是在其非安全侧,而对于窄带过程[21],误差常常是在安全侧。就宽带过程而言,主要效应是泊松上交叉假定没有考虑到过程在非安全区实际耗费的时间。就窄频带过程而言,说明门限交叉出现之间的统计相关性是重要的。

Lin[25]根据瞬时门限交叉率的连续随机过程模型, Yang和Shinozuka[26]根据窄

带随机过程的连续峰值和谷值的点过程表示法,都提出了 $L(T)$ 的新近似式。根据独立包络峰值[3]或独立包络交叉[27]的假设而提出的其它建议,导致了对极限衰减率 α 的估计,对于高门限值来说, α 的这种估值可能大大偏离已知的渐近精确值。

笔者[9,10]通过对 $y(t)$ 相对规定界线的波动的两种状态马尔可夫过程描述的考察,业已推导出 A 和 α 的一组简单解析表达式。考虑到门限交叉群集的大小(利用谱参数 Ω_y 和 δ_y)而得出的解析解,看来对于所有频带宽度和界线值,均可给出 $L(T)$ 的合理的结果。

非平稳和非线性随机振动

Priestley [28—30]和Mark [31]提出建议,将谱密度函数的概念推广,以便于描述非平稳随机函数频率量的相对缓慢的变化。一个典型的例子是突然受到平稳宽带激励的小阻尼线性振子的响应 $y(t)$ 。在所有频率上对Priestley展开谱密度函数 $G_y(\omega, t)$ 进行积分,可得出随时间变化的均方响应 $\sigma_y^2(t)$ [32]。Caughey和Stumpf [33, 34]利用时域分析首先导出了这一结果。均方响应 $\sigma_y^2(t)$ 从零开始,逐渐增加,并接近平稳响应方差(只要激励持续存在)。随时间变化的高次谱矩同样能够算出。一个有趣的结果是,若方差增大,随时间变化的谱带宽系数 $\delta_y(t)$ 就减少,并且趋向“稳态”值[5, 35]。如果振子没有阻尼, $\sigma_y^2(t)$ 就要随 t 线性增加,而带宽系数 $\delta_y(t)$ 则与 $\sqrt{t}$ 成反比地减小。在突然施加平稳激励和调制平稳激励的情况下,也能得到多自由度线性非平稳响应统计量 [32, 36—38]。

对如下非平稳响应过程[11, 39, 40]——即利用随时间变化的谱密度函数 $G_y(\omega, t)$ 和随时间变化的平均故障率 $\alpha(t)$ 能描述出来的非平稳响应过程,我们得出了第一次通过概率的估计量。方程4的一个直接推广为:

$$L(T) = A \exp \left\{ - \int_0^T \alpha(t) dt \right\} \quad (5)$$

该方程能容许输入参数、系统性能或安全区边界的缓慢变化。基于不同解析法和数值模拟结果所作的预测之间的比较,已由Crandall [24]、Yang [40]、Chakravorty [12]、以及Lutes和Chokski [41]报道出来。

用基础解析法来预测随机激励的非线性系统的响应统计量的问题已由Caughey [24]作出了评述,1977年前那几年发表的有关著作由Crandall [43]作出了评述。两种广泛使用的近似方法是统计线性化法[44—48]和摄动法[49—50]。对于用常微分方程所描述的某些非线性系统,能够得出精确的平稳响应统计量,如果输入是高斯白噪声[42]的话。若输入没有相关性,那么响应即为马尔可夫过程,对于这种过程,原则上可从Kolmogorov-Fokker-Planck方程得到响应的“转移”概率(即从一种响应状态到另一种响应状态的转移概率)和“稳态”概率。若只注意响应振幅的包络,则可进一步简化对响应统计量和第一次通过时间的分析[51]。马尔可夫矢量法已被用来估计 n 自由度线性系统的随时间变化的方差[38],以及用来近似各种简单非线性振子[42, 52—56]和一类滞后系统[57, 58]的响应(以及第一次通过的时间)的统计量。

数字模拟为非线性随机振动问题获得实际解提供了一个有力的方法。模拟输入的抽样函数,并通过确定的动态分析可得出响应的抽样函数。这一方法已被用来研究屈服振子[59—61]的随机响应和部分可控的结构在经受地震状激励[48, 62]时的累积滑动。其它著名的数值解析法是Toland等人[62]的随机移动模型和Paez与Yao [64]的有限差分法。关于非线性随机振动,将在下一节“应用”中做出进一步的讨论。

应用: 对概率动力负荷过程中安全性的估价

在以前的线性系统随机振动理论的评述

中都假定,输入谱 $G_x(\omega)$,系统传递函数 $H(\omega)$,运动的持续时间和故障准则都是已知的。但在涉及自然动力载荷(如风、波或地震引起的自然动力载荷)的实际情况下很少满足这些假定。相反的,很明显,随机振动分析只不过是抵抗自然动力载荷的结构进行分析和设计的过程中的一步。实际上这一过程中的每一步都包含着不确定性。严重激励能级可能在随机时间断续地出现,而且具有随机的强度(或强度随时间变化)、持续时间和谱参数。要预测结构的动力特性通常是困难的,而且它们可能随着时间在变化。部件和系统的阻抗以及故障准则都会进一步对总不确定性产生影响。

为估价结构的安全性而进行的自然载荷的模拟中,区别短期载荷和长期载荷的描述是有益的。短期载荷的描述概括了在一个载荷事件(例如地震、海洋风暴或风暴)的强的拟平稳部分中的激励强度和频率含量的信息。一个共同的方法是选择谱密度函数,使其参数能给出短期和长期的描述之间的联系。长期载荷的描述的细节取决于所需要的性能估价的类型。例如,在疲劳分析中,负荷的全部时间历程都是有意义的,长期负荷的模型可在谱密度函数的参数上取(联合)概率分布的形式。如果利用极端响应来测量性能,那么把载荷事件模拟为点过程(即用事件相继发生的时间、事件强度和主频率等等的概率分布来表征的点过程)常常是有用的。

近年来,大量的应用研究都着眼于发展现实而又易于处理的、基于随机振动的系统方法,它适合于对随机动力载荷下的安全性进行估价。由于这个原因,把随机振动分析看作为能在给定随机输入的短期描述下提供条件响应分布(或条件可靠性)的一种工具。下面一节简要地评述了主要的应用领域。

风载和波载

用随机过程模型来表征风的湍流分量,风速,或结构上的压力和压强。自由场风速

的水平分量的谱密度函数叫做“阵风谱”。Davenport[65]和Von Karman-Harris[66]已提出了具体的函数形式。

用“气体流导函数”(实际上是低通滤波器)乘上阵风谱,可以得到阻力波动谱。对于线性振子响应的标准偏差,可以应用平稳随机振动的结果来预测结构(诸如高层建筑和大跨度桥梁[65, 67, 68])的“阵风响应因子”。随机风对简单屈服结构的作用已由Vickery[69]进行了研究。

在海洋上风能可引起随机波作用。通常把大洋自由表面高度的起伏表示为高斯随机过程,它在时间上(对一个限定的持续时间)是平稳的,而在空间上为齐次的。Pierson-Moskowitz谱[70]和多用途的JONSWAP谱[71]是与“完全展开”的海洋条件有关的波谱的广泛使用的形式。这些谱的参数取决于海洋状态,而海洋状态通常是由有效波高和主波周期[72, 73]来表征的。

根据波场运动学的线性化来看,波谱可能与流体质点速度和加速度的谱有关,而且经过Morison方程线性化可与近海结构[72—74]部件上的波力谱有关。假定作用在结构上的波力之间为完全空间相关的,那么便能进行随机振动分析。对于固定的近海结构[74—76]来说,已经完成了上述分析,这些分析可用于估计由最大阻力、金属疲劳和基础熔解所定义的性能量度。

地震载荷

由地震引起的地面运动其主要特性是瞬变性质。标准加速图的特性主要在于强度增长的周期以及近乎稳态强振动的间隔和衰减周期。很明显,有长周期或小阻尼的系统的地震响应不可能进入平稳状态。因此,必须推广经典平稳理论,以便论述地震响应的最重要的非平稳特性。而强运动[77]的持续时间则成为上述分析中的一个重要参数。

随机地震的地面运动模型通常假定存在着平稳随机过程,该过程可由一个简单的确定的函数(它代表均方强度[13, 78—80])随

时间的变化)加以改善。Kanai[81]、Goto和Kameda[82]已提出了地震时地面运动加速度的谱密度函数;实际上,它们可以从一组地震记载用实验得出,或理论上从地震源模型上导出。

随机振动分析已被用来预测地震响应谱(即对不同的阻尼值,线性振子的最大地震响应—自然周期的曲线)和估计线性多自由度系统以及结构设备系统的可靠性。(在参考文献13中可以查到对有关的技术发展水平的估价。)

地震工程比应用动力学的任一其它领域更需要正视结构特性上的重要的非线性效应。上一节(即“非平稳和非线性随机振动”一节)中讨论的许多分析技术,已被用于地震响应预测[如23, 48, 83, 84]。特别是,弹塑性(E-P)系统在地震工程中具有更大的实际意义。近似随机模型是根据Karnopp和Scharton[87]文章的推广研究出来的[10, 85, 86],他们得到了由于受平稳理想白噪声激励的E-P系统的屈服而引起的能量耗散的平均率的估计量。Gazetas[88]已经推广这一近似随机振动理论用于预测弹塑性“剪切梁”结构的地震响应。

推 广

本评述强调了利用单一随机激励和响应能够系统阐述的随机振动问题。当然,实际系统都是空间分布的,而实际激励的环境往往包括多重同时输入[89],或者,更一般地说,它构成一个时变“随机场”。充分研究了可根据分布激励统计量来预测分布响应统计量的二次概率理论。关于这一理论的说明和文献目录,请见参考文献Crandall[16]、Lin[3]和Bolotin[4]。但一般理论几乎没有什么使用价值,因为分布随机输入的适当表达式很少有效,而完整分析既麻烦又费时,即使是简单系统(例如弦和板)。为了简化分析,通常采用如下假定把激励化成一维随机函

数,即假定激励集中在空间某一点上或是空间完全相关。在其它极端情况下,分布激励可以假定在空间是不相关的,这样,在一点上的响应可表示为不相关分量的和(或积分)。与受随机激励的复杂系统的输入-输出问题有关的是重要的系统的可靠性问题,这些问题需要同时考虑许多统计相关响应量。上述问题以及其它许多涉及非高斯输入和非线性系统响应的问题的圆满解决还需等待随机振动理论的进一步发展。

参 考 文 献

1. Crandall, S. H., "Random Vibration," Applied Mechanics Surveys, edited by H. N. Abramson, H. Liebowitz, J. M. Crowley and S. Juhasz, Spartan Books, Washington, D. C., 1966. Revised version of article published originally in AMR, 12, 1959, 739—742.
2. Crandall, S. H. and Mark, W. D., Random Vibration in Mechanical Systems, Academic Press, New York, 1963.
3. Lin, Y. K., Probabilistic Theory of Structural Dynamics, McGraw-Hill, New York, 1967; AMR 21 (1968), Rev. 1699.
4. Bolotin, V. V., Statistical Methods in Structural Mechanics, Translated by S. Aroni, Holden-Day, Inc., San Francisco, 1969.
5. Vanmarcke, E. H., "Parameters of the Spectral Density Function: Their Significance in the Time and Frequency Domains," Department of Civil Engineering, M. I. T. Research Report No. R70—58, 1970.
6. Vanmarcke, E. H., "Properties of Spectral Moments with Applications to Random Vibration," Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 98, 1972, p. 425—446; AMR 26 (1973), Rev. 259.
7. Cramer, H. and Leadbetter, M. R., Stationary and Related Stochastic Processes, Wiley, New York, 1967.
8. Rice, S. O., "Mathematical Analysis of Random Noise," Bell System

- Technical Journal, 23, 1944, pp. 282—332; 24, 1945, pp. 46—156.
9. Vanmarcke, E. H., "On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Processes," *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME, 42, 1975, pp. 215—220; AMR 29 (1976), Rev. 1184.
 10. Vanmarcke, E. H., "First Passage and Other Failure Criteria in Narrow-Band Random Vibration: A Discrete State Approach," Department of Civil Engineering, M. I. J. Research Report R69—68, 1969.
 11. Chakravortz, M., "Transient Spectral Analysis of Linear Elastic Structures and Equipment Under Random Excitation," Department of Civil Engineering, M. I. J. Research Report No. R72—18, 1972.
 12. Cornell, C. A., Newmark, N. M., and Vanmarcke, E. H., "Concluding Report of the Seminar on Probabilistic Seismic Analysis of Nuclear Power Plants," January 1978, Bundesanstalt für Materialprüfung, Report ISSN 0170—4931, September 1978.
 13. Vanmarcke, E. H., "Structural Response to Earthquakes," Chapter 8 in *Seismic Design and Engineering Decisions*, Edited by C. Lomnitz and E. Rosenbleuth, Elsevier Publ., Amsterdam, 1976.
 14. Elishakoff, I., "On the Role of Cross-Correlations in the Random Vibrations of Shells," *Journal of Sound and Vibration*, 50, 1977, pp. 239—252; AMR 31 (1978), Rev. 1084.
 15. Elishakoff, I., Van Zan ten, A. T., and Crandall, S. H., "Wide-Band Random Axisymmetric Vibration of Cylindrical Shells," *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME, 46, 1979, pp. 417—422.
 16. Crandall, S. H. and Wittig, L. E., "Chladni Patterns for Random Vibrations on a Plate," in *Dynamic Response of Structures*, Ed. by G. Herrman and N. Perrone, Pergamon Press, New York, 1972, pp. 55—71.
 17. Lee, S. S., "Lanes of Intensified Response in Structures Excited by Wide-Band Random Excitation," Ph. D. Thesis, Dept. of Mech. Engrg., Massachusetts Institute of Technology, 1976.
 18. Crandall, S. H., "Structured Response Patterns due to Wide-Band Random Excitation," in *Stochastic Problems in Dynamics*, Ed. by B. L. Clarkson, Pitman Press, London, 1977, pp. 366—389.
 19. Crandall, S. H., "Random Vibration of One-and Two-Dimensional Structures," Chapter 1 in *Developments in Statistics*, Vol. 2, Ed. by P. R. Krishnaiah, Academic Press, 1979.
 20. Itao, K. and Crandall, S. H., "Wide-Band Random Vibration of Circular Plates," *Journal of Mechanical Design*, Transactions ASME, 100, 1978, pp. 690—695.
 21. Crandall, S. H., "First-Crossing Probabilities of the Linear Oscillator," *Journal of Sound and Vibration*, 12, 1970, pp. 285—299; AMR 24 (1971), Rev. 5862.
 22. Ditlevsen, O., "Extremes and First Passage Times With Applications in Civil Engineering," Doctoral Thesis, Technical University of Denmark, Copenhagen, 1971.
 23. Roberts, J. B., "An Approach to the First Passage Problem in Random Vibration," *Journal of Sound and Vibration*, 8, 1968, pp. 301—328; AMR 22 (1969), Rev. 6867.
 24. Cramer, H., "On the Intersections Between the Trajectories of a Normal Stationary Stochastic Process and a High Level," *Arkiv für Matematik* 6, 1966, pp. 337—349.
 25. Lin, Y. K., "First Excursion Failure of Randomly Excited Structures," *AIAA Journal* 8, 1970, pp. 720—727; AMR 23 (1970), Rev. 9467.
 26. Yang, J.-N. and Shinozuka, M., "On the First-Excursion Probability in Stationary Narrow-Band Random Vibration," *Journal of Applied Mechanics*, Transactions ASME, 38, 93, 1971, P. 1017—1022; AMR 26 (1973), Rev. 1941.
 27. Aspinwall, D. M., "An Approximate Distribution for Maximum Response During Random Vibration," *Proc. AIAA Simulation for Aerospace Flight Conference*, 1963, pp. 326—330.

28. Priestley, M. B., "Evolutionary Spectra and Non-Stationary Processes," *Journal of the Royal Statistical Society, B*, Vol. 27, pp. 204—237, 1965.
29. Priestley, M. B., "Power Spectral Analysis of Nonstationary Random Processes," *Journal of Sound and Vibration*, 6, 1967, pp.86—97; AMR 21 (1968), Rev. 756.
30. Priestley, M. B., "Some Notes on the Physical Interpretation of Spectra of Non-Stationary Stochastic Processes," *Journal of Sound and Vibration*, 17, 1972, pp. 51—54; AMR 25 (1972), Rev. 1906.
31. Mark, W. D., "Spectral Analysis of the Convolution and Filtering of Non-Stationary Stochastic Processes," *Journal of Sound and Vibration*, 11, 1970, pp.19—63; AMR 24 (1971), Rev. 4235.
32. Hammond, J. K., "On the Response of Single and Multi-degree of Freedom Systems to Non-Stationary Random Excitations," *Journal of Sound and Vibration*, 7, 1968, pp.393—416; AMR 22 (1969), Rev. 6022.
33. Caughey, T. K. and Stumpf, H. J., "Transient Response of a Dynamic System Under Random Excitation," *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 28, 1961, pp. 563—566.
34. Caughey, T. K., "Nonstationary Random Inputs and Responses," Chapter 3 in *Random Vibration*, Vol. 2, M. I. T. Press, Cambridge, Mass., 1963.
35. Corotis, R. B. and Vanmarcke, E. H., "Time-Dependent Spectral Content of System Response," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 101, 1975, pp.623—637; AMR 30 (1977), Rev. 2090.
36. Corotis, R. B., "Time-Dependent Power Spectra and First-Passage Probabilities," Department of Civil Engineering, M. I. T. Research Report R70—78, 1970.
37. Roberts, J. B., "The Covariance Response of Linear Systems to Non-Stationary Random Excitation," *Journal of Sound and Vibration*, 14, 1971, pp. 385—400; AMR 26 (1973), Rev. 2838.
38. Gasparini, D. A., "Response of MDOF Systems to Non-Stationary Random Excitation," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 105, 1979, pp.13—27.
39. Corotis, R. B., Vanmarcke, E. H. and Cornell, C. A., "First Passage of Non-Stationary Random Processes," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 98, 1972, pp.401—414.
40. Yang, J.-N., "Non-Stationary Envelope Process and First Excursion Probability," *JPL Quarterly Technical Review*, 1, No.4, 1971, pp. 1—12.
41. Lutes, L. D. and Chokshi, N. C., "Maximum Response Statistics for a Linear Structure," *Proc. 5th World Conference on Earthquake Engineering, Rome*, Vol. 8, Series B, 1973. P. 358.
42. Caughey, T. K., "Nonlinear Theory of Random Vibrations," in *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 11, Academic Press, 1971, pp. 209—253; AMR 26 (1973), Rev. 9976.
43. Crandall, S. H., "Nonlinear Problems in Random Vibration," *W. Internationale Konferenz uber Nichtlinear Schwingungen*, Band I, 1, Abh. Akad. Wissensch, DDR, Abt. Math.-Natur-Technik, Nr. 5N, Berlin 1977, pp.215—224.
44. Caughey, T. K., "Equivalent Linearization Techniques," *Journal of the Acoustical Society of America*, 35, 1963, pp.1706—1711.
45. Lutes, L. D., "Equivalent Linearization for Random Vibration," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 96, 1970, pp.227—242; AMR 24 (1971), Rev. 246.
46. Iwan, W. D. and Uang, I. M., "Application of Statistical Linearization Techniques to Nonlinear Multi-degree-of-Freedom Systems," *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 39, 1972, pp.545—550; AMR 26 (1973), Rev. 1938.
47. Kirk, C. L., "Random Vibration with Non-Linear Damping," *Aero-*

- nautical Journal, 77, 1973, pp. 563—569; AMR 27 (1974), Rev. 10124.
48. Cramdall, S. H., Lee, S. S. and Williams, J. H., Jr., "Accumulated Slip of a Friction-Controlled Mass Excited by Earthquake Motions," Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, 42, 1974, pp. 1094—98; AMR 29 (1976), Rev. 1219.
49. Crandall, S. H., "Perturbation Techniques for Random Vibration of Nonlinear System," Journal of the Acoustical Society of America, 35, 1963, pp. 1700—1705.
50. Anand, G. V. and Richard, K., "Non-linear Response of a String to Random Excitation," Intern. Journal of Non-linear Mechanics, 9, 1974, pp. 251—260; AMR 28 (1975), Rev. 3965.
51. Spanos, P.-T. D. and Iwan, W. D., "Computational Aspects of Random Vibration Analysis," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 104, 1978, pp. 1403—1415.
52. Atkinson, J. D., "Eigenfunction Expansions for Randomly Excited Non-linear Systems," Journal of Sound and Vibration, 30, 1973, pp. 153—172; AMR 28 (1975), Rev. 1116.
53. Lindenberg, K., Shuler, K. E., Freeman, J. and Lie, T. J., "First-Passage Time and Extremum Properties of Markov and Independent Processes," Journal of Statistical Physics, 12, 1975, pp. 217—251; AMR 30 (1977), Rev. 9859.
54. Budgor, A. B., "Studies in Nonlinear Stochastic Processes: I and II," Journal of Statistical Physics, 15, 1976, pp. 355—391.
55. Roberts, J. B., "First-Passage Probability for Nonlinear Oscillators," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 102, 1976, pp. 851—866; AMR 31 (1978), Rev. 2768.
56. Roberts, J. B., "First-Passage Time for Oscillators with Nonlinear Damping," Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, 45, 1978, pp. 175—180; AMR 31 (1978), Rev. 8427.
57. Wen, Y.-K., "Approximate Method for Nonlinear Random Vibration," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 101, 1975, pp. 389—401; AMR 29 (1976), Rev. 9705.
58. Wen, Y.-K., "Method for Random Vibration of Hysteretic Systems," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 102, 1976, pp. 249—263; AMR 30 (1977), Rev. 6660.
59. Lin, S. C., "Earthquake Response Statistics of Nonlinear Systems," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 95, 1969, pp. 397—419; AMR 22 (1969), Rev. 8702.
60. Lutes, L. D. and Shah, V. S., "Transient Random Response of Bilinear Oscillators," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 99, 1973, pp. 715—734; AMR 27 (1974), Rev. 7346.
61. Vanmarcke, E. H., Yanev, P. I. and De Estrade, M. B., "Response of Simple Hysteretic Systems to Random Excitation," Department of Civil Engineering, M. I. T. Research Report No. R70—66, 1977.
62. Lee, S. S., "Accumulated Slip of a Continuous Structure Driven by Friction under Earthquake Excitation," Acoustics and Vibration Laboratory Report No. 80463—1, M. I. T., May 1974.
63. Toland, R. H., Yang, C. Y. and Hsu, C. K.-C., "Non-Stationary Random Vibration of Nonlinear Structures," Intern. Journal of Non-linear Mechanics, 7, 1972, pp. 395—406; AMR 26 (1973), Rev. 3667.
64. Paez, T. L. and Yao, J. T. P., "Probabilistic Analysis of Elastoplastic Structures," Technical Report No. CE.STR-73-2, School of Engineering, Purdue University, West Lafayette, Ind., 1973.
65. Davenport, A. G., "The Application of Statistical Concepts to Wind Loading of Structures," Proc. Institution of Civil Engineers, 10, 1961, pp. 449—472; AMR 15 (1962), Rev. 3132.
66. Harris, R. I., "Measurements of Wind Structure at Heights up to 598

- ft. Above Ground Level," Prol. Symposium on wind Effects on Buildings and Structures, Loughborough, U. K., 1968.
67. Konishi, I., "Safety and Reliability of Suspension Bridges," Proc. Intern. Conf. on Structural Safety and Reliability, Washington, D. C., April 1969, Freudenthal, A. M., Ed., Pergamon Press, Oxford, 1972, pp. 267—297.
 68. Lin, Y. K. and Holmes, P. J., "Stochastic Analysis of Wind-Loaded Structures," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 104, 1978, pp.421—440.
 69. Vickery, B. J., "Wind Action on Simple Yielding Structures," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 96, 1970, pp.107—120; AMR 24 (1971), Rev. 1161.
 70. Pierson, W. J., Jr, and Moskowitz, L., "A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on a Similarity Theory of S. A. Kitagorodskii," Journal of Geophysical Research, 69, 1964, pp. 5181—5190; AMR 18 (1965), Rev. 7827.
 71. Rye, H., et al., "Sharply Peaked Wave Energy Spectra in the North Sea," Proc. 6th Offshore Technology Conf., Houston, Vol. 2, pp. 739—747.
 72. Borgman, L. E., "The Spectral Density for Ocean Wave Forces," Proc. Coastal Engineering Conference, Published by ASCE, pp.147—182, 1965.
 73. Borgman, L. E., "Statistical Models for Ocean Waves and Wave Forces," Advances in Hydrosience, Vol. 8, Academic Press, New York, N. Y., 1972, pp.139—181.
 74. Malhotra, A. K. and Penzien, J., "Non-deterministic Analysis of Offshore Structures," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 96, 1970, pp.985—1003; AMR 24 (1971), Rev. 6742.
 75. Moe, G and Crandall, S. H., "Extremes of Morison-Type Wave Loading on a Single Pile," Design Engineering Division, ASME, Paper No 77-DET-82, 1977.
 76. Angelides, D., "Stochastic Response of Fixed Offshore Structures in a Random Sea," Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, M. I. T., February 1979.
 77. Vanmarcke, E. H. and Lai, S. P., "Strong Motion Duration of Earthquake," Department of Civil Engineering, M. I. T. Research Report R77—15, May 1977.
 78. Shinozuka, M., "Methods of Safety and Reliability Analysis," Proc. Intern. Conf. On Structural Safety and Reliability, Washington, D. C., April 1969, Freudenthal, A. M., Ed., Pergamon Press, Oxford, 1972, pp. 11—45.
 79. Newmark, N. M. and Rosenblueth, E., Fundamentals of Earthquake Engineering, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1971; AMR 25 (1972), Rev. 3303.
 80. Vanmarcke, E. H., "Seismic Safety Assessment," Chapter 1 in Random Excitation of Structures by Earthquakes and Atmospheric Turbulence, H. Parkus, Ed., International Centre for Mechanical Sciences Courses and Lectures No 225, Springer-Verlag, Vienna and New York, 1977.
 81. Kanai, K., "An Empirical Formula for the Spectrum of Strong Earthquake Motions," Bull. Earthq. Eng. Res. Inst., University of Tokyo, 39, 1961, pp.85—95.
 82. Goto, H. and Kameda, H., "Statistical Inference of the Future Earthquake Ground Motion," Proc. 4th International Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 1969.
 83. Iwan, W. D. and Gates, N. C., "Estimating Earthquake Response of Simple Hysteretic Systems," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 105, 1979, pp.391—405.
 84. Kobori, T., Minai, R. and Suzuki, Y., "Statistical Linearization Techniques of Hysteretic Structures to Earthquake Excitations," Bull Disaster Prev. Res. Inst. Kyoto Univ., Vol. 23, No 215, 1973.
 85. Vanmarcke, E. H. and Veneziano, D.,

复合材料强度分析的趋势

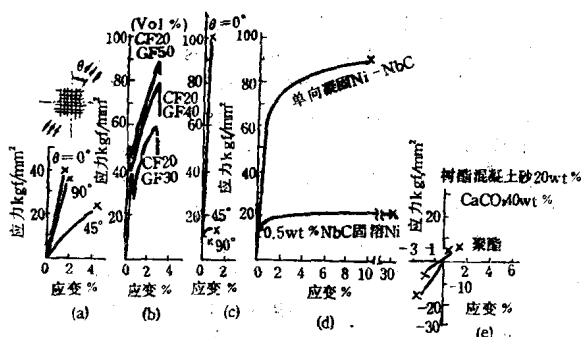
藤井太一

1. 前言

复合材料大致可分为纤维增强型和粒子增强型，其应力-应变关系是多种多样的，有脆性形式，有直到断裂过程中呈现出复杂波动形式和显示延性态等几类。被玻璃纤维和碳纤维增强的材料虽然是脆性的，但一将它们混成复合，由于各种纤维的断裂应变各不相同，所以应力-应变曲线就出现激烈的波动关系。此外，在纤维不连续且基体橡胶粘剂那样的脆性材料的情况下，即使基体发生了破坏，但由于纤维与基体的界面之间存在着阻止相对滑移的阻力，所以应力-应变曲线是延性形式的。其次，众所周知，弥散材料即使是粒子，而基体不论是胶粘剂还是热固化树脂，它们也总是脆性的。图1⁽¹⁾是纤维增强型和粒子增强型复合材料应

力-应变图的例子。

这样，复合材料的强度分析必须与多种形式的变形和破坏过程相对应。在强度分析中，通常是站在宏观立场上进行的，当然也有抓住微观现象进行考察的，但对于复合材料而言，从这种立场出发的很多研究还正在开展之中。



(a) 玻璃布编织物强化的聚酯树脂
(b) 单向碳纤维 (CF) 和玻璃纤维 (GF) 增强混合复合材料 (基体材料: 环氧树脂)
(c) 单相ボルンツク纤维-强化铝
(d) 单相凝固Ni-NbC
(e) 树脂混凝土

图1 复合材料的应力-应变图例子

- D., "Probabilistic Seismic Response of Simple Inelastic Systems," Proc. 5th World Conference on Earthquake Engineering, Rome, 1973.
86. Iyengar, N. R. and Iyengar, J. K., "Stochastic Analysis of Yielding System," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 104, 1978, pp.383-398.
87. Karnopp, D. and Scharon, T.D., "Plastic Deformation in Random Vibration," Journal of the Acoustical Society of America, 39, 1966, pp. 1154-1161; AMR 19(1966), Rev, 7758.
88. Gazetas, G. C., "Random Vibration Analysis of Inelastic Multi-Degree-of Freedom Systems Subjected to Earthquake Ground Motions," Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering, M. I. T., August 1976.
89. Bendat, J. S., "Solutions for the Multiple Input-Multiple Output Problem," Journal of Sound and Vibration, 44, 1976, pp.311-325; AMR 30 (1977), Rev. 4648.
- (贺挺江 译自Applied Mechanics Reviews 1979, Vol.32, №10, 广 凯校)

2. 从强度分析的观点看 复合规则

根据复合规则来研究复合材料强度的观点认为：弥散相与基体相在相同应变状态下分担着载荷，若各相的破坏临界应力已定，当其中任意一相达到其之临界值的话，那么此时所加的应力就是抵抗破坏的最大应力值，这个值就作为复合材料的强度。根据这种观点列举出来的表示强度的公式有：

静拉伸情况下

$$(\sigma_c)_{\text{拉伸}} = \alpha \sigma_{fu} V_f + (\sigma_m) \epsilon_{fu} V_m \quad \dots\dots\dots (1) \text{ (注1)}$$

：连续纤维增强的情况；

$$= \alpha \sigma_{fu} V_f [1 - (l_c/2l)] + (\sigma_m) \epsilon_{fu} V_m \quad \dots\dots\dots (2) \text{ (注2)}$$

：不连续纤维增强的情况。

静压缩情况下

$$(\sigma_c)_{\text{压缩}} = \sigma_f V_f + \sigma_m^* V_m \quad \dots\dots\dots (3) \text{ (注3)}$$

蠕变破坏情况下

$$(\sigma_c)_{\text{蠕变}} = (\sigma_f)_t t^w V_f + (\sigma_m)_t t^w V_m \quad \dots\dots\dots (4) \text{ (注4)}$$

冲击拉伸情况下

$$(\sigma_c)_{\text{冲击}} = 1.5 \{ \text{式(1)} \} \quad \dots\dots\dots (5) \text{ (注5)}$$

疲劳情况下

$$(\sigma_c)_{\text{疲劳}} / (\sigma_c)_{\text{静的}} = f(N) \quad \dots\dots\dots (6) \text{ (注6)}$$

$f(N)$ 是由疲劳S-N曲线确定的函数情况

下

$$(\sigma_c)_{\text{疲劳}} = f(N) \{ \text{式(1)} \} \quad \dots\dots\dots (7) \text{ (注7)}$$

以上各式在实用上很方便，因为选取了与破坏的最后结果有关的系数，所以建立在达到破坏过程的认识基础之上来表示宏观强度值，这看来是现在强度分析中应有的态度。即使承认了根据复合规则而得到的各个公式的有利方面，但从强度分析的观点来

看，也不应该认为这是非常理想的。

复合材料的强度分析，如 Broutman 等⁽⁴⁾所说明的那样，粒子分散型材料和纤维增强型材料是各不相同的。因为分散相的作用、增强因子、界面效应都不相同，所以强度分析的趋势正在朝精密地掌握复合材料破坏过程，以表现强度为目标的方向进行研究。在下面将叙述其中之一部分。

3. 破坏的发生和传播

复合材料中破坏的发生和传播将根据组成的原材料种类和组成形式而不同。随着荷载的增加在最弱断面中的分散相的一部份开始破裂，并在基体相中发生裂纹，随着分散相和基体相的界面应力的增加界面破损等则相继产生，最后在某截面中分散相的破坏发生扩展，断面再也不能承受载荷，此时认为材料已发生了破坏。图2是表示这种过程的示意图。

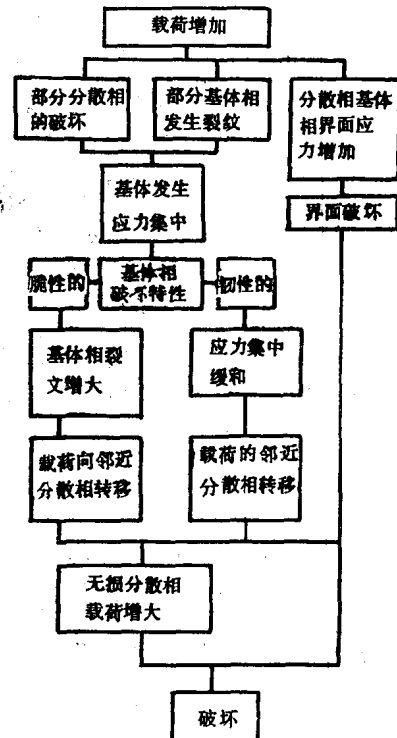


图2 复合材料破坏过程的模式图

3.1 复合材料中的应力分析

在进行复合材料强度分析过程中, 首先必须进行的工作是弹性应力分析: 即当在某弹性体中存在着弹性系数不同的其他物体时, 必须确定两者的界面完全粘接与不完全粘接的条件, 又当基体受到某应力时, 必须查明应力分布是怎样的。为此进行了带椭圆体夹杂物情况下的应力分析⁽⁵⁾, 另外还有假定分散相物体按某周期排列, 并用有限单元法进行数值分析的方法等⁽⁶⁾。

用弹性理论进行分析时, 分散相的形状将受到理论计算上的限制, 所以应为特殊的形状。但有限单元法却不要那种限制, 尤其随着电算机的普及, 这方面的研究很兴盛。

再一方面, 在纤维增强复合材料情况下, 通常纤维长度比直径大得多, 对于不连续纤维, 假如除了纤维端部应力混乱部分之外, 根据一维的力和变形的平衡条件就可求得纤维应力分布, 纤维与基体界面的应力分布。因此, 在这方面进行了很多研究。

Cox⁽⁷⁾在1952年对于不连续纤维增强型复合材料进行了一维分析。如图3所示, 一根长度为 l 的细长纤维埋在弹性基体中, 纤维和基体完全粘接。当纤维沿轴向受到载荷作用时, 纤维和基体界面的应变相等, 设纤维端面不传递应力, 从端部开始求纤维应力分布的问题, 由 Outwater⁽⁸⁾, Dow⁽⁹⁾, Rosen⁽¹⁰⁾, 林⁽¹¹⁾等进行了研究。

从理论上求纤维端部处的应力集中是很困难的, 但用有限单元法计算⁽¹²⁾或进行光弹性实验指出, 它是一维分析结果所得到的最大剪应力的三倍⁽¹³⁾。

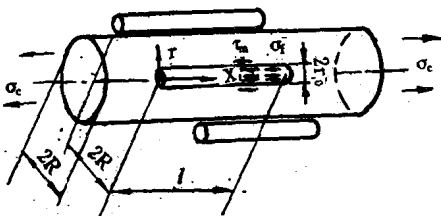


图3 Cox的模型

3.2 分散相的相互干涉效应

在纤维增强型复合材料中, 当纤维百分率增加, 那么由于纤维的相互作用, 应力发生了变化。例如Riley⁽¹⁴⁾研究了图4所示的邻近于不连续部分的六根纤维, 他认为这六根各自不连续的纤维传递的载荷是作用力的 $[1 + (1/6)]$ 倍。此外, 福田·河田⁽¹⁵⁾采用 Hedgepeth⁽¹⁶⁾方法后指出, 在邻近于断裂纤维附近的纤维中会产生高应力。还有 Pompe⁽¹⁷⁾, Weiss, Grawal, Bunsal⁽¹⁸⁾等也考虑了干涉效应而导出了应力-应变关系。Schuster-Scala用光弹性实验研究了不连续纤维的干涉影响⁽¹⁹⁾。对粒子分散型复合材料也正在进行研究⁽¹⁹⁾。

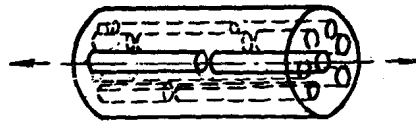


图4 Riley的模型

3.3 纤维断裂、临界纤维长度及界面强度

在纤维增强型复合材料的强度分析中, 具有重要作用的因素是纤维强度和界面强度。若纤维截面中的应力 σ_f 和纤维-基体界面间的剪应力 τ 在弹性极限内, 那么以纤维端面不传递应力为基础而导出的Cox式⁽⁷⁾中, 当 $(\sigma_f)_{x=l/2} = \sigma_{fmax}$ 的值达到 σ_{fu} 时, 设此时的 l 为临界纤维长度 l_c , 则

$$l_c = (2/\beta) \cosh^{-1} \{ E_f / (E_f - E_m) \} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式中

$$\beta = \sqrt{\frac{G_m}{E_f} \frac{2\pi}{A_f \ln(R/r_0)}} \quad \dots\dots\dots (9)$$

这个式子没有考虑界面剪切破坏, 这就意味着它是否是发生纤维断裂时的临界长度的问题。若界面产生完全塑性变形, 设界面屈服应力为 τ_m , 那么根据力的平衡关系可得

$$l_c = (\sigma_{fu}/2\tau_m)d_f \dots\dots\dots (10)$$

临界纤维长度用式(10)表示的情况比较多。纤维长度若比临界纤维长度长,那么纤维将发生断裂,反之,纤维将从基体中拔出。

此外,纤维强度是分散(ばらつき)的,因为纤维直径和长度对强度都将产生影响⁽²⁰⁾。另外界面强度⁽²¹⁾也受纤维的表面处理和残余应力等的影响。

3.4 裂纹的生成和传播

关于复合材料中裂纹生成和传播的研究,在强度分析中占有重要的部分。复合材料显然并不是均质连续体,它是不同物质的集合体,因而,在纤维增强型复合材料中,假如要应用断裂力学的处理方法,那么也只能近似地应用均质弹性体情况下的应力分析的结果,而且裂纹长度一定要比纤维直径大得多。虽然有这样的约束条件,但现在有关裂纹的生成与传播问题的研究,大多还依赖于断裂力学的方法。

为了掌握断裂抗力,就要利用断裂力学求临界应力强度因子 K_{Ic} ,临界能量释放率等方法⁽²²⁾。

4. 复合材料的破坏准则

在复合材料的破坏强度理论中,和金属材料的情况一样,有应力理论,应变理论,能量理论等,进一步还可以加上考虑断裂韧性的断裂准则。

断裂准则在复合材料的强度设计中起着重要的作用,复杂的组合层压板的强度对各层来说,其破坏准则是各不相同的。评价层压板强度时,可将各层看作均质正交异性板,对于每一层应用正交异性板的破坏准则。假设破坏是从最薄弱层开始,由于破坏层已不能承担应力,所以应力分布将发生变化。若破坏逐渐发展,那么求最终断裂强度的计算是非常复杂的。Tsai-Hahn用磁带卡片在简易台式电子计算器上成功地进行了以上计算。

5. 复合材料依赖于时间的强度分析

众所周知,复合材料的变形、破坏行为将受应变速度的影响。这个问题要统一地从很广的应变速度的变化范围内来进行说明是困难的,所以对以下三种情况进行研究。第一、低应变速度的情况(蠕变强度),第二、应变随时间变化是振动的情况(疲劳强度),第三、因冲击载荷引起的应变速度极大的情况。图5是玻璃布编织物聚酯层压板,在改变应变速度的拉伸情况下,表示破坏应力和应变速度依赖关系的例子⁽²⁴⁾。应变速度变大强度就增加。

5.1 蠕变强度

与金属材料的情况一样,蠕变可以分为第一期,第二期和第三期。第一期是从初期应变开始,应变随时间作缓慢变化,然而进入稳定应变变化阶段,即进入第二期为止的时期。第三期是稳定应变发生改变的时期,由于材料内部损伤增加,随之有效截面积发生变化,所以应变急剧增加直到破坏为止。在复合材料中,根据基体材料的种类和温度等,可以明显地观察到第三期蠕变和一进入第三期蠕变马上就发生破坏的情况。图6⁽²⁵⁾和图7⁽²⁶⁾就是它们的例子。这种情况下的强度分析,重点放在寻求在应力作用下而发生破坏的时间。虽然明确解释这种现象的本质还未完成,但根据线性蠕变损伤理论⁽²⁷⁾也曾导入了现象论的数学化方法,这也许是解释复合材料蠕变破坏的一个手段。

关于蠕变破坏时间 t_k 也曾提出过几个计算方案,例如

Boller公式⁽²⁸⁾:

$$\log t_k = \frac{1}{M} (\sigma_* - \sigma_0) \dots\dots\dots (11)$$

式中 σ_* , M 为常数。

Manson-Haferd公式⁽²⁹⁾:

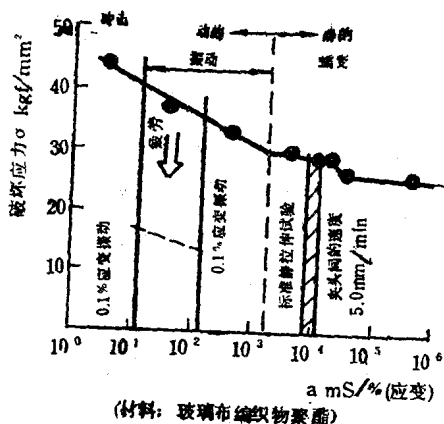


图5 破坏应力和加载速度的关系

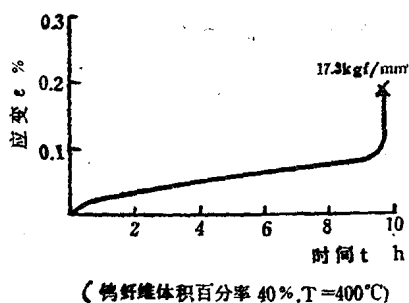


图6 钨丝增强银的蠕变

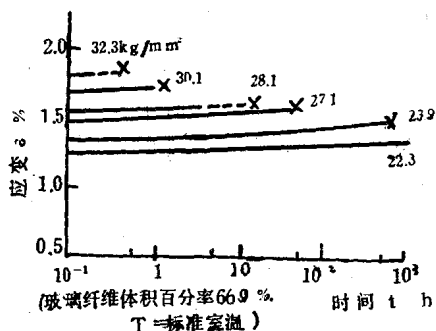


图7 玻璃布编织物增强聚酯的蠕变

$$\log t_k = A_0 + A_1 \frac{1}{T} + A_2 \log \sigma_0 \cdot T + A_3 \log \sigma \dots \dots \quad (12)$$

式中 A_0, A_1, A_2, A_3 为常数, T 是温度。

林的公式⁽³⁰⁾:

$$\log \frac{t_k}{t_f} = \frac{1}{\lambda} \left[1 - \frac{\sigma_0}{\sigma_f V_f} \right] \dots \dots (13)$$

式中 t_f^* 是与应力 σ_f^* 对应的纤维断裂时间, λ 是常数。

以上方案是以连续纤维增强型复合材料为对象的,但对不连续纤维增强型复合材料的情况,若纤维长度与直径比(纵横比)增大,蠕变应变速度就变小。由于纤维端部剪应力的松弛和基体应力的松弛,使得向纤维传递的应力发生变化,因为纤维本身的蠕变等会发生复合,所以应当考虑这些主要原因的几何效应。

5.2 疲劳强度

研究复合材料疲劳的历史约有20年了,与金属材料的情况相比,它的历史是很短暂的。然而,正如所述的那样,复合材料作为主要强度零件材料被使用还刚开始,但有关疲劳的研究,在强度分析中已占有特别重要的位置。因此,如已所述,从宏观立场来进行研究的过程中,已提出了很多与金属材料情况不一样的问题,如

- (1)随着疲劳的进行刚度显著降低。
- (2)在疲劳试验的初期,产生基体裂纹、界面剥离等混合损伤,因为能用肉眼清楚地看到,所以称作白化现象。
- (3)在进行疲劳试验中温度上升,交变速度越大,温度上升越显著。
- (4)静强度试验数据分散性虽然比金属材料要大,但对于疲劳强度却是一样的。
- (5)单向纤维增强复合材料的情况下,试件的形状将影响强度。

在有关复合材料的疲劳研究报告中还谈到过其它特殊现象。

研究S-N曲线发现,复合材料的疲劳可以分为三个阶段。第一阶段是 $N=1 \sim 1000$ 的区域,称作低频疲劳阶段,与交变次数增加相对应的强度降低是缓慢的,增强材料静强度的分散性影响较大。第二阶段是在 $N=1000 \sim 10^5$ 之间的范围内,加载应力的对数相对于交变次数的对数成直线规律变化,即它们可用如下近似式表示

$$\sigma N^n = C \quad (14)$$