

中興經營管理叢書

經營決策理論之應用

郭 明 哲 著

中興管理顧問公司
發 行

內部參考

批判信用

中華民國六十四年五月初版

中華民國六十九年六月重整初版

中興經營管理叢書

經營決策理論之應用

高級精裝本實價新臺幣二百八十元

郭 明 哲 著

發行者 中興管理顧問公司
臺北市民生東路六十六號 新力大樓五樓
電話：五六一六三五六・五六一六三五七

印製者 金氏裝訂有限公司
臺北市長安東路二段六十六號二樓
電話：五四一〇三八二・五二二四一一八

行政院新聞局出版事業登記證：局版臺業字第0040號

緒 言

統計決策理論 (Statistical Decision Theory) 對吾人所遭遇的各種決策問題，憑依蒐集的有關資料，利用數理統計學 (Mathematical Statistics) 知識，運用數學方法施以計量分析，以從所有可能行動途徑中選擇最佳行動方案。

雖然溯自本世紀初，即陸續有學者嘗試應用機率論與統計學的知識從事決策分析，但直至1950年以後，統計決策理論始迅速成長，並逐漸受工商企業、政府機構、軍事單位等等方面所重視與應用。等到 R. Schlaifer 所著「企業決策統計學」，以及 H. Raiffa 與 R. Schlaifer 合著的「應用統計決策理論」分別於1959及1961年問世後，統計決策理論已粗具規模，並在學術上獨立成為一門學科。晚近隨着企業組織日趨龐大，及環境日漸複雜，決策者益感最佳決策之獲致，已非僅憑個人的主觀意識及經驗即能勝任，非賴統計決策理論之功，實不能在競爭劇烈的環境中生存及日益壯大。因此，研究統計決策理論者日衆，應用範圍日廣，此促使理論與應用均有飛躍進展。

在先進國家，統計決策理論早已為大多數企業及政府機構的決策階層所熟稔，並廣被應用以尋覓決策者遭遇的複雜決策問題之最佳決策，運用效果至為卓著。著者鑑於這門學識的運用，確能使決策者減少決策風險、增加決策效益、及提高競爭能力，而在坊間又缺乏這類中文書籍，爰將著者在國立交通大學管理科學研究所所授統計決策理論課程使用講義印成本書，以供學術界及企業界人士參考，祈能對提高我國管理水準有所裨益。

欲尋求任何決策問題的最佳決策，其步驟包括：(1)清楚地陳述問題內容；(2)確定評估決策效果之決策準尺 (Decision Criterion)；(3)探討影響決策結果但不能為決策者所控制的所有因素與它們之間的關係，及這些因素如何影響決策效果；(4)枚舉解決問題的所有可能行

動途徑與蒐集有關資料；(5) 估定前述諸因素出現各種狀況之機率；(6) 研討應否及如何進行抽樣實驗工作，必要時進行這種工作以獲前述諸因素的額外情報；(7) 利用數理統計學知識進行計量的決策分析，據以選擇可望使決策效果最佳之行動途徑。本書對每一步驟內容均詳予論述，編排力求有系統，敘理盡量使清晰，並做到理論與應用並重，及隨時舉述恰當實例闡明理論之應用。決策分析部份，內容包括近十多年來研究統計決策理論諸學者的研究成果之精華。讀者念完此書後，除能具有本學科的充分知識外，尚能擁有以科學方法，運用計量技術，解決實際遭遇的各種決策問題之能力。

本書共分十章，每章內容扼述於後：

第一章對決策系統給予一般性的介紹，詳述決策系統諸要素與事項，使吾人能將遭遇的形形色色決策問題化為決策系統，以利進行計量分析。並將影響決策結果但不能為決策者所控制的諸因素狀況，稱之為本性狀況(State of Nature)，按作決策前，對它擁有的情報係完全的、不完全的、或全無的三種情形，將決策問題劃分為在確定狀況下(Under Certainty)、在風險狀況下(Under Risk)、及在不確定狀況下(Under Uncertainty)作決策之問題三大類。然而，由於本性狀況情報全無的情形，決策者仍能依經驗或直覺提供不完全的情報，故第三類問題仍能以第二類問題解法求解，於是本書將兩類問題歸併為一類，並沿用第三類問題名稱。本章論及的事項，重要者有本性狀況、支付(Payoff)、悔惜(Regret)、決策函數(Decision Function)、風險函數(Risk Function)、Bayes 之風險、Bayes 之準尺、效用(Utility)、以及「在確定狀況下作決策之問題」之解法。

第二章敘述在新分類法中的「在不確定狀況下作決策之問題」，如不經抽樣獲取本性狀況的額外情報，有那些決策準尺可用以選擇最佳行動途徑，及如何選擇與利用它們作決策。所論及的決策準尺計有期望值準尺、最可能本性狀況準尺、渴望水準(Aspiration Level)準尺、期望值與變異數(Variance)兼顧準尺等常用的四種。本章

開始，亦對傳統分類法中的「在不確定狀況下作決策之問題」（本性狀況情報全無的情形），如決策者不依經驗或直覺對本性狀況提供不完全的情報，亦不經抽樣獲取它的額外情報，有那些決策準尺可用以選擇最佳行動途徑，及如何選擇與利用它們作決策。所論及的決策準尺計有悲觀準尺、樂觀準尺、Laplace準尺、Savage 準尺、Hurwicz 準尺等常用的五種。由於具線型支付函數（Payoff Function）之兩行動途徑及多行動途徑問題甚常遭遇，故本章末特予舉述。

第三章敘述在新分類法中的「在不確定狀況下作決策之問題」，如經抽樣獲取本性狀況的額外情報，如何決定最適抽樣規模、抽樣所獲抽樣情報（Sampling Information）如何與原有的先驗情報（Prior Information）綜合為本性狀況的後驗情報（Posterior Information）、如何參考抽樣情報或依據後驗情報作最佳決策、在研擬及比較各種抽樣計劃階段如何求出抽樣情報期望值與抽樣淨益期望值、以及 Bayes 之準尺如何應用於決策分析。

第四至第六章分別將在決策分析上最常應用的 Beta 分配、常態分配、及 Gamma 分配，開專章詳述它們在決策分析上之應用。這三種分配可按決策問題的需要，選用為本性狀況的先驗分配（Prior Distribution），並分別與恰呈二項分配、常態分配、及 Poisson 分配之抽樣分配（Sampling Distribution）搭配，利用 Bayes 之程序（Bayesian Procedure）推求後驗分配（Posterior Distribution），然後基於這些分配求得決策問題之最佳行動途徑等。

第七章陳述多階決策問題（Multistage Decision Problem）與序列決策問題（Sequential Decision Problem）如何進行決策分析，以及如何將此等決策問題之決策系統以決策樹（Decision Tree）表示出。多階決策問題在決策過程中共需作確定次數的一連串決策，始完成作決策工作；序列決策問題在決策過程中所需作的一連串決策之總次數，並不事先確定，而視一序列決策依次出現的本性狀況或抽樣結局而定。這兩種決策問題的決策分析技術，將在本章裡陳明。

第八章介紹邏輯決策模式與邏輯決策分析，使吾人遭遇諸本性狀況問題關係複雜之決策問題時，能建立它的邏輯決策模式，利用以選擇決策者的最佳行動途徑，或把它轉變為機率決策模式及顯示經濟結果 (Economic Consequence) 期望值之決策模式，再求出決策問題之最佳解。為使讀者對於建立邏輯決策模式與進行邏輯決策分析具備足夠工具，本章開始亦介紹符號邏輯 (Symbolic Logic) 與 Boolean 代數的有關基本知識。

第九章介紹機率決策模式與機率決策分析，使吾人能對某些決策問題，藉建立機率決策模式，求得最佳解，或把它轉變為顯示經濟結果期望值之決策模式，再求解。為使讀者具備將邏輯決策模式轉變為機率決策模式的能力，本章亦介紹機率運算，並與邏輯運算做比較。

第十章介紹最常用的顯示經濟結果期望值之決策模式，詳述如何由機率決策模式推導出這種模式，以及如何利用這種模式選擇決策者的最佳行動途徑。最後並比較第九至第十章介紹的三種基本決策模式之特性。

本書除可供一般企業界經理、幕僚人員、與技術人員研讀及利用外，尚可供管理科學、企業管理、工業工程、系統分析等研究所，及大學四年級做為教材，讀者均假定已修習過數理統計學，否則研讀時會有困難。企業界人士讀完此書後，如能把這種最新計量管理技術善予運用，必會發現此為企業經營所不可缺少之利器。

本書之出版，承蒙經濟部國營事業委員會、中國石油股份有限公司、及國立交通大學工學院管理科學研究所等單位之鼎力支持，謹此一併深致謝忱。

郭明哲 謹識

民國六十四年一月一日

經營決策理論之應用

目 錄

第壹章	決策系統之特性	1
1.1	決策系統	1
1.2	確定性、風險、不確定性、與決策問題之分類	3
1.3	本性狀況	4
1.4	支付與支付矩陣	5
1.5	悔惜與悔惜矩陣	7
1.6	決策函數（決策法則）與風險函數	9
1.7	Bayes 之風險、Bayes 之準尺、與 Bayes 之解	14
1.8	金錢價值與效用	16
1.9	效用尺度	18
1.10	確定效用值之方法	19
1.11	數種典型效用曲線	23
1.12	在確定狀況下作決策之問題	30
第貳章	不經抽樣在不確定狀況下作決策之問題	31
2.1	單憑經濟結果作決策之可能性	31
2.2	悲觀準尺（最大最小值或最小最大值原則）	32
2.3	樂觀準尺（最大最大值或最小最小值原則）	35
2.4	純理論的準尺（Laplace 原則）	36
2.5	最小最大悔惜值原則（Savage 原則）	39
2.6	Hurwicz 原則	43
2.7	單憑經濟結果作決策使用的決策準尺之選擇	49
2.8	本性狀況之機率分配	50

2.9	客觀的先驗機率分配與主觀的先驗機率分配	51
2.10	期望值原則	53
2.11	最可能本性狀況原則	57
2.12	渴望水準原則	58
2.13	期望值與變異數兼顧原則	62
2.14	利用到本性狀況機率作決策使用的決策準尺之選擇	64
2.15	具線型支付函數之兩行動途徑問題	65
2.16	具線型支付函數之多行動途徑問題	70
2.17	增量分析（臨界比分析）	71

第三章 經抽樣在不確定狀況下作決策之問題 75

3.1	抽樣與決策法則	75
3.2	情報價值與完全情報價值	76
3.3	Bayes 定理與後驗機率分配	79
3.4	獲得抽樣結局後所作決策	84
3.5	反序分析（反向方式之分析）	89
3.6	正序分析（正向方式之分析）	92
3.7	樣品情報期望值（抽樣情報期望值）	104
3.8	抽樣淨益期望值	109
3.9	最佳樣品大小	109
3.10	Bayes 之準尺與後驗支付或悔惜期望值準尺之一致性	112
3.11	Bayes 之準尺與後驗支付或悔惜期望值之期望值準尺 之一致性	114
3.12	最小最大風險函數值準尺	115
3.13	容許決策法則與不容許決策法則	117

第四章 Beta 分配在決策分析上之應用 123

4.1	決策理論中常用的數種分配	123
-----	--------------	-----

4.2	共軛分配與先驗機率分配類型之選擇	124
4.3	決策問題中的四種機率分配	125
4.4	Bayes 之程序、後驗 Beta 分配、與 Bayes 之解	127
4.5	Beta 分配之特性	132
4.6	由 Beta 分配計算各種機率之方法	135
4.7	先驗 Beta 分配參數值之估算法	137
4.8	基於後驗 Beta 分配所作決策	142
4.9	均勻分配與其應用	145
第伍章 常態分配在決策分析上之應用		147
5.1	先驗分配選用常態分配之決策問題	147
5.2	客觀的先驗常態分配參數值之估算法	147
5.3	主觀的先驗常態分配參數值之估算法	151
5.4	基於先驗常態分配對兩行動途徑問題所作決策	153
5.5	兩行動途徑問題之完全情報期望值	156
5.6	基於先驗常態分配對多行動途徑問題所作決策	164
5.7	後驗常態分配	165
5.8	基於後驗常態分配所作決策	168
5.9	抽樣情報價值與抽樣淨益	171
5.10	反序分配	173
5.11	樣品情報期望值(抽樣情報期望值)與抽樣淨益期望值	175
5.12	兩行動途徑問題之樣品情報期望值與抽樣淨益期望值	177
5.13	最佳樣品大小	181
第陸章 Gamma 分配在決策分析上之應用		183
6.1	Poisson 分配之特性與群體 Poisson 分配	183
6.2	Gamma 分配之特性與先驗 Gamma 分配	184
6.3	Poisson 分配與 Gamma 分配之關係	187

6.4	抽樣 Poisson 分配	189
6.5	先驗退化分配與先驗離散分配	190
6.6	無條件支付或悔惜期望值準尺	193
6.7	採用無條件先驗支付或悔惜期望值準尺所作決策	195
6.8	採用無條件後驗支付或悔惜期望值準尺所作決策	198
6.9	先驗 Gamma 分配參數值之估算法	199
6.10	基於先驗 Gamma 分配所作決策	202
6.11	後驗 Gamma 分配	204
6.12	抽樣結局準確性與最佳抽樣實驗策略	205
6.13	基於後驗 Gamma 分配所作決策	206

第柒章 多階決策問題與序列決策問題 209

7.1	決策樹	209
7.2	單階決策問題	210
7.3	多階決策問題	213
7.4	序列決策問題	218
7.5	逆序歸納法	222

第捌章 邏輯決策模式與邏輯決策分析 225

8.1	符號邏輯與邏輯模式	225
8.2	Boolean 代數	231
8.3	Boolean 多項式與 Boolean 函數	232
8.4	利用真值表求 Boolean 函數與複合陳述形式之方法	235
8.5	邏輯網狀圖	238
8.6	邏輯決策模式	242
8.7	邏輯決策分析	251

第玖章 機率決策模式與機率決策分析 255

9.1	系統成分狀況之不確定性	255
9.2	邏輯運算與機率運算之比較	255
9.3	系統成分顯現好狀況機率之估定	257
9.4	機率決策模式	258
9.5	機率決策分析	260
第拾章	顯示經濟結果期望值之決策模式 與其應用	267
10.1	邏輯決策模式與機率決策模式之缺點	267
10.2	顯示經濟結果期望值之決策模式	267
10.3	在各種狀況與行動途徑下之經濟結果期望值	270
10.4	依據經濟結果期望值所作決策	276
10.5	基於三種基本決策模式所作決策之比較	278
附錄壹	參考文獻	281
附錄貳	數種機率分配機率表	283
表 1	Poisson 分配機率表	283
表 2	Chi-Square 分配機率表	284
表 3	常態分配機率表	285
表 4	t 分配機率表	286
表 5	F分配機率表	287
附錄叁	中英名詞索引	289

第一章 決策系統之特性

1.1 決策系統

決策過程包括從很多可採取的行動途徑 (Course of Action) 之中擇定一種，有理智的決策者希望所選擇的行動途徑可獲致某決策準尺 (Decision Criterion) 下的最佳 (Optimal) 結果。通常的決策問題，採取各種行動途徑可獲致結果，隨某些決策者無法控制的因素而定。把決策問題視為含多種成分 (Component) 的決策系統 (Decision System) 時，這些不能控制因素即為決策系統的成分。這些成分在決策理論 (Decision Theory) 中稱為決策問題的本性狀況 (State of Nature)。

在決策問題中，影響一種行動結果的不能控制因素之組合，形成不同處境、情況、或條件。它們稱為採取該行動途徑可遭遇之諸可能本性狀況。以簡單決策問題為例，例如某決策問題僅有兩條可供選擇的行動途徑 a_1 與 a_2 ，採取 a_1 時祇會遭遇「好」的處境，故將產生「好」的結果，採取 a_2 時祇會遭遇「壞」的處境，故將產生「壞」的結果。在此問題中，採取 a_1 與 a_2 分別可遭遇的好壞處境為它們可遭遇的本性狀況，決策者不能控制它。令「好」與「壞」的兩種本性狀況分別記為 s_1 與 s_2 ，則採取行動的結果 u_i 隨 a_i 與 s_j 而定，即 u_i 為 a_i 與 s_j 之函數： $u_i = f(a_i, s_j)$, $i = 1, 2$; $j = 1, 2$ 。因吾人採取 a_1 與 a_2 ，可分別獲得「好」與「壞」的結果，故 $u_1 = f(a_1, s_1) = \text{好}$ ， $u_2 = f(a_2, s_2) = \text{壞}$ 。此簡單決策問題的系統如圖 1.1 所示。

絕大多數的決策問題，採取某行動途徑可出現的可能本性狀況、以及行動後可獲致的結果，並非祇有好與壞兩種，而有數種甚至無限多種；決策者可採取的行動途徑亦非僅有兩條，而有數條甚至無限多條。換言之，甚多場合吾人所遭遇的決策問題大多含有多種本性狀況

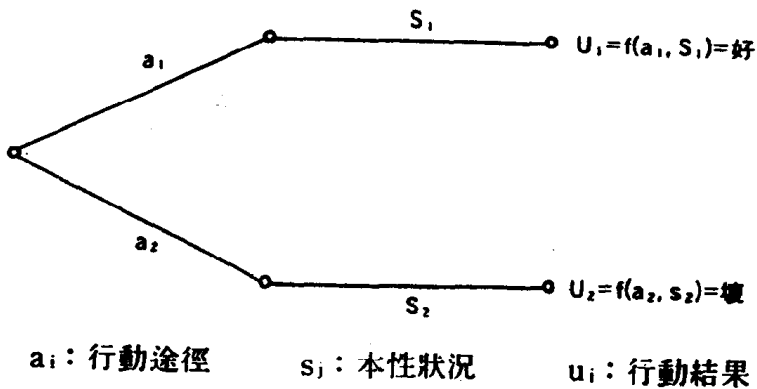


圖1.1 簡單決策問題之決策系統

(Multiple States) 與多條行動途徑 (Multiple Acts)。圖1.2示出的決策問題，行動途徑共有三條 a_1, a_2, a_3 ，記為 $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ ；採取 a_1 將出現的可能狀況計有二種 s_{11}, s_{12} ，記為 $S_1 = \{s_{11}, s_{12}\}$ ；採取 a_2 者僅有一種 s_{21} ，記為 $S_2 = \{s_{21}\}$ ；採取 a_3 者計有三種 s_{31}, s_{32}, s_{33} ，記為 $S_3 = \{s_{31}, s_{32}, s_{33}\}$ 。每一條行動途徑配合它的各種狀況之行動結果分別為 $u_{11} = f(a_1, s_{11})$, $u_{12} = f(a_1, s_{12})$, $u_{21} = f(a_2, s_{21})$, $u_{31} = f(a_3, s_{31})$, $u_{32} = f(a_3, s_{32})$, $u_{33} = f(a_3, s_{33})$ 。注意 u_{ij} 隨 a_i 與 s_{ij} 而定，而其中之 s_{ij} 為決策者不能控制因素；又諸 s_{ij} 可皆相異或有某些相同，視給與問題而定。

一個決策問題如果本性狀況已知，則此決策問題屬在確定狀況下作決策 (Decision Making Under Certainty) 之問題；如果本性狀況未知或不確知，則此決策問題屬在不確定狀況下作決策 (Decision Making Under Uncertainty) 之問題。不論決策問題是這兩類問題中之那一類，吾人均可將問題以如圖 1.1及圖1.2 之系統圖表明決策者可採取的各種行動途徑，及採取每一行動途徑可獲致的各種結果，這類圖稱為決策樹 (Decision Tree)。有關決策樹的類型、用途等等，留待第七章再詳細敘述。

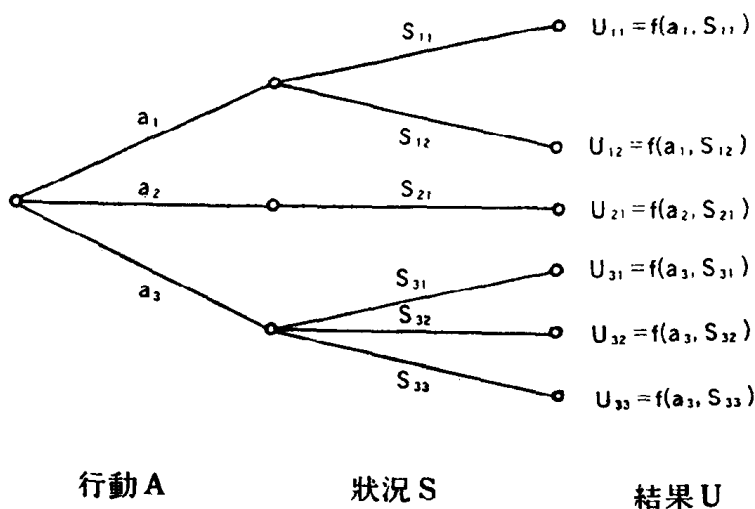


圖1.2 稍複雜決策問題之決策系統

1.2 確定性、風險、不確定性、與決策問題之分類

因為任何行動的結果依賴本性狀況而定，故知道一些關於本性狀況的情報，對於決策者確實有益處。有些決策問題，其本性狀況完全被決策者獲悉，這種場合，稱本性狀況具確定性 (Certainty)。這類問題即前節所稱的在確定狀況下作決策之問題。

風險 (Risk) 與不確定性 (Uncertainty)，傳統上指缺乏本性狀況情報的不同程度。當本性狀況未知，但有客觀的或經驗的證據，使決策者能對各種本性狀況指定發生機率，這類決策問題屬在風險狀況下作決策 (Decision Making Under Risk) 之問題。當本性狀況未知，且缺乏客觀情報據以對各種本性狀況指定合適機率，則此類決策問題屬在不確定狀況下作決策之問題。

然而，甚至本性狀況在不確定情形，決策者仍可對每一種可能的本性狀況指定一種主觀機率，以幫助他作決策。一旦諸本性狀況皆指定了機率，不論這些機率是據經驗資料或純依主觀判斷而得，決策分析過程都一樣。因此，風險與不確定性常被視為一物，而在風險狀況

下或不確定狀況下作決策之問題，可歸併為同一類問題處理。在本書中，所歸併的這類問題，將不稱為在風險狀況下作決策之問題，而稱為在不確定狀況下作決策之問題。

1.3 本性狀況

在 § 1.1 中曾述及決策者採取的任何行動途徑可獲致之結果，依賴決策者無法控制的一些因素而定，而這些因素被稱為決策系統的成分或決策問題的本性狀況。此地本性 (Nature) 的含義甚為廣泛，例如雨量、暴風、飢荒、物價、薪金、資金、產品需求量、競爭者行動等等，皆可為本性所指事物。影響一種行動結果的所有不能被控制因素的各種可能狀況 (State) 之組合，形成該行動可遭遇之諸可能本性狀況。大多數的決策問題這種組合數目可能甚多，以致難以逐一研討每一種本性狀況出現場合的行動結果。因此，通常祇選擇對行動結果有重大影響的因素考慮之，而僅以這些因素狀況的組合構成之各種本性狀況，做為採取一種行動途徑可遭遇之諸可能本性狀況。

舉例說明之，某公司的決策者面臨必須從「銷售產品 A」與「不銷售產品 A」兩種行動途徑中擇一之決策問題，而影響任一行動結果的不能控制因素主要者有市場大小（此處市場僅劃分為大與小兩大類），及唯一的競爭者是否銷售類似產品。這兩種因素為本決策問題的決策系統成分，亦即本決策問題的本性狀況。第一種因素的各種可能狀況計有「市場大」與「市場小」兩種，而第二種計有「無競爭」與「有競爭」兩種，於是兩種因素的各種可能狀況之組合計有四種：狀況 1 為「市場小但無競爭」，狀況 2 為「市場小且有競爭」，狀況 3 為「市場大且無競爭」，狀況 4 為「市場大但有競爭」。這四種組合的狀況，即為決策者採取「銷售產品 A」或「不銷售產品 A」的行動途徑可遭遇之四種可能本性狀況。由於構成這四種本性狀況的兩因素之狀況並非決策者所能控制，故決策者採取一種行動後，究竟將出現這四種本性狀況中之何者，當亦非決策者所能控制及預知。

1.4 支付與支付矩陣

決策者從諸可行的行動途徑中擇定的最佳行動途徑，必須能使它的行動結果為最佳。因此，決策者必須先衡量每一行動途徑可獲致之結果（Consequence），而這種結果事實上又隨本性狀況而定。指定一種特定的本性狀況下之行動結局（Outcome），稱為該行動的條件結局（Conditional Outcome）。為評估條件結局的優劣，必須用某種數量表示它們。在企業上，這種數量常採用金額表示。

表條件結局的數量通常稱為支付（Payoff）。以諸行動途徑搭配各種可能本性狀況所得諸支付值為元素之矩陣，稱為支付矩陣（Payoff Matrix）。按支付表收益或虧損，又稱該矩陣為收益或虧損矩陣（Profit or Loss Matrix）。

下面舉一實例說明如何造支付矩陣：有一電視機修理員獲得購買一批便宜電視機的機會。這批電視機共五部，係一家小型電視機裝配廠的產品。五部電視機均為無瑕疵之新貨，該廠原訂零售價格為每部 \$200，由於結束大賤賣，五部僅售 \$300。假如這位電視機修理員購買該批電視機，他相信每部可售得 \$150，但他不知能售出幾部。問題是他應該購買該批電視機否？顯然本實例祇有購買與不購買兩種行動途徑，分別記為 a_1 與 a_2 。本實例的本性指他可以售出的這批電視機部數，而本性狀況 S_j 計有 $S_0=0, S_1=1, S_2=2, S_3=3, S_4=4, S_5=5$ 六種。採取行動 a_i 而狀況為 S_j 之利潤 P_{ij} ，可寫為如下的 a_i, S_j 之函數：

$$P_{ij} = a_i(150S_j - 300), \quad i=1, 2; j=0, 1, 2, 3, 4, 5 \quad (1)$$

式中，購買該批電視機時 $a_1 = a_1 = 1$ ，不購買該批電視機時 $a_1 = a_2 = 0$ ；又 $S_j = j, j=0, 1, 2, 3, 4, 5$ 。用(1)式求得的 P_{ij} 即為支付，單位 \$。用以求支付值之函數，稱為支付函數（Payoff Function）。(1)式即為本實例之支付函數。(1)式如果改寫成下列兩式：

$$\text{當 } a_1 = a_1 \text{ 時, } P_{1j} = 150S_j - 300, \quad j = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \quad (2)$$

$$\text{當 } a_1 = a_2 \text{ 時, } P_{2j} = 0, \quad j = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \quad (3)$$

則(2)式爲 a_1 之支付函數, (3)式爲 a_2 之支付函數。由(1)式, 或(2)與(3)式求得的諸 P_{ij} 值, 可構成如下的支付矩陣:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \end{array} \left[\begin{array}{cccccc} -300 & -150 & 0 & 150 & 300 & 450 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (4)$$

支付矩陣(4)中的諸元素之單位爲 \$, 正值表示收益 (Profit), 負值表示虧損 (Loss)。如改爲規定正值表示虧損金額, 負值表示收益金額, 則(1)、(2)、(3) 式右式各項均需改號。

一位有理性的決策者, 作決策時將採取能使收益最大或虧損最小之行動途徑。對於所有六種可能的本性狀況而言, 決策者無法決定 a_1, a_2 中的何者最佳, 因爲: 如真實狀況爲 S_0 或 S_1 , 經比較矩陣(4) 中的對應元素值後, 決策者將採取 a_2 ; 如爲 S_3, S_4 , 或 S_5 , 將採取 a_1 ; 如爲 S_2 , 將採取 a_1 或 a_2 。在兩行動途徑問題中, a_1 與 a_2 之支付值相等所對應的 S_j 值, 稱爲本性狀況之平衡值 (Break-Even Value)。在平衡分析 (Break-Even Analysis) 的圖解圖中, 表平衡值之點稱爲平衡點 (Break-Even Point)。求平衡值的方法, 祇需令 a_1 之支付函數等於 a_2 之支付函數, 解所得方程式即得。在本實例中, 設 S_k 爲平衡值, 則因 $P_{1j} = P_{2j}$, 由(2) 與 (3)式得

$$150S_k - 300 = 0$$

$$\text{故 } S_k = 2$$

此示如果可售出電視機部數爲 2, 亦即本性狀況爲 S_2 , 則決策者採取 a_1 或 a_2 所得收益或蒙受虧損相同, 於是本性狀況爲平衡值場合, 決策者可任擇 a_1 與 a_2 中之一。圖1.3 爲本實例的平衡分析圖解, 圖中的平衡點 B, 係方程式(2)與(3)所表兩直線的交點, 其對應之橫座標值 S_2 爲平衡值。