

修订版

金牌奥校

汤伯禹 段云鑫 编著

# 数学奥林匹克教程

小学五年级



中国少年儿童出版社



金牌奥校

# 数学奥林匹克教程

(小学五年级)

汤伯禹 段云鑫 编著

中国少年儿童出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

金牌奥校:小学数学五年级/汤伯禹,段云鑫编. -北京:  
中国少年儿童出版社,1998.6

ISBN 7-5007-4240-1

I. 金… II. ①汤… ②段… III. 数学课-小学-习题  
IV. G623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 12533 号

**主 编:冯士腾**  
**副 主 编:汤伯禹 段云鑫**  
**本册编著:汤伯禹 段云鑫**

**金牌奥校——数学奥林匹克教程**  
小学五年级

\*

**中国少年儿童出版社** 出版发行  
廊坊人民印刷厂印刷 新华书店经销

\*

787×1092 1/32 印张:6.25 字数:99千字

本次印数:10000册

2001年3月修订版 2001年3月第1次印刷

ISBN 7-5007-4240-1/G·3007 定价:9.80元

凡有印装问题,可向承印厂调换

# 前 言

为了提高广大中小学生的数学水平和思维能力,有利于培养具有数学才能的少年儿童,我们组织了北京市西城区数学会及北京市宣武区、东城区等有关教学科研单位的专家学者,在认真分析了中小学生应具备的数学基础知识和运算基本技能的基础上,编写了这套丛书。丛书突出以下特点:

一、“浅” 深入浅出。注意普及面,面向广大中小学生。循序渐进,注意教学原则,注意数学思想启蒙与打好扎实基础。

二、“趣” 生动有趣。通过实际生动的例子,培养广大中小学生对数学的兴趣与爱好,做到活学活用。

三、“新” 入选资料不仅是参编教师多年教学经验的积累,更是近年来国际、国内中小学生数学竞赛水平的集中反映。

四、“准” 保证本丛书的科学性及高标准的编校质量。

本丛书在编写过程中,得到了不少省市教育部门数学教研员的大力支持,在此表示衷心的感谢。由于时间仓促,在编写过程中可能存在不当之处,恳请广大同行及读者不吝指正。

编者

## 目 录

一	看谁算得快	1
	思路分析与参考答案	2
二	高斯求和公式	6
	思路分析与参考答案	8
三	等差数列(一)	11
	思路分析与参考答案	13
四	等差数列(二)	16
	思路分析与参考答案	18
五	自然数(一)	21
	思路分析与参考答案	23
六	自然数(二)	27
	思路分析与参考答案	29
七	图形问题(一)	34
	思路分析与参考答案	37
八	整除问题	41
	思路分析与参考答案	42
九	质数与合数	46
	思路分析与参考答案	47
十	奇数与偶数	51
	思路分析与参考答案	52

十一	最大公约数与最小公倍数 .....	55
	思路分析与参考答案 .....	56
十二	数的排列 .....	59
	思路分析与参考答案 .....	61
十三	列方程解应用题 .....	66
	思路分析与参考答案 .....	67
十四	应用题(一) .....	72
	思路分析与参考答案 .....	74
十五	应用题(二) .....	81
	思路分析与参考答案 .....	82
十六	植树与方阵 .....	87
	思路分析与参考答案 .....	89
十七	你会发现新的运算吗 .....	94
	思路分析与参考答案 .....	95
十八	由图形中找规律 .....	100
	思路分析与参考答案 .....	102
十九	图形问题(二) .....	107
	思路分析与参考答案 .....	109
二十	图形问题(三) .....	112
	思路分析与参考答案 .....	116
二十一	图形问题(四) .....	120
	思路分析与参考答案 .....	122
二十二	轴对称的妙用 .....	125
	思路分析与参考答案 .....	128
二十三	趣味循环 .....	133
	思路分析与参考答案 .....	135
二十四	尾数问题 .....	139

	思路分析与参考答案	140
二十五	分数	144
	思路分析与参考答案	145
二十六	简易推理	147
	思路分析与参考答案	149
二十七	抽屉原则	153
	思路分析与参考答案	154
二十八	综合测试(一)	157
	思路分析与参考答案	159
二十九	综合测试(二)	165
	思路分析与参考答案	166
三十	综合测试(三)	169
	思路分析与参考答案	170
三十一	综合测试(四)	174
	思路分析与参考答案	176
三十二	综合测试(五)	180
	思路分析与参考答案	182
三十三	综合测试(六)	185
	思路分析与参考答案	187

## 一 看谁算得快

一 观察下列各算式的特点,想办法进行巧算:

1.  $274 + 135 + 326 + 265$ ;

2.  $325 + 128 - 45 + 32$ ;

3.  $485 - 25 - 170 - 105$ ;

4.  $5000 - 1 - 2 - 3 - 4 - \dots - 90$ ;

5.  $125 \times 2 \times 8 \times 25 \times 5 \times 4$ ;

6.  $67 \times 12 + 67 \times 35 + 67 \times 52 + 67$ ;

7.  $1236 \times 99$ ;

8.  $24000 \div 125$ .

二  $1234 \times 4321$  与  $1235 \times 4320$  哪个式子的计算结果

大?

三 计算

1.  $1111 \times 1111$ ;

2.  $2222 \times 2222$ ;

3.  $33333 \times 33333$ .

四 计算

1.  $18^2$ ;            2.  $27^2$ ;

3.  $25^2$ ;            4.  $125^2$ .

五 计算



$$1. 14^2 - 12^2; \quad 2. 103 \times 97.$$

## 六 计算

$$1994 \times 19951995 - 1995 \times 19941994.$$

七 一个正方形的边长是两位数 $\overline{a5}$ ,面积是四位数 $\overline{56xy}$   
求  $a, x, y$  的值.

## 思路分析与参考答案

一 1. 利用加法交换律、结合律,把能凑成整十、整百、整千的数先相加.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (274 + 326) + (135 + 265) \\ &= 600 + 400 = 1000 \end{aligned}$$

2. 加法有交换律,若加减混合运算也可以带符号进行交换.

$$\text{原式} = (325 - 45) + (128 + 32) = 280 + 160 = 440$$

3. 从一个数里减去几个数,利用添括号法则 $a - b - c - d = a - (b + c + d)$ ,可先把诸减数相加,再作减法.

$$\text{原式} = 485 - (25 + 170 + 105) = 485 - 300 = 185$$

4. 理由同 3.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 5000 - (1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 90) \\ &= 5000 - \frac{90 \times (90 + 1)}{2} = 5000 - 4095 \\ &= 905 \end{aligned}$$

5. 利用乘法交换律、结合律,把积为整十、整百的数先相

乘.

$$\text{原式} = (125 \times 8) \times (25 \times 4) \times (5 \times 2) = 1000 \times 100 \times 10 = 1000000$$

6. 逆用加法对乘法的分配律.

$$\text{原式} = 67 \times (12 + 35 + 52 + 1) = 67 \times 100 = 6700$$

7. 把 99 改为  $100 - 1$ , 减法对乘法也可用分配律.

$$\text{原式} = 1236 \times (100 - 1) = 123600 - 1236 = 122364$$

8. 利用被除数与除数同乘一个不等于零的数, 商不变的运算法则.

$$\text{原式} = (24000 \times 8) \div (125 \times 8) = 192000 \div 1000 = 192$$

二 通过观察, 很难比较两个算式的大小. 若作大乘法计算又太繁杂, 可想办法利用乘法分配律简算.

$$1234 \times 4321 = 1234 \times (4320 + 1) = 1234 \times 4320 + 1234$$

$$1235 \times 4320 = (1234 + 1) \times 4320 = 1234 \times 4320 + 4320$$

因为  $4320 > 1234$ , 所以  $1234 \times 4320 + 4320 > 1234 \times 4320 + 1234$ . 由此可以得出  $1235 \times 4320 > 1234 \times 4321$ .

三 1. 观察下面的例子

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ 111 \\ 111 \\ \hline 12321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times 1111 \\ \hline 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ \hline 1234321 \end{array}$$

得到这样的规律：

$$\underbrace{11\dots1}_{n \text{ 个 } 1} \times \underbrace{11\dots1}_{n \text{ 个 } 1} = 123\dots n\dots 321. (n \leq 9)$$

利用这个结果可以计算下面 2 个小题：

$$\begin{aligned} 2. 2222 \times 2222 &= 2 \times 1111 \times 2 \times 1111 \\ &= 4 \times 1234321 = 4937284 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. 33333 \times 33333 &= 3 \times 11111 \times 3 \times 11111 \\ &= 9 \times 123454321 = 1111088889 \end{aligned}$$

**四** 1. 根据公式  $(a+b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$  可以简算.

$$\begin{aligned} 18^2 &= (10+8)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 8 + 8^2 \\ &= 100 + 160 + 64 = 324 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. 27^2 &= (20+7)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 7 + 7^2 \\ &= 400 + 280 + 49 = 729 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. 25^2 &= (20+5)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 5 + 5^2 \\ &= 400 + 200 + 25 = 625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. 125^2 &= (120+5)^2 = 120^2 + 2 \times 120 \times 5 + 5^2 \\ &= 14400 + 1200 + 25 = 15625 \end{aligned}$$

**五** 1. 根据公式  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$  可以简算.

$$\begin{aligned} 14^2 - 12^2 &= (14+12)(14-12) \\ &= 26 \times 2 \\ &= 52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. 103 \times 97 &= (100+3) \times (100-3) \\ &= 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{六} \quad \text{原式} &= 1994 \times (19950000 + 1995) \\
&\quad - 1995 \times (19940000 + 1994) \\
&= 1994 \times 19950000 + 1994 \times 1995 \\
&\quad - 1995 \times 19940000 - 1995 \times 1994 \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{七} \quad \text{由} (10 \times a + 5)^2 &= 100 \times a^2 + 2 \times 10 \\
&\quad \times 5 \times a + 5^2 = a \times (a + 1) \times 100 + 25 = 5600 \\
&\quad + \overline{xy}
\end{aligned}$$

所以,  $a = 7, x = 2, y = 5$ .

## 二 高斯求和公式

- 一 1. 图 2-1 中共有多少条线段？  
 2. 若在  $AB$  之间有 10 个分点，那么图中有多少条线段？  
 3. 做完这道题以后，你发现了什么规律？

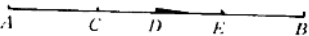


图 2-1

二 下面题中，各有多少个三角形？

1. 如图 2-2；2. 如图 2-3；  
 3. 如图 2-4；4. 如图 2-5。

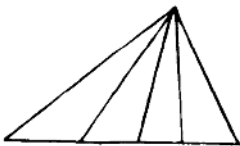


图 2-2

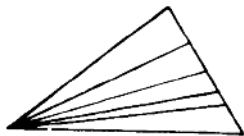


图 2-3

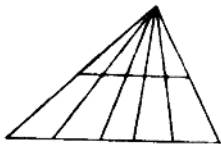


图 2-4

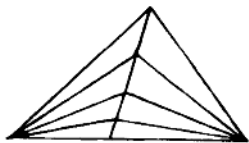


图 2-5

三 如图 2-6, 在  $\angle AOB$  中, 从  $O$  点出发的射线有 10 条:  $l_1, l_2, \dots, l_{10}$ , 这个图中共形成了多少个锐角?



图 2-6

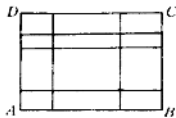


图 2-7

四 图 2-7 中共有多少个长方形?

五 五年级一班开学第一天每两位同学见面互相握手问候一次, 全班 40 人共握手多少次?

六 30 把锁的 30 把钥匙全都弄乱了, 要使每把锁都配上自己的钥匙, 最多要试多少次?

七 如图 2-8 所示的一个堆放铅笔的 V 型架, 它的最下面一层放一支铅笔, 往上每一层都比它下面一层多放一支铅笔, 最上面一层放了 120 支铅笔. 问这个 V 型架上共放了多少支铅笔?

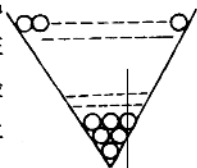


图 2-8

八 已知墙上的挂钟几点钟就打点几下, 每半点钟打点一下, 问挂钟一昼夜共打点几下(钟面上只有 1 点—12 点)?

## 思路分析与参考答案

一 1. 要正确解答这类问题,基本的要求是在数线段时要做到不遗漏、不重复,因此必须有次序、有条理地进行.

我们把图 2-1 中的  $AC$ 、 $CD$ 、 $DE$ 、 $EB$  叫做基本线段,那么由一条基本线段构成的有  $AC$ 、 $CD$ 、 $DE$ 、 $EB$  四条线段;由两条基本线段构成的有  $AD$ 、 $CE$ 、 $DB$  三条线段;由三条基本线段构成的有  $AE$ 、 $CB$  两条线段;由四条基本线段构成的只有  $AB$  一条线段.

共有  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  条线段.

我们还可以抓住线段的左端点来考虑,有以下几种情况:左端点是  $A$  的有  $AC$ 、 $AD$ 、 $AE$ 、 $AB$  四条线段;左端点是在  $C$  的有  $CD$ 、 $CE$ 、 $CB$  三条线段;左端点是  $D$  的有  $DE$ 、 $DB$  两条线段;左端点是  $E$  的只有  $EB$  一条线段.

共有  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  条线段.

2. 仿照 1 题的分析,共有  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 66$  条线段.

3. 发现的规律是:在线段  $AB$  上添一个点,得  $1 + 2 = 3$  条线段;添两个点,得  $1 + 2 + 3 = 6$  条线段,添三个点,得  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  条线段;……其结果恰好是前若干个连续自然数的和,而自然数的个数等于  $AB$  间所添的点数加 1.

关于求若干个连续自然数的和的问题,有这样一个故事:

德国大数学家高斯(1777 ~ 1855),从小就表现出了非凡

的数学才能。他在小学读书时，一次老师布置了一道题，要学生计算从1到100这100个自然数的和。老师刚解释完题，高斯就求出了结果，而其他同学还在逐个地加呢。他是这样想的：

$$1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101, 3 + 98 = 101, \dots, 49 + 52 = 101, 50 + 51 = 101.$$

1—100 这一百个数被分成了 50 对，每对数之和都是 101，所以，

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 \\ &= (1 + 100) \times 100 \div 2 \\ &= 5050 \end{aligned}$$

一般地有， $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(n+1) \times n}{2}$

二 1. 仔细观察图 2-2，可以发现所有的三角形只有一个公共顶点，所以三角形的个数与底边线段的条数一样多。

共有  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  个三角形。

2.  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  个三角形。

3. 大三角形中的一条横线把大三角形分为两层。上半部分构成的三角形个数与原三角形的个数一样多。

$$\begin{aligned} & \text{共有 } 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 2 \times \frac{(5+1) \times 5}{2} \\ &= 30 \text{ 个三角形。} \end{aligned}$$

4. 要分成左半部分、右半部分和整体三方面考虑。

共有  $2 \times (1 + 2 + 3 + 4) + 4 = 24$  个三角形。



三 仿1题的分析,共分割出

$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10 + 11 = \frac{(11 + 1) \times 11}{2} \\ = 66 \text{ 个锐角.}$$

四 这个问题与数线段问题有十分密切的关系. 在线段  $AB$  上共有  $1 + 2 + 3 = 6$  条线段, 在线段  $AD$  上共有  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  条线段. 我们把  $AB$  上每条线段作为长,  $AD$  上每条线段作为宽, 共可以组成  $6 \times 10 = 60$  个长方形.

五 这40人编号记为1号、2号、…40号, 那么1号同学要与2号到40号每人握手一次, 共39次; 2号同学要与3号到40号每人握手一次, 共38次; 3号同学要与4号到40号每人握手一次, 共37次; ……最后39号同学与40号握手一次. 共握手  $39 + 38 + 37 + \cdots + 1 = \frac{(39 + 1) \times 39}{2} = 780$  次.

六 仿5题的分析, 最多要试  $30 + 29 + 28 + \cdots + 1 = \frac{(30 + 1) \times 30}{2} = 465$  次.

七 共放了  $1 + 2 + 3 + \cdots + 120 = \frac{(120 + 1) \times 120}{2} = 7260$  支铅笔.

八 一昼夜整点共打点  $2 \times (1 + 2 + 3 + \cdots + 12) = 2 \times \frac{(12 + 1) \times 12}{2} = 156$  下, 半点共打点24下, 所以一昼夜共打点  $156 + 24 = 180$  下.