

992

TB301

F18

“工业与民用建筑工程专业”专科(含高职、
自考、成人、函授等)系列自学辅导教材

《材料力学》学习指导

主 编 樊友景

副主编 高秀华



A0931060

武汉工业大学出版社

• 武 汉 •

图书在版编目(CIP)数据

《材料力学》学习指导/樊友景主编. —武汉:武汉工业大学出版社,2000.6
ISBN 7-5629-1571-7

I. 材… II. 樊… III. 材料力学-教辅 IV. TQ188

武汉工业大学出版社出版发行
(武昌珞狮路122号 邮政编码:430070)
武汉工业大学出版社印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:14.5 字数:368千字
2000年6月第1版 2000年6月第1次印刷
印数:1—3000册
定价:17.50元

绪 论

一、基本要求

1. 明确材料力学的任务和研究对象。
2. 初步了解构件的强度、刚度和稳定性等基本概念。
3. 了解变形固体及其基本假定。
4. 初步了解杆件的基本变形形式。

二、重点、难点分析

1. 材料力学的任务

要保证结构或机械安全正常地工作,组成它们的构件必须满足强度要求、刚度要求、稳定性要求。

构件的强度是指构件抵抗破坏的能力;

构件的刚度是指构件抵抗变形的能力;

构件的稳定性是指构件保持原有平衡状态的能力。

而构件的强度、刚度和稳定性均与材料的力学性质密切相关。

因此,材料力学的任务是研究构件(主要是杆件)在外力作用下的受力、变形的规律和材料的力学性能,从而建立构件满足强度、刚度和稳定性要求所需的条件,为既安全又经济地设计构件提供必要的理论基础和计算方法。

2. 变形固体及其基本假设

变形固体:在外力作用下发生变形的固体称为变形固体。严格地讲,自然界的一切固体都是变形固体。

变形固体的变形可分为弹性变形和塑性变形。弹性变形是指作用在变形体上的外力去掉后可以完全消失的变形;塑性变形是指外力去掉后,变形不能全部消失而残余的变形。

变形固体的基本假设:

- ①连续性假设:组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的几何空间。
- ②均匀性假设:在固体的体积内,各处的力学性质完全相同。
- ③各向同性假设:固体在各个方向上的力学性质完全相同。
- ④小变形假设:构件由外力引起的变形远小于构件原始尺寸。

根据上述假设,可以认为,在物体内各处沿各个方向的变形和位移等物理量是连续的,可用坐标的连续函数表示;同时可将微元体的研究成果推广到整个物体,也可将用大尺寸试件测得的材料性质应用到微元体上去。

另外由于构件的变形很小,在建立构件的平衡方程时,可采用构件变形前的原始尺寸进行计算。

3. 杆件变形的形式

杆件:若构件的长度远大于横截面尺寸,称为杆件。材料力学只研究杆件。

杆件的基本变形:见表 0-1。

表 0-1 杆件的基本变形

基本变形	受力及变形图	受力特征	变形特征
轴向拉伸		外力合力的作用线与杆件轴线重合	轴向伸长横向缩短
轴向压缩			轴向缩短横向伸长
剪切		受等值、反向相距很近的一对横向力作用	杆件沿两力的分界面而发生相对错动的趋势
扭转		外力偶的作用面与杆件的轴线垂直	横截面之间绕轴线发生相对转动
弯曲		外力均作用在杆件的纵向对称平面内	杆轴线变形成外力作用面内的曲线

组合变形:杆件在外力作用下,同时发生两种或两种以上的基本变形,称为组合变形。

三、单元测试

1. 选择题(如果题目有 5 个备选答案,选出 2~5 个正确答案,有 4 个备选答案选出一个正确答案。)

0-1 构件在外力作用下_____的能力称为稳定性。

- A. 不发生断裂
- B. 保持原有平衡状态
- C. 不产生变形
- D. 保持静止

0-2 物体受力作用而发生变形,当外力去掉后又能恢复原来形状和尺寸的性质称为_____。

- A. 弹性
- B. 塑性
- C. 刚性
- D. 稳定性

0-3 下列结论中正确的是_____。

- A. 理论力学主要研究物体机械运动的一般规律
- B. 材料力学主要研究杆件受力后变形与破坏的规律
- C. 理论力学中不考虑物体的变形,材料力学研究可变形固体
- D. 理论力学研究的问题不涉及材料的力学性质
- E. 材料力学研究的问题与材料的力学性质密切相关

0-4 由均匀、连续性假设,可以认为_____。

- A. 构件内各点应力、内力均相等
- B. 构件内各点变形、位移均相等
- C. 构件内的应力、变形和位移可用点坐标的连续函数来表示
- D. 材料的强度在各点都相等
- E. 材料的弹性模量在各点是相同的

0-5 各向同性的假设是指材料在各个方向_____。

- A. 弹性模量具有相同的值 B. 变形相等
- C. 具有相同的强度 D. 应力相等
- E. 受力和位移是相同的

0-6 小变形指的是_____。

- A. 构件的变形很小
- B. 刚体的变形
- C. 构件的变形比其尺寸小得多
- D. 构件的变形可以忽略不计

0-7 材料力学主要研究_____。

- A. 材料的机械性能
- B. 材料的力学问题
- C. 构件中力与材料的关系
- D. 构件受力后的变形与破坏的规律

0-8 下列材料可以认为是各向同性的是_____。

- A. 钢材 B. 浇注得很好的混凝土
- C. 木材 D. 胶合板 E. 塑料

2. 判断题

0-9 材料力学的任务是在保证安全的原则下设计构件。()

0-10 构件的强度、刚度和稳定性与所用材料的力学性质有关。()

0-11 要使结构安全正常地工作,就必须要求组成它的大部分构件能安全正常地工作。
()

0-12 任何物体在外力作用下,都会产生变形。()

0-13 自然界中的物体分为两类:绝对刚体和变形固体。()

0-14 设计构件时,强度越高越好。()

3. 填空题

0-15 材料力学的任务是在_____原则下为设计构件提供基本理论和计算方法。

0-16 构件的强度表示构件_____能力。

0-17 构件的刚度表示构件_____能力。

0-18 构件的稳定性表示构件_____能力。

0-19 杆件的几何特征是其长度_____。

0-20 杆件的轴线是_____。

0-21 杆件在外力作用下的四种基本变形分别是:_____,_____,_____,_____。

第一章 轴向拉伸与压缩

一、基本要求

1. 建立内力的概念,能熟练地运用截面法求轴力,并画出轴力图。
2. 建立应力的概念,能灵活地运用强度条件解决强度计算的三类问题。
3. 建立变形和位移的概念,明确虎克定律 $\sigma=E\varepsilon$ 和 $\Delta L=\frac{NL}{EA}$ 的物理含义及其适用范围;并能正确计算拉压杆的变形和位移。
4. 了解低碳钢的 $\sigma-\varepsilon$ 曲线,明确塑性材料和脆性材料的力学性能及其差别。
5. 了解超静定问题的基本概念,会分析超静定次数。

二、重点、难点分析

1. 拉压杆的概念

拉压杆:在外力作用下产生轴向拉伸或轴向压缩变形的杆件称为拉压杆。

拉压杆的受力特征:外力的合力作用线与杆件的轴线重合。

拉压杆的变形特征:轴向伸长或缩短。

2. 内力和应力的概念

(1)内力

构件受外力作用而发生变形,构件内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用力,就是材料力学中所研究的内力。

(2)截面法

用以显示和求解内力的一般方法。截面法的具体步骤为:

- ①截开:在待求内力的截面处假想地将构件截开分为两部分,取其中一部分作为研究对象,称为分离体,如图 1-1(a)所示。
- ②代替:用内力代替舍去部分对分离体的作用。如图 1-1(b)所示。
- ③平衡:对分离体列平衡方程,求解未知内力。

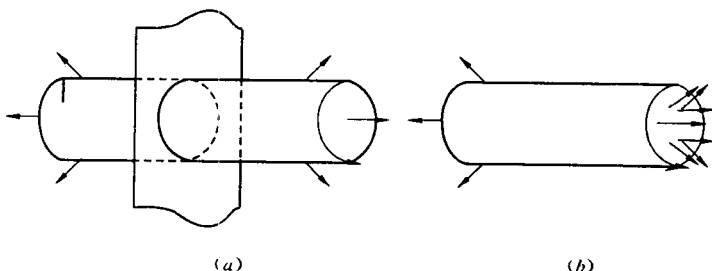


图 1-1

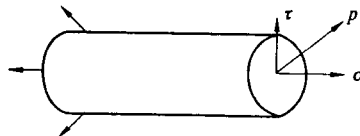


图 1-2

(3)应力

截面上一点处的分布内力的集度,或一点处微小面积趋于零时单位面积上的内力,称为该截面该点处的应力 p (也称为全应力)。为了计算方便,常将 p 分解为两个分量(如图 1-2):

①垂直于截面的分量 σ ,称为正应力;②相切于截面的分量 τ ,称为剪应力。

注意:①正应力的“正”字表示正交垂直的意思,不是正负值的意思。正应力以拉为正,压为负。

② p 、 σ 和 τ 三者之间的关系是: $p^2 = \sigma^2 + \tau^2$ 。

③ 应力单位是 Pa(读作帕);常用 MPa(读作兆帕)。 $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$; $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa} = 10^6\text{N/m}^2 = 1\text{N/mm}^2$ 。

3. 拉压杆的内力和应力

(1) 轴力

轴向拉压时,杆件横截面上的内力作用线与杆轴线重合,称这种内力为轴力,拉力为正,压力为负。

求轴力的基本方法是截面法。用来表示轴力沿杆轴线变化情况的图形称为轴力图。关于轴力的计算和轴力图的绘制可参见例题 1-1。

(2) 横截面上的应力

拉压杆横截面上只有正应力 σ ,且 σ 在横截面上均匀分布。

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (1-1)$$

式中: N ——横截面上的轴力;

A ——横截面积。

公式(1-1)只适用拉压杆,即外力必须与杆轴线重合。另外在加力点附近、开孔或杆件横截面突变处(由于存在应力集中),这些区域的应力是非均匀分布的,因而公式(1-1)不再适用。

(3) 斜截面上的应力

拉压杆的斜截面上不仅有正应力,还有剪应力。最大正应力发生在横截面上,其值为横截面上的正应力 σ ;最大剪应力发生在与横截面夹角 45° 的斜截面上,其值为 $\sigma/2$ 。

4. 材料的力学性质

(1) 低碳钢在拉伸时的力学性质

① 应力-应变曲线的四个变形阶段如图 1-3 所示。

a. 弹性阶段(ob 段):有两个应力特征值,即弹性极限 σ_e 和比例极限 σ_p 。

在比例极限 σ_p 内,应力与应变成正比;在弹性极限 σ_e 内,应力解除后不产生塑性变形。

b. 屈服阶段(cd 段):应力基本不变,等于屈服极限 σ_s ,而应变显著增加。

c. 强化阶段(de 段):应力随应变增长而增加,达到材料所能承受的最高应力值——强度极限 σ_b 。

d. 颈缩阶段(ef 段):试件出现不均匀变形,产生颈缩,变形集中在颈缩区,然后被拉断。

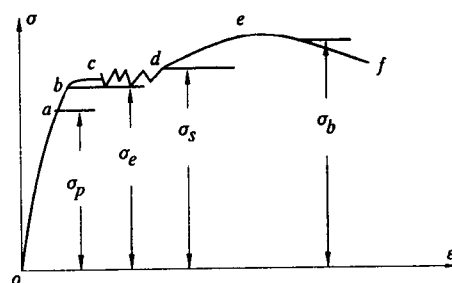


图 1-3 四个变形阶段

②力学性能指标

a. 弹性模量 E : 表示材料在拉伸(压缩)时抵抗弹性变形的能力, 其值等于 σ - ϵ 曲线上 oa 直线段的斜率(如图 1-3 所示), 其值由实验测定。单位是 MPa。

b. 屈服极限 σ_s 和强度极限 σ_b 是衡量材料强度的两个重要指标。

c. 延伸率 $\delta = \frac{\Delta l}{l} \times 100\%$: 其中 Δl 是试件断裂后标距段的残余变形, l 是标距段原长。延伸率是衡量材料塑性的指标。 δ 值越大材料塑性越好。工程上常把 $\delta \geq 5\%$ 的材料称为塑性材料, 而把 $\delta < 5\%$ 的材料称为脆性材料。

③冷作硬化: 若使材料受力超过屈服阶段, 并在进入强化阶段后卸载。则当再度加载时, 材料的比例极限和屈服极限都将有所提高, 而塑性变形能力却有所降低, 这种现象称为材料的冷作硬化。

(2) 其它塑性材料拉伸时的力学性质

其它塑性金属材料(如锰钢、铝合金、球墨铸铁), 延伸率都比较大, 但这些材料却没有明显的屈服阶段, 通常用名义屈服极限 $\delta_{0.2}$ 作为衡量材料强度的指标(名义屈服极限 $\delta_{0.2}$ 是产生 0.2% 塑性应变值时所对应的应力)。

(3) 塑性材料压缩时的力学性质

塑性金属材料压缩时的主要力学性能(δ_p 、 δ_c 、 E)与拉伸时相同。

(4) 脆性材料的力学性质

①没有明显的塑性变形, 弹性变形也很小;

② σ - ϵ 曲线是一条微弯曲线, 材料被认为是近似地服从虎克定律;

③没有比例极限 σ_p 、屈服极限 σ_s , 只有强度极限 σ_b 。并且脆性材料的抗压强度极限 σ_{bc} 大大高于抗拉强度极限 σ_{bt} 。

5. 容许应力和强度计算

(1) 极限应力 σ^0

材料发生断裂或过度的塑性变形而不能正常工作时的状态称为极限状态。材料在极限状态的应力称为极限应力, 用 σ^0 表示。脆性材料的极限状态是断裂, 塑性材料的极限状态是屈服。因此材料的极限应力 $\sigma^0 = \begin{cases} \sigma_{bt} \text{ 或 } \sigma_{bc} & (\text{脆性材料}) \\ \sigma_s \text{ 或 } \sigma_{0.2} & (\text{塑性材料}) \end{cases}$ 。

(2) 容许应力 $[\sigma]$

材料正常工作时容许采用的最高应力, 称为容许应力, 用 $[\sigma]$ 表示:

$$[\sigma] = \sigma^0 / K$$

其中 K 为安全系数。

(3) 强度条件

构件的最大工作应力不得超过材料的容许应力。轴向拉压时为:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (1-2)$$

强度计算的三类问题:

①强度校核: 在已知荷载 P 、横截面面积 A 和材料容许应力 $[\sigma]$ 的情况下, 由 $\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$ 验算杆件是否满足强度要求。

②选择截面:已知荷载 p 、材料容许应力 $[\sigma]$,选择杆件的横截面面积, $A \geq \frac{N}{[\sigma]}$ 。

③确定容许荷载:已知杆件横截面面积和材料的容许应力,确定构件容许承受的最大轴力 $[N] \leq A[\sigma]$,再由 $[N]$ 确定容许荷载。关于强度计算问题参见例 1-3 和例 1-4。

6. 拉压杆的变形计算

杆件受到轴向力作用时,轴向的伸长(或缩短)称为轴向变形 Δl ,横向的缩短(或伸长)称为横向变形 Δb 。

$$\left. \begin{array}{l} \text{当 } \sigma \leq \sigma_p: \text{ 轴向变形 } \Delta l = \frac{Nl}{EA} \\ \text{轴向线应变 } \epsilon = \sigma/E \end{array} \right\} \quad (1-3)$$

(1-3)式是虎克定律的两种表达式。

当 $\sigma \leq \sigma_p$ 时横向应变 ϵ_1 和轴向应变 ϵ 之比是一个常数 μ ,称为泊松比。即

$$\mu = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right| \quad (1-4)$$

μ 和 E 都是反映材料弹性性能的常数。 EA 称为杆件的抗拉刚度,它反映了杆件抵抗拉伸(压缩)变形的能力。

7. 超静定问题

仅由静力平衡方程解不出杆件内力或支座反力的问题称为超静定问题。独立的平衡方程的数目与方程中所含的未知力数目的差值称为超静定次数。

三、典型示例分析

[例 1-1] 图 1-4(a)所示等直杆,其受力情况如图所示, $p_1 = 10\text{kN}$, $p_2 = 40\text{kN}$, $p_3 = 60\text{kN}$, $p_4 = 30\text{kN}$, $p_5 = 20\text{kN}$,求各段中的轴力,并作轴力图。

解:在每段内取一截面如图(b)。

求 1-1 截面轴力 N_1 。将 1-1 截面截开,取左杆段为分离体,假设 N_1 为正(即拉力),画受力图如图(c)列平衡方程 $\sum X = 0$: $N_1 - p_1 = 0$, $N_1 = p_1 = 10\text{kN}$ 。

同理,可求得 2-2 截面轴力(受力图如图(d)), $N_2 = p_1 + p_2 = 50\text{kN}$ 。

求 N_3 和 N_4 时,将杆截开后,因右杆段上包含的外力少,故取右杆段为分离体计算较方便。先求 N_3 ,取 3-3 截面以右为分离体,受力图如图(e)所示。由 $\sum X = -N_3 - p_4 + p_5 = 0$ 得 $N_3 = -p_4 + p_5 = -30 + 20 = -10\text{kN}$,结果为负,说明 N_3 为压力。

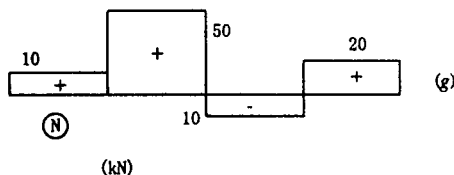
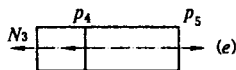
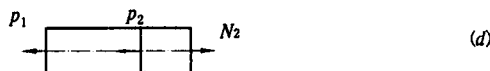
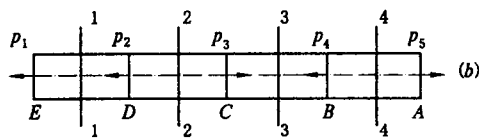
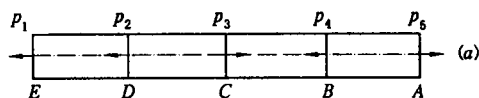


图 1-4

同理可求得: $N_4 = p_5 = 20\text{kN}$ 。

用平行于杆轴的横坐标表示杆件横截面位置, 竖坐标表示该截面轴力。轴力为拉力时, 画在 x 轴上侧标正号; 轴力为压力时, 画在 x 轴下侧标负号。所画轴力图的位置应该与杆件原图上下对齐。作出轴力图如图(g)。

几点注意:

①画受力图时, 轴力按正方向画即画成拉力。这样所得结果正负与其含义相符(拉为正, 压为负)。便于利用所得结果直接画轴力图。另外还可避免犯如下错误。

作 3-3 截面以右分离体的受力图时设 N_3 与 x 轴同向为正, 画受力图如图 1-5, 由 $\sum X=0$ 得

$$N_3 = p_4 - p_5 = 30 - 20 = 10\text{kN}$$

然后错误地认为 N_3 是拉力, 把相应的轴力画在 x 轴上方。

②切忌凭主观判断, 将截面附近作用的外力当作截面上的内力(如本例认为 $N_3 = p_3$)。初学者一定要用截面法计算内力。

③由分离体的平衡方程可以得到: 杆件任一横截面上的轴力等于该截面任一侧杆上所有轴向外力的代数和。如轴向外力背离截面取正, 如外力指向截面取负。当熟练掌握了截面法以后, 也可由这一法则直接写出截面轴力, 而不必一一画出分离体。

④在轴向外力作用处, 轴力图发生突变。恰好在集中外力作用的截面上, 其轴力是不确定的。

[例 1-2] 作图 1-6 所示阶梯状直杆的轴力图。如横截面面积 $A_1 = 200\text{mm}^2$, $A_2 = 250\text{mm}^2$, $A_3 = 400\text{mm}^2$, $E = 2 \times 10^5\text{MPa}$, 求各横截面上的应力及 C、D 截面的位移。

解: ①作轴力图。 $N_1 = -20\text{kN}$, $N_2 = -20 + 20 = 0$, $N_3 = -20 + 20 + 30 = 30\text{kN}$, 作轴力图如图(b)。

$$\textcircled{2} \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-20 \times 10^3}{200} = -100\text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{30 \times 10^3}{400} = 75\text{MPa}$$

③C 截面位移

$$\begin{aligned} \delta_C &= \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = \frac{N_{AB} l_{AB}}{EA_3} + \frac{N_{BC} l_{BC}}{EA_2} \\ &= \frac{30 \times 10^3 \times 1500}{2 \times 10^5 \times 400} = 0.56\text{mm} \\ \delta_D &= \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} \\ &= \frac{30 \times 10^3 \times 1500}{2 \times 10^5 \times 400} + 0 + \frac{-20 \times 10^3 \times 1500}{2 \times 10^5 \times 200} \\ &= 0.56 - 0.75 = -0.19\text{mm} \end{aligned}$$

负号表示杆的总长度缩短, D 点向左移。

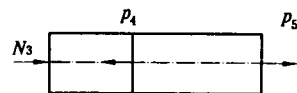


图 1-5

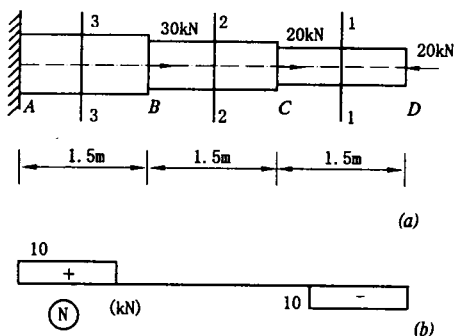


图 1-6

注意:①BC段轴力等于0,变形为0,但由于AB段的变形而产生了向右的刚体位移。这说明变形与位移是两个不同的概念,变形与内力相互依存,而位移与内力不一定有依存关系。

②用虎克定律 $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$ 求杆件变形时,当 N 、 E 、 A 各段不同时,则必须分段计算再叠加起来。

③在计算应力和变形时,要注意各量的单位要协调。力的单位用 N, kN 要化成 N; 如长度单位用 m, 则应力(及 E)单位用 Pa; 如果长度单位用 mm, 则应力单位用 MPa。

[例 1-3] 图 1-7(a)所示屋架受到竖向均布荷载 $q=4.2\text{kN/m}$, 水平钢拉杆的直径 $d=20\text{mm}$, 钢的容许应力 $[\sigma]_1=160\text{MPa}$ 。

- (1)校核拉杆的强度。
- (2)重新选择拉杆的直径。
- (3)拉杆改用 16Mn 钢, 其 $[\sigma]_2=230\text{MPa}$, 拉杆直径应选多大?

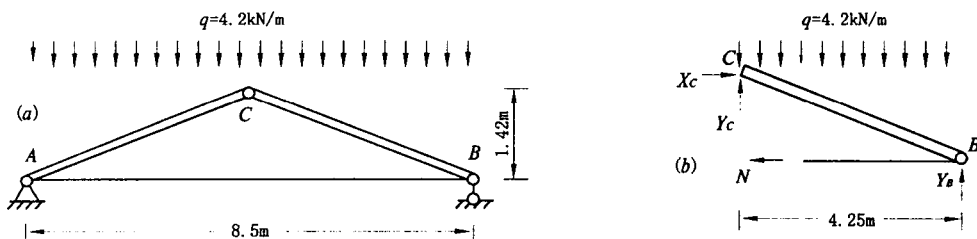


图 1-7

解:(1)求拉杆轴力

由对称性可得:

$$Y_A = Y_B = \frac{1}{2} \times 8.5 \times 4.2 = 17.85\text{kN}$$

用截面法取右半个屋架为分离体,如图(b),由平衡方程 $\sum M_C = 0$:

$$1.42N + 4.25 \times q \times \frac{4.25}{2} - 4.25Y_B = 0$$

解得 $N=26.7\text{kN}$

(2)校核强度

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{26.7 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 20^2} = 85\text{MPa} < [\sigma]$$

所以钢拉杆满足强度要求。

(3)重新选择钢拉杆直径 d_1

$$\text{由 } A \geq \frac{N}{[\sigma]_1} = \frac{26.7 \times 10^3}{160} = 169\text{mm}^2$$

$$\therefore d_1 \geq \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 169}{\pi}} = 14.6\text{mm}, \text{取 } d=15\text{mm}$$

(4)选择 16Mn 钢拉杆直径 d_2 , 可将 $[\sigma]_1$ 换成 $[\sigma]_2=230\text{MPa}$ 重复(3)步计算。另外,现在既然已知钢拉杆直径 d_1 , 也可以利用下式进行计算。

$$\frac{\pi}{4}d_1^2[\sigma]_1 = \frac{\pi}{4}d_2^2[\sigma]_2 = N$$

它表明,两种情况杆的容许轴力相等都等于 N ,由此得到

$$d_2 = d_1 \sqrt{\frac{[\sigma]_1}{[\sigma]_2}} = 14.6 \sqrt{\frac{160}{230}} = 12.2 \text{ mm}$$

在工程中当需要改变设计时,常用这种计算方法。

[例 1-4] 图 1-8(a)所示结构:

①杆为钢杆 $A_1=1000\text{mm}^2$, $[\sigma]_1=160\text{MPa}$;

②杆为木杆 $A_2=20000\text{mm}^2$, $[\sigma]_2=7\text{MPa}$ 。

求结构的容许荷载 $[p]$ 。

解:(1)建立轴力与荷载的关系

取结点 C 为分离体,设①杆受拉,②杆受压,受力图如

(b)所示,由平衡方程

$$\sum X = 0: -N_1 \sin 30^\circ + N_2 \sin 60^\circ = 0 \quad (a)$$

$$\sum Y = 0: N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 60^\circ - p = 0 \quad (b)$$

$$\text{解得: } N_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} p \quad (1)$$

$$N_2 = \frac{p}{2} \quad (2)$$

(2)求各杆容许轴力

杆①、杆②达到强度条件所容许的轴力为

$$[N_1] = [\sigma]_1 A_1 = 160 \times 1000 = 160000 \text{ N} = 160 \text{ kN} \quad (3)$$

$$[N_2] = [\sigma]_2 A_2 = 7 \times 20000 = 140000 \text{ N} = 140 \text{ kN} \quad (4)$$

(3)计算容许荷载:分别计算出各杆轴力达到容许轴力时所对应的容许荷载,从中选取较小者,即为结构的容许荷载 $[p]$ 。

$$\text{由(1)(3)两式得: } [p_1] = \frac{2}{\sqrt{3}} [N_1] = 184.7 \text{ kN}$$

$$\text{由(2)(4)两式得: } [p_2] = 2 [N_2] = 280 \text{ kN}$$

比较 $[p_1]$, $[p_2]$ 则 $[p] = [p_1] = 184.7 \text{ kN}$ 。

注意:解这一类求容许荷载的问题时应注意以下重要的概念。

①一般情况下,当一根杆的实际轴力达到了容许轴力 $[N]$ 时(该杆称为最危险杆),其它杆的轴力还小于容许轴力,此时结构所承受的荷载即为结构的容许荷载 $[p]$ 。

②杆件的轴力与荷载 p 的关系是确定的[如本例式(1)、(2)]。而杆件的容许轴力与荷载无关,它是由杆件横截面面积 A 和容许应力 $[\sigma]$ 确定的。所以,轴力大的杆,其容许轴力可能也大,不一定是结构中最危险的杆。另外,容许轴力小的杆,它所受轴力可能也小,也不一定就是结构中最危险的杆。

明确了以上概念,不难理解下列三种处理方法都是错误的。

①将两杆的容许轴力 $[N_1]$ 和 $[N_2]$ 代入平衡方程(b)中,求出 $[p] = [N_1] \cos 30^\circ + [N_2] \cos 60^\circ = 280.6 \text{ kN}$ 。

这样做,实际上是认为两根杆同时达到了危险状态,一般情况下是不可能的。另外将

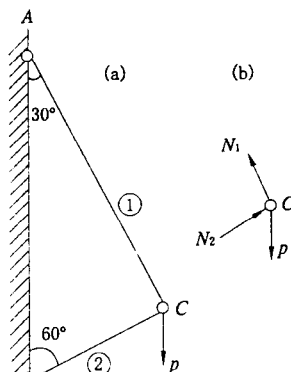


图 1-8

$[N_1]$ 、 $[N_2]$ 代入平衡方程(a)也不满足。

②认为受力较大的杆①就是最危险的杆,由此确定结构的容许荷载,由式(1)、(3)得到:

$$[p] = \frac{2}{\sqrt{3}}[N_1] = 184.7\text{kN}$$

所得结果尽管与正确答案相同,只是巧合而已,这种分析方法是片面的。只有两杆的容许轴力相同时,才能断定受力较大的杆就是最危险的杆。

③认为容许轴力较小的杆②就是最危险的杆,由此确定结构的容许荷载。由(2)、(4)式得到:

$$[p] = 2[N_2] = 280\text{kN}$$

这种分析方法也是片面的。只有两杆实际受力相等时,才能断定容许轴力较小的杆是最危险杆。

四、单元测试

1. 选择题(如果题目有 5 个备选答案选出其中 2~5 个正确答案,有 4 个备选答案选出其中一个正确答案。)

1-1 图 1-9 所示的杆件中,属于轴向拉压杆的是_____。

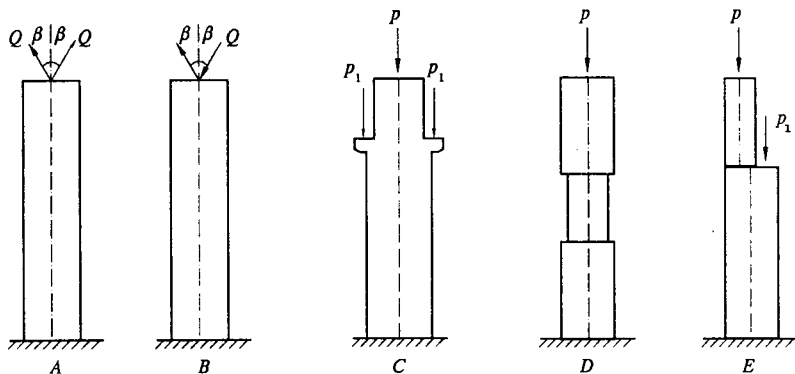


图 1-9

1-2 等直杆受力如图 1-10,则杆内最大轴力 $N_{\max}$ 和最小轴力 $N_{\min}$ 是_____。

A. 50, -5 B. 55, -40 C. 55, -25 D. 20, -5

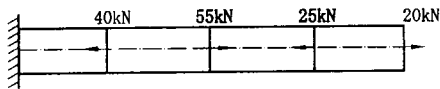


图 1-10

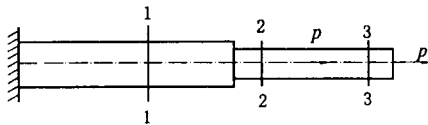


图 1-11

1-3 变截面杆受力如图 1-11,设 N_1 、 N_2 、 N_3 分别表示杆件中 1-1、2-2、3-3 截面内力,则下列结论正确的是_____。

A. $N_1 > N_2 > N_3$ B. $N_1 = N_2 = N_3$

C. $N_1 = N_2 > N_3$ D. $N_1 < N_2 = N_3$

1-4 变截面杆如图 1-12 所示,设 N_1 、 N_2 、 N_3 分别表示杆件中截面 1-1、2-2、3-3 上的内

力,则下列结论正确的是_____。

- A. $N_1 \neq N_2 \neq N_3$ B. $N_1 = N_2 > N_3$
C. $N_1 = N_2 = N_3$ D. $N_1 = N_2 < N_3$

1-5 图 1-13 所示四种杆件的内力(轴力)分别用 N_1 、 N_2 、 N_3 、 N_4 表示,下列关于它们正负号的论述正确的是_____。

- A. N_1 、 N_4 为正 B. N_2 、 N_3 为负
C. N_1 、 N_2 为正 D. N_3 、 N_4 为负
E. N_3 、 N_4 为正

1-6 应力公式 $\sigma = \frac{N}{A}$ 的适用范围是_____。

- A. $\sigma \leq \sigma_p$
B. 外力合力作用线必须与杆轴线重合
C. 杆件必须是等截面直杆,而不能是成阶梯变化的

不等截面杆

- D. 同一横截面必须由同一种材料组成
E. 杆件各段必须是同一种材料

1-7 图 1-14 所示各杆,可用应力公式 $\sigma = \frac{N}{A}$ 计算 1-1 截面应力的杆件是_____。

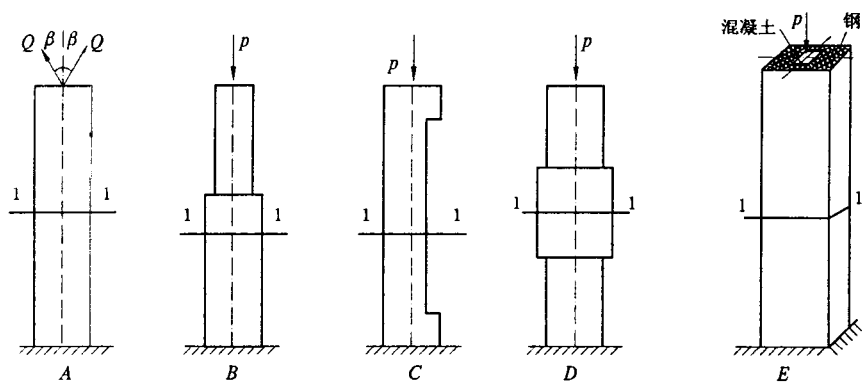


图 1-14

1-8 图 1-15 杆件不能用应力公式 $\sigma = \frac{N}{A}$ 计算正应力的截面是_____。

- A. 1-1 B. 2-2 C. 3-3
D. 4-4 E. 5-5

1-9 两根等直杆 AB 和 A'B' 均受自重作用,

如图 1-16 所示。两杆的长度和容积密度相同,横截面面积分别为 A 和 A' ,设 $N(x)$, $N'(x)$, $\sigma(x)$, $\sigma'(x)$ 分别表示两杆的轴力和应力。则下列结论正确的是_____。

- A. $N(x) = N'(x)$, $\sigma(x) = \sigma'(x)$
B. $N(x) \neq N'(x)$, $\sigma(x) = \sigma'(x)$

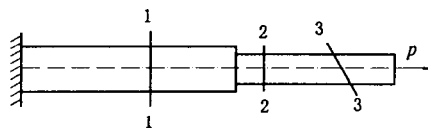


图 1-12

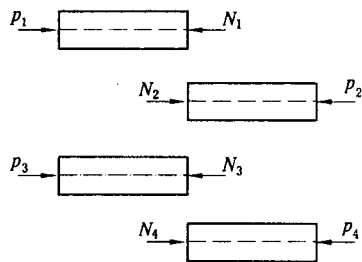


图 1-13

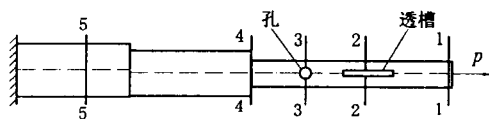


图 1-15

C. $N(x) \neq N'(x), \sigma(x) \neq \sigma'(x)$

D. $N(x) = N'(x), \sigma(x) \neq \sigma'(x)$

1-10 若两等直杆的横截面面积为 A , 长度为 l , 两端所受轴向拉力均相同, 但材料不同, 那么下列结论正确的是_____。

A. 两者轴力相同应力相同

B. 两者应变和伸长量不同

C. 两者变形相同

D. 两者强度相同

E. 两者刚度不同

1-11 图 1-17 所示为一刚性杆 AB 上连接三根材料相同、横截面面积相同的杆件。在外力 p 作用下, 下列关系正确的是_____。

A. $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3$

B. $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

C. $N_1 = N_2 = N_3$

D. $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_3$

E. $\Delta l_1 : \Delta l_2 : \Delta l_3 = 3 : 2 : 1$

1-12 一圆截面直杆, 两端承受拉力作用, 若将其直径增大一倍, 其它条件不变, 则_____。

A. 其轴力不变 B. 其应力是原来的 $\frac{1}{4}$

C. 其强度将是原来的 2 倍

D. 其伸长量是原来的 $\frac{1}{4}$

E. 其抗拉刚度将是原来的 4 倍

1-13 图 1-18 所示两根杆, 材料相同。其中杆①为变截面圆杆, 杆②为等截面圆杆。下列结论正确的是_____。

A. 两杆轴力相同

B. 两杆最大应力相同

C. 两杆的伸长量相同

D. 杆①中的最大应力是杆②中应力的 4 倍

E. 杆①的伸长量是杆②伸长量的 2.5 倍

1-14 设 ϵ 和 ϵ_1 分别表示拉压杆的轴向线应变和横向线应变, μ 为材料的泊松比, 则下列结论正确的是_____。

A. $\mu = \frac{\epsilon_1}{\epsilon}$

B. $\mu = -\frac{\epsilon_1}{\epsilon}$

C. $\mu = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right|$

D. $\mu = -\left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right|$

E. 当 $\sigma \leq \sigma_p$ 时, $\mu = \text{常数}$

1-15 钢材经过冷作硬化处理后, 其性能的变化是_____。

A. 比例极限提高

B. 屈服极限提高

C. 弹性模量降低

D. 延伸率提高

E. 塑性变形能力降低

1-16 低碳钢的拉伸 $\sigma-\epsilon$ 曲线如图 1-19。若加载至强化阶段的 C 点, 然后卸载, 则应力

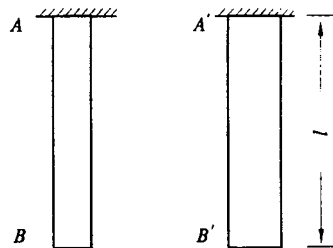


图 1-16

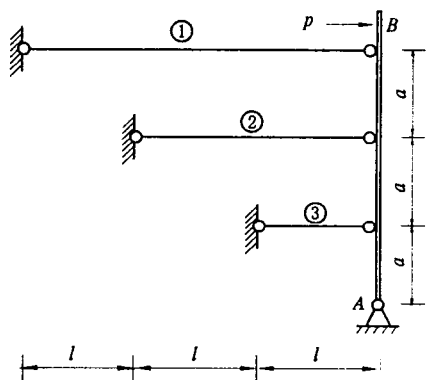


图 1-17

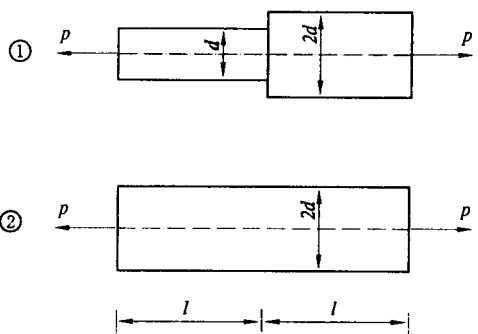


图 1-18

回到零值的路径是沿_____。

- A. 曲线 $cbao$
- B. 曲线 cbf ($bf \parallel oa$)
- C. 直线 ce ($ce \parallel oa$)
- D. 直线 cd ($cd \parallel o\sigma$ 轴)

1-17 低碳钢的拉伸 σ - ϵ 曲线如图 1-19, 若加载至强化阶段的 C 点时, 试件的弹性应变和塑性应变分别是_____。

- A. 弹性应变是 of
- B. 弹性应变是 oe
- C. 弹性应变是 ed
- D. 塑性应变是 of
- E. 塑性应变是 oe

1-18 图 1-20 所示为一端固定的橡胶板条, 若在加力前在板表面划条斜直线 AB , 那么加轴向拉力后 AB 线所在位置是_____ (其中 $ab \parallel AB \parallel ce$)。

- A. ab
- B. be
- C. ce
- D. ed

1-19 等截面直杆承受拉力 p 作用, 若选用三种不同的截面形状: 圆形、正方形、空心圆, 比较材料用量, 则_____。

- A. 正方形截面最省料
- B. 圆形截面最省料
- C. 空心圆截面最省料
- D. 三者用料相同

1-20 图 1-21 表示四种材料的应力-应变曲线, 则:

- (1) 弹性模量最大的材料是_____。
- (2) 强度最高的材料是_____。
- (3) 塑性性能最好的材料是_____。

1-21 若直杆在两外力作用下发生轴向拉伸(压缩)变形, 则此两外力应满足的条件是_____。

- A. 等值
- B. 反向
- C. 同向
- D. 作用线与杆轴线重合
- E. 作用线与轴线垂直

1-22 轴向受拉杆的变形特征是_____。

- A. 轴向伸长横向缩短
- B. 横向伸长轴向缩短
- C. 轴向伸长横向伸长
- D. 横向线应变与轴向线应变正负号相反
- E. 横向线应变 ϵ' 与轴向线应变 ϵ 的关系是 $\epsilon' = \mu\epsilon$

1-23 低碳钢(等塑性金属材料)在拉伸与压缩时力学性能指标相同的是_____。

- A. 比例极限
- B. 弹性极限
- C. 屈服极限
- D. 强度极限
- E. 弹性模量

1-24 材料安全正常地工作时容许承受的最大应力值是_____。

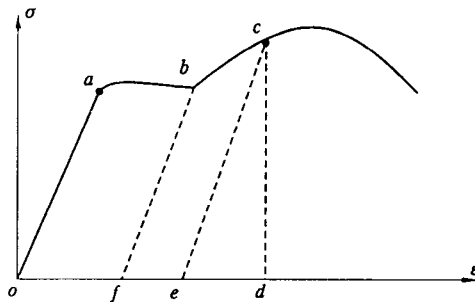


图 1-19

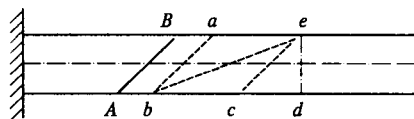


图 1-20

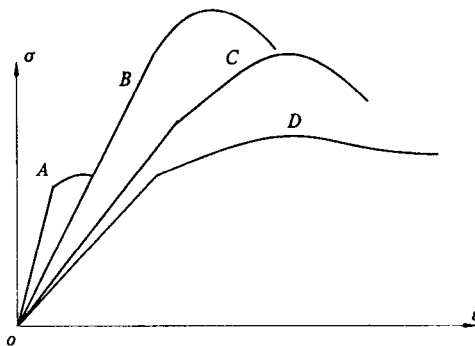


图 1-21

A. σ_p B. σ_s C. σ_b D. $[\sigma]$

1-25 拉杆的危险截面一定是全杆中_____的横截面。

A. 轴力最大 B. 面积最小 C. 应力 σ 最大
D. 位移最大 E. 应变 ϵ 最大

1-26 若正方形横截面的轴向拉杆容许应力 $[\sigma]=100\text{MPa}$, 杆两端的轴向拉力 $N=2.5\text{kN}$, 根据强度条件, 拉杆横截面的边长至少为_____。

A. $\sqrt{\frac{100}{2500}}\text{m}$ B. $\sqrt{\frac{2.5}{100}}\text{m}$ C. $\sqrt{\frac{2500}{100}}\text{m}$ D. 5mm

1-27 长度、横截面和轴向拉力相同的钢杆与铝杆的关系是两者的_____。

A. 内力相同 B. 应力相同 C. 容许荷载相同
D. 轴向线应变相同 E. 轴向伸长量相同

1-28 长度和轴向拉力相同的钢拉杆①和木拉杆②, 如果产生相同的伸长量, 那么两者之间的关系是_____。

A. $\epsilon_1 = \epsilon_2$ B. $\sigma_1 > \sigma_2$ C. $\sigma_1 = \sigma_2$ D. $A_1 > A_2$ E. $A_1 < A_2$

(其中 ϵ_1 、 σ_1 、 A_1 为钢杆的应变、应力和横截面面积, ϵ_2 、 σ_2 、 A_2 为木杆的应变、应力和横截面面积。)

1-29 图 1-22 所示拉杆 B 截面的轴力 $N_B =$ _____。

A. -6kN B. -9kN
C. 3kN D. 不确定

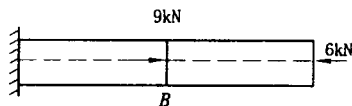


图 1-22

1-30 现有铸铁和钢两种材料。在图 1-23 所示结构中, 合理的选材方式是_____。

A. ①杆选钢, ②杆选铸铁
B. ①杆选铸铁, ②杆选钢
C. 两杆均选钢
D. 两杆均选铸铁

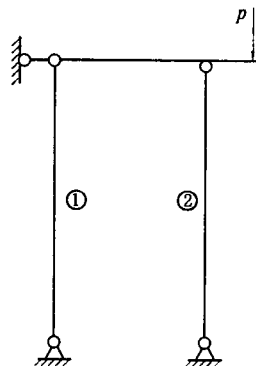


图 1-23

2. 判断题

1-31 应力分为两种, 即正应力和剪应力。并且同一截面上的正应力和剪应力必须互相垂直。()

1-32 正应力的“正”字指的是正负的意思, 所以正应力恒大于 0。()

1-33 杆件的某个横截面上, 各点正应力均为零, 则轴力必为零。()

1-34 轴力是拉压杆横截面上唯一的内力。()

1-35 图 1-24 所示等直杆在自重作用下, 横截面上的轴力与截面的位置有关而与横截面积无关。()

1-36 图 1-24 所示等直杆在自重作用下, 横截面上的应力与横截面的位置有关而与横截面的形状无关。()

1-37 杆件受拉如图 1-25 所示, 由于横截面 1-1、2-2 的面积为 $A_1=2A_2$, 所以正应力 $\sigma_2=2\sigma_1$ 。()