TARGET 目标2002成人高考系列

《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》配套教材

全国各类成人高等学校招生考试专用教材

数学

文史财经类

高中起点升本/专科

刘其隆/主编

中国人事出版社

全国各类成人高等学校招生考试专用教材

《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》配套教材

（高中起点升本、专科）

数　　学

（文史财经类）

主编　刘其隆

中国人事出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学/刘其隆主编. --北京:中国人事出版社,1997.9(2001.7 重印)
全国各类成人高等学校招生考试专用教材·文史财经类
ISBN 7-80139-111—X
Ⅰ.数… Ⅱ.刘… Ⅲ.数学课—成人教育—高等学校—入学考试—教材 Ⅳ.G723.46
中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 20086 号

中国人事出版社出版

(100101 北京朝阳区育慧里 5 号)

新 华 书 店 经 销
北京新丰印刷厂印刷
*
2000 年 7 月第 2 版　　2001 年 7 月第 6 次印刷
开本:787×1092 毫米 1/16　　印张:19
字数:460 千字　　印数:45001—60000 册
定价:17.80 元

2001 年重印说明

本套教材是《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》(高中起点升本/专科)的配套用书,供参加 2002 年成人高考的考生使用。

本套教材自 1997 年首次出版以来,经过不断的修订完善,现已成为质量上乘的教学用书,深得全国广大师生的好评和认可。

在 2001 年 8 月重印之际,我们根据广大师生提出的建议和反映的情况,对本套教材的部分科目作了适当的修订,进一步提高了本套教材的整体质量。

修订后的教材仍然保持原有风格及特点:

1. 严格遵照教育部 2000 年颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》的基本精神和要求。既体现新大纲的要求,又兼顾学科的系统性和知识的连贯性。课文内容由浅入深,通俗易懂,利教易学。

2. 严格遵照新大纲的新的命题精神,精编各章练习,力求在知识范围、能力层次要求、题型结构等方面适应和满足新大纲的要求。

欢迎广大师生对本套教材存在的不足之处批评指正,使其在使用中不断提高和日臻完善。

全国成人高等学校招生考试专用教材编委会

2001 年 7 月

第 二 版 前 言

教育部于2000年修订并颁布了新的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》，同原大纲相比，新的考试大纲无论从考试内容、考试范围，还是考试形式、考试题型、命题方向等方面都作了较大的修改和调整。

本套教材正是在这种背景下进行修改或重新编写的。

本套教材于1997年首次出版，由于其独具的特点和风格，立即获得了广泛的好评。其间，经过1998年、1999年的两次修订，已成为质量上乘、极具权威性的复习教材，成为各地教委、学校、辅导班、学员的首选学习教材。

本套教材适用于报考各类成人高等学校（包括广播电视大学、职工高等学校、管理干部学院、教育学院和教师进修学校，独立设置的函授学院，普通高等学校举办的干部专修科、师资科、脱产班、函授部、夜大等）的考生和各类成人高考辅导班作为教材。同时可供成人高中学员、教师和教研室人员学习与参考。

本次修订，我们仍本着为考生负责的态度，坚持两个原则：一是主编和参订工作的编委、审定人员基本上为原班人马，皆系对2000年修订、颁布的新大纲的内容和要求了如指掌的成人教育界的专家、学者，以保证本套教材的权威性；二是严格遵循新大纲的要求，紧扣新大纲，以利于本套教材质量的进一步提高，在第一版的基础上，更上一层楼。

修订后的教材具有如下特点：

1. 严格遵照教育部2000年颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》的基本精神和要求，与其同步。既体现新大纲的要求，又兼顾学科的系统性和知识的连贯性。课文内容由浅入深，通俗易懂，利教易学。

2. 严格遵照新大纲的新的命题精神，精编各章练习，力求在知识范围、能力层次要求、题型结构等方面适应和满足新大纲的要求。

《数学》（文史财经类）由刘其隆副教授主编。参加编写的还有逯新丽、张长胜、张纯兰同志。该书的修订工作由刘其隆副教授主持。

为了把本书编得更好，欢迎读者对本书存在的不足之处批评指正，待再版时进一步修订完善。

全国成人高等学校招生考试专用教材编委会

2000年7月

目　录

第一部分　代　数

第二部分　平面三角

第三部分　平面解析几何

第一部分　代　数

第一章　数、式、方程和方程组

第一节　实数及其概念

一、实数的基本概念

（一）实数系

1. 有理数

整数和分数统称**有理数**. 有理数可用最简分数$\frac{p}{q}$（p、q 互质）表示. 整数可以看成分母是 1 的分数.

任何一个有理数都可以写成有限小数（整数看成小数点后是零的小数）或循环小数的形式. 反过来也对，即任何有限小数和循环小数都是有理数.

2. 无理数

无限不循环小数叫做**无理数**.

如：$\sqrt{2}=1.41421356\cdots$；$\pi=3.14159265\cdots$

3. 实数

有理数和无理数统称为**实数**.

实数可以按照下面的方法分类：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数（自然数）}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\text{有限小数或循环小数}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

（二）有关实数的基本概念

1. 数轴

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**（图 1－1－1）.

原点、正方向和单位长度称为数轴的三要素.

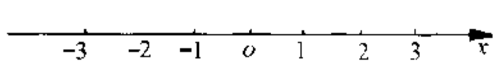

图 1－1－1

每个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反之，数轴上的每一个点又都可以表示一个实数. 也就是说：实数和实数轴上的点是一一对应的.

在数轴上的任意两个点中，右边的点所对应的实数总大于左边的点所对应的实数.

2. 相反数

在数轴上分别在原点的两旁、离开原点的距离相等的两个点所对应的数叫做**互为相反数**.

也就是说，只有符号不同的两个数叫做互为相反数，零的相反数是零.

例如：5 和 -5，$\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ 分别是互为相反数.

3. 倒数

1 除以一个数的商叫做这个数的**倒数**. 零没有倒数. 例如，3 和 $\frac{1}{3}$，$-\sqrt{2}$ 和 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 分别互为倒数. 若 $a\neq 0$，a 的倒数是 $\frac{1}{a}$，也就是 a 和 $\frac{1}{a}$ 互为倒数. 又因为 $a\cdot\frac{1}{a}=1$，所以，若 $ab=1$，则 a、b 互为倒数，反之也对.

4. 绝对值

在数轴上表示一个数的点，它离开原点的距离叫做这个数的**绝对值**. a 的绝对值表示为 $|a|$.

因此，一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零. 用式子表示为

$$|a|=\begin{cases}a & (a>0)\\ 0 & (a=0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$$

例如 $|5|=5$，$|-5|=5$，$|0|=0$.

由于在数轴上右边的点所表示的数比左边的点表示的数大，因此，在两个实数 a、b 之间存在而且只存在下面的三种关系之一：

$$a>b \qquad a=b \qquad a<b$$

还有：正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数；两个负数，绝对值大的反而小.

二、实数的运算

(一)基本运算

在实数范围内可以进行加、减、乘、除、乘方等运算，即实数加、减、乘、除（除数不能是零）、乘方所得结果仍是实数；任何实数可以开奇次方，结果仍是实数，非负实数可以开偶次方，结果仍是实数，负数不能开偶次方.

(二)运算法则

加法：同号两数相加，把加数绝对值相加，并取原来的符号；异号两数相加，用加数中较大绝对值减去较小绝对值，并取绝对值较大加数的符号.

减法：减去一个数，等于加上这个数的相反数.

乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘，零乘以任何数都得零.

除法：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除. 零不能作除数. 除以一个数等于乘以这个数的倒数，即 $a\div b=a\times\frac{1}{b}(b\neq 0)$

乘方：几个相同的因数相乘的运算叫做**乘方**，乘方所得结果叫做**幂**. 如

$$\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdots\cdot a}_{n个}=a^n$$

其中 a 叫做**底数**，n 叫做**指数**，a^n 表示有 n 个 a 相乘所得的积，叫做 **a 的 n 次幂**，n 是正整数. a^n 也叫 a 的**正整数次幂**.

正数的任何次幂都是正数；负数的偶次幂是正数，奇次幂是负数；零的正整数次幂是零.

例如 $(-2)^4=2^4=16$；$(-2)^5=-2^5=-32$；$0^3=0$.

开方：如果 $x^n=a$（n 是大于 1 的整数），那么 x 叫做 **a 的 n 次方根**.

求 a 的 n 次方根运算，叫做把 a 开 n 次方，简称**开方**. a 叫被开方数，n 叫做根指数.

正数的奇次方根是一个正数，正数的偶次方根有两个，它们互为相反数；零的 n 次方根是零；负数的奇次方根是一个负数，在实数范围内，负数没有偶次方根.

在本章第二节我们将重点研究二次根式的有关内容，n 次根式的有关运算问题放在第三章第一节.

（三）运算律

设 a、b、c 是任意实数

交换律：$a+b=b+a$　　　　$a\cdot b=b\cdot a$.

结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$　　　　$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$.

分配律：$a(b+c)=ab+ac$　　　　$(a+b)c=ac+bc$

（四）运算顺序

在一个算式中，应先算乘方、开方，再算乘、除，最后算加减；有括号时，应先算括号里的；若有几层括号，应从最里层的括号算起，逐层向外去掉括号，必要时，可根据运算律改变上述运算顺序.

三、典型题型详解

【例】1. 判断题

(1)一个有理数的 5 倍一定大于这个有理数(　　)

(2)两个互为相反数的绝对值相等(　　)

(3)零除以任何有理数都等于零(　　)

(4)一个数的绝对值一定是正数(　　)

(5)若两个数的乘积等于 1，则这两个数互为倒数(　　)

(6)若 a 为有理数，则 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$(　　)

(7)若 $|a|>|b|$，则 $a>b$(　　)

(8)若 $a^2>b^2$，则 $a>b$(　　)

(9)3.1415 是无理数(　　)

(10)两个无理数的和一定是无理数(　　)

解：(1)×，若这个数是 -3，$5\times(-3)=-15$，而 $-15<-3$.

(2)√.

(3)×，除数若等于零，这个除式无意义

(4)×，零的绝对值是零，不是正数

(5)√.

(6)×，若 $a=0$，则 $\frac{1}{a}$ 没意义.

(7)×，若 $a=-5$，$b=3$，$|-5|>|3|$，而 $-5<3$

(8)×，因为 $(-5)^2>(-3)^2$，而 $-5<-3$

(9)×，因为 3.1415 是有限小数，是一个有理数.

(10)×，因为 $\sqrt{2}$ 与 $-\sqrt{2}$ 都是无理数，而 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

【例】2. 选择题

(1)$m+n$ 的相反数是(　　)

(A)$m-n$　　(B)$n-m$　　(C)$-m-n$　　(D)$n+m$

(2)若 $a<0$，则 a 与 $-a$ 的大小关系是(　　)

(A)$a<-a$　　(B)$a\leqslant -a$　　(C)$a>-a$　　(D)$a\geqslant -a$

(3)若 $|m|=|n|$，则 m,n 的关系是(　　)

(A)$m=n$　　(B)$m=-n$　　(C)$m=\pm n$　　(D)$-m=n$

(4)一个数的相反数是非负数，那么这个数是(　　)

(A)正数　　(B)正数或零　　(C)负数　　(D)负数或零

(5)如果 $|a|+|b|=0$，a、b 的值(　　)

(A)互为相反数　　(B)互为倒数　　(C)$a=0,b=0$　　(D)$a>0,b<0$

(6)有理数中有(　　)

(A)最大数　　(B)最小数　　(C)绝对值最大数　(D)绝对值最小的数

解:(1)选 C. 因为 $m+n$ 的相反数是 $-(m+n)=-m-n$

(2)选 A. 因为 $a<0$ 时 $-a>0$，所以 $a<-a$

(3)选 C. 根据绝对值的定义可知.

(4)选 D. 因为负数的相反数是正数，零的相反数是零. 非负数包括零和正数.

(5)选 C. 因为 $|a|\geqslant 0$，$|b|\geqslant 0$，所以 $|a|+|b|\geqslant 0$，如果 $|a|+|b|=0$，那么只可能 $|a|=0$，$|b|=0$，即 $a=0,b=0$.

(6)选 D. 绝对值最小的数是 0.

【例】3. 填空题

(1)$\frac{4}{5}$的相反数的倒数是______.　　(2)若 $a=\frac{1}{a}(a\neq 0)$，则 $a=$______.

(3)若 $a<0$，则 $a+|a|=$______.　　(4)若 $|x|=|-4|$，则 $x=$______.

(5)若 $|x-1|=2$，则 $x=$______.

(6)若 n 是正整数，则 $(-1)^{2n}=$______，$(-1)^{2n-1}=$______.

解:(1)填 $-\frac{5}{4}$. 因为 $\frac{4}{5}$ 的相反数是 $-\frac{4}{5}$，$-\frac{4}{5}$ 的倒数是 $-\frac{5}{4}$.

(2)填 ± 1.

(3)填 0. 因为 $a<0$，$|a|=-a$，所以　$a+|a|=a-a=0$.

(4)填 ± 4. 因为 $|x|=|-4|=4$，所以　$x=\pm 4$.

(5)填 -1 或 3. 因为 $|x-1|=2$，所以　$x-1=\pm 2$　故 $x=3$ 或 $x=-1$.

(6)填 1，-1. 因为 n 为正整数，$2n$ 为偶数，$(-1)^{2n}=1$，$2n+1$ 为奇数，$(-1)^{2n+1}=-1$

【例】4. 计算下列各式

(1)$-0.75^2\div\left(1\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^8\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

(2)$\left[2\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{2}{3}\times(-2)\div\frac{1}{6}\right]\times(-6)$

(3)$1\frac{2}{3}-\left[5\frac{3}{5}-2^2\div\left(\frac{1}{4}-1\div\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\right)\right]\times\frac{1}{19}$

解:(1)原式$=-\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2+1\times\frac{1}{6}=-\frac{9}{16}\times\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=-\frac{1}{12}$

(2)原式$=\left[\frac{7}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{4}{3}\times 6\right]\times(-6)=\left[-\frac{7}{6}+8\right]\times(-6)$

$=-\frac{7}{6}(-6)+8(-6)=7-48=-41$

(3)原式$=\frac{5}{3}-\left[\frac{28}{5}-4\div\left(\frac{1}{4}-1\times 3\times\frac{3}{4}\right)\right]\times\frac{1}{19}$

$=\frac{5}{3}-\left[\frac{28}{5}-4\div\left(\frac{1}{4}-\frac{9}{4}\right)\right]\times\frac{1}{19}$

$=\frac{5}{3}-\left[\frac{28}{5}-4\div(-2)\right]\times\frac{1}{19}$

$=\frac{5}{3}-\left[\frac{28}{5}+2\right]\times\frac{1}{19}$

$=\frac{5}{3}-\frac{38}{5}\times\frac{1}{19}=\frac{5}{3}-\frac{2}{5}=\frac{19}{15}=1\frac{4}{15}$

说明：在计算时，一定要注意运算顺序，特别是在进行连续乘除运算时，一定要按题中原来先后顺序运算，如$-1\div\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}$. 切不可以先计算$\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}$. 正确的是先除后乘得$-1\times3\times\frac{3}{4}=-\frac{9}{4}$.

【例】5. 解答下列各题

(1)若 $a>0,b<0$，化简 $|a+1|+|b-1|-|b-a|$

(2)化简$|2x-3|+2x-3$

(3)化简 $|x+1|+|x-3|$

解：(1)∵ $a>0,b<0$

∴ $a+1>0,b-1<0,b-a<0$

∴ $|a+1|=a+1,|b-1|=-(b-1)=1-b,|b-a|=-(b-a)=a-b$

∴ 原式$=(a+1)+(1-b)-(a-b)=a+1+1-b-a+b=2$

(2)当 $2x-3\geqslant0$，即 $x\geqslant\frac{3}{2}$时，$|2x-3|+2x-3=2x-3+2x-3=4x-6$

当 $2x-3<0$，即 $x<\frac{3}{2}$时，$|2x-3|+2x-3=-(2x-3)+2x-3=0$

(3)∵ $x=-1$ 时，$x-1=0$；$x=3$ 时 $x-3=0$

当 $x<-1$ 时，原式$=-(x+1)-(x-3)=-2x+2$

当$-1\leqslant x<3$ 时，原式$=(x+1)-(x-3)=4$

当 $x\geqslant3$ 时，原式$=(x+1)+(x-3)=2x-2$.

说明：式中含有两个绝对值时，应先找使每一个绝对值等于 0 的字母的值. 这两个值将实数从小到大分成三段，然后分别在三段内去掉绝对值符号，如果含有两个以上绝对值，也按如上方法，只是把实数分成的段是 3 个以上.

【例】6. 若$\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+|2b-1|=0$，求 a^2-b^2 的值.

解：∵ $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2\geqslant0,|2b-1|\geqslant0$

∴ 若$(a+\frac{1}{2})^2+|2b-1|=0$ 只有 $a=-\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$时才能成立

∴ $a^2-b^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=0$

思考与练习

一、判断题

1. 自然数就是整数. ( )

2. $|a|$一定是正数，$-|a|$一定是负数. ( )

3. $-a^2=a^2$. ( )

4. 若 a、b 互为相反数，则 $a-b=0$.　（　）

5. 若 a 是实数，则 $|-a|=a$.　（　）

6. $|a-b|=|b-a|$.　（　）

7. $\frac{3}{2}\div 4\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\div 6=\frac{1}{4}$.　（　）

8. $|x+2|-|x+1|=1$.　（　）

二、选择题

1. 比较 $2a$ 和 $-2a$ 的大小，以下结论正确的是（　　）

(A)$2a>-2a$　(B)$2a=-2a$　(C)$2a<-2a$　(D)无法确定

2. 若 $\frac{x}{|x|}=-1$，则 x 应满足关系（　　）

(A)$x>0$　(B)$x<0$　(C)$x\geqslant 0$　(D)$x\leqslant 0$

3. 一个有理数的相反数与它自身的绝对值的和（　　）

(A)可能是负数　(B)一定是正数

(C)一定是非负数　(D)一定是零.

4. 当 $m\leqslant -1$ 时，$|m+1|+m$ 等于（　　）

(A)-1　(B)1　(C)$2m-1$　(D)$2m+1$

5. 若 x 是实数，则 $-|-x|$ 一定是（　　）

(A)正数　(B)负数　(C)非正数　(D)非负数

三、填空题

1. 大于 -3.1 而小于 2.9 的整数有______.

2. 绝对值小于 3 的整数是______.

3. ______的相反数是它本身，______的倒数是它本身，______的绝对值是它本身.

4. 如果 $a+b=0$，$b\neq 0$，则 $\frac{a}{b}=$______.

5. 最小的正整数是______，最大的负整数是______，绝对值最小的数是______.

6. $-1\frac{2}{3}$ 的相反数的倒数是______.

四、计算下列各式

1. $-0.5^2+\frac{1}{4}-|-2^2-4|-\left(-1\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{16}{27}$

2. $7\frac{2}{15}-[8-0.9\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2-1\frac{1}{3}\div 4]$

3. $1\div[(-2)^2\times 0.5^2-(-2.24)\div(-2)^3]-1\frac{7}{18}$

五、化简

1. $|2a-1|+2a+1$　　2. $|x+2|-|x-1|$

第二节　代数式

一、代数式

(一)代数式的概念

用加、减、乘、除、乘方、开方等运算符号把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做**代数式**.

单独一个数或一个字母，也叫**代数式**.

用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做**代数式的值**.

(二)代数式的分类

代数式包括有理式和无理式，有理式包括整式和分式，整式包括单项式和多项式. 代数式的分类可表示如下：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}\end{cases}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式}\end{cases}$$

二、有理式

(一)整式

1. 整式的有关概念

(1)单项式　由几个数字和字母相乘所得到的代数式，叫做**单项式**. 如$\frac{1}{2}x$，$-4a^2b$，等都是单项式.

单独一个数或一个字母也是单项式，如，-2，a 等也是单项式.

(2)多项式　几个单项式的和叫做**多项式**.　多项式中的每一个单项式叫做多项式的项.

例如：$6x^2+(-5x)+\frac{1}{2}$是多项式，简写为 $6x^2-5x+\frac{1}{2}$，其中 $6x^2$，$-5x$，$\frac{1}{2}$都是这个多项式的项.

2. 整式的运算

(1)幂的运算法则：

$$a^m \cdot a^n=a^{m+n} \qquad a^m \div a^n=a^{m-n}\ (a\neq 0,m>n)$$

$$(a^m)^n=a^{mn} \qquad (ab)^n=a^nb^n$$

(2)合并同类项

在一个多项式里，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做**同类项**.

例如：$4xy^2+3x^2y+2x-3+2xy^2-2x^2y-3y+5$ 中 $4xy^2$ 和 $2xy^2$，$3x^2y$ 和 $-2x^2y$ 分别是同类项，不含字母的项叫做常数项，常数项也是同类项，如多项式中-3 和 5.

把多项式中的同类项合并成一项，叫做**合并同类项**. 方法是，把同类项的系数相加，所得结果为系数，字母和字母的指数都不变.

(3)加、减法运算

整式的加、减运算，实际上就是合并同类项，如遇到括号，就根据去括号法则，先去括号，再合并同类项.

例如：$(3a^2-2ab+b^2)-(2a^2+ab+b^2)=3a^2-2ab+b^2-2a^2-ab-b^2=a^2-3ab$

(4)乘法和乘方

整式的乘法和乘方主要运用幂的乘法和乘方的法则. 整式的乘法包括：

单项式乘以单项式所得结果是单项式. 方法是把系数相乘作为积的系数，并把同底数的幂相乘，对于只在一个单项式里有的字母，连同它们的指数作为积的一个因式.

例如：$-3x^2y^3z\times 2x^2y=-6x^4y^4z$

单项式乘以多项式：用单项式去乘多项式的每一项，再把所得积相加，即

$$m(a+b+c)=ma+mb+mc$$

多项式乘以多项式：先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式，再把所得的积相加，即

$$\begin{aligned}(a+b)(m+n)&=a(m+n)+b(m+n)\\&=am+an+bm+bn\end{aligned}$$

(5)整式的除法(此部分内容合并在分式中讲解)

3. 乘法公式

平方差公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

完全平方公式： $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

立方和与立方差公式：

$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$　　$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

完全立方公式：

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$　　$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

4. 多项式的因式分解

(1)概念

把一个多项式化成几个整式的积的形式叫做多项式的因式分解，也叫**分解因式**.

多项式的因式分解与整式乘法是互逆的两个恒等变形的过程.

(2)因式分解的方法

A. 提取公因式法.

如：　$ma+mb+mc=m(a+b+c)$

B. 公式法：

把乘法公式反过来用，就是因式分解公式

C. 十字相乘法：

对某些二次三项式　ax^2+bx+c，如果能有 $a=a_1\cdot a_2$，$c=c_1\cdot c_2$，且 $a_1c_2+a_2c_1=b$，则

$$ax^2+bx+c=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$$

这个方法可按如下排列：

$$\begin{array}{ccc}a_1 & & c_1\\ & \times & \\ a_2 & & c_2\end{array}$$

按斜线交叉相乘的积的和就是 $a_1c_2+a_2c_1$，它应当正好等于 b，把这种因式分解的方法叫做十字相乘法.

例如：$2x^2-x-6=(x-2)(2x+3)$

$$\begin{array}{ccc}1 & & -2\\ & \times & \\ 2 & & 3\end{array}\qquad 1\times3+2\times(-2)=-1$$

特别的，对某些二次三项式 x^2+px+q，如果有 $q=m\cdot n$，且 $m+n=p$，则

$$x^2+px+q=(x+m)(x+n)$$

例如：　$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

用十字相乘法分解二次三项式，一般在它有有理根的情况下可以分解.

若一个二次三项式有无理根，则可按求根公式分解因式，这种方法在下一节中介绍.

D. 分组分解法：

把多项式的项分成若干组，各组能提取公因式或用公式分解或不动，各组之间有公因式或能用

公式，最后化为积的形式.

例如：$ma-mb-na-nb=(ma+mb)-(na+nb)$

$=m(a+b)-n(a+b)=(a+b)(m-n)$

分解因式时，若各项有公因式应先提取公因式，然后再考虑其它方法，在用分组分解法时，要预见到下一步分解的可能性.

（二）分式

1. 概念

如果 A，B 是两个整式，且 B 中含有字母，那么式子$\frac{A}{B}$叫做**分式**，其中 B 的值不能为零.

2. 基本性质

分式的分子和分母都乘以（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变，即

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M}\quad \frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}(M\text{ 为不等于零的整式})$$

3. 约分和通分

约分：把一个分式的分子与分母的公因式约去，叫做分式的**约分**.

分子与分母没有公因式的分式叫做最简分式.

通分：根据分式的基本性质，把几个异分母的分式化成与原来分式相同的同分母的分式，叫做分式的**通分**.

4. 分式的运算

加、减法：先通分，变成同分母的分式，分子相加减，分母保持不变，即

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\pm\frac{bc}{bd}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

乘、除法：分式乘以分式，用分子的积作为积的分子，分母的积作积的分母，即

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

分式除以分式，将除式的分子、分母颠倒后，与被除式相乘，即

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

乘方：分式乘方，将分子、分母分别乘方，即

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}(n\text{ 为正整数})$$

三、二次根式

上一节，我们已经知道了 n 次方根的概念. 一般地，表示方根的式子就叫做根式，这里我们将重点讨论有关二次方根的问题.

（一）平方根和算术平方根

如果 $x^2=a$，那么 x 叫做 a **的二次方根**（也叫**平方根**）.

一个正数有两个平方根，它们互为相反数，零的平方根是零. 负数没有平方根.

正数 a 的正的平方根，用 $\sqrt{a}$ 表示，零的平方根也可以表示为 $\sqrt{0}$.

例如：4 的平方根是$\pm\sqrt{4}=\pm 2$

正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根. 零的算术平方根是零.

（二）二次根式

1. 概念：式子 $\sqrt{a}\,(a\geqslant 0)$ 叫做**二次根式**.

2. 二次根式的性质

$$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$$

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geqslant 0)\\ -a(a<0)\end{cases}$$

3. 最简二次根式

满足下列两个条件的二次根式称为最简二次根式.

(1)被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2；(2)被开方数不含分母.

如：$\sqrt{3}$，$\sqrt{ab}$都是最简二次根式

4. 同类二次根式

几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数都相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式.

例如：$\sqrt{12}$，$\sqrt{48}$，$\sqrt{75}$　是同类二次根式，因为，$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$，$\sqrt{75}=5\sqrt{3}$.

(三)二次根式的运算

1. 加、减法：先把各二次根式化为最简二次根式，再把同类二次根式合并.

例如：$\sqrt{12}-\sqrt{48}+\sqrt{8}-\sqrt{32}=2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}=-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

2. 乘、除法

法则：　$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$　　　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}(a\geqslant 0,b>0)$

(四)分母有理化

化去分母中的根号，叫做把**分母有理化**.

1. 有理化因式

两个含有二次根式的代数式相乘，如果积不含二次根式，那么称这两个代数式互为**有理化因式**.

例如：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a(a>0)$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b(a>0,b>0)$

$\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{a}$，$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 分别互为有理化因式.

2. 分母有理化的方法

把分母有理化时，一般是把分子和分母都乘以分母的有理化因式.

二次根式的除法，可以先写成分式的形式，再通过分母有理化进行.

四、典型题型详解

【例】1. 填空题

(1)当 $x=-1$，$y=-2$ 时，代数式 $2x^2-y+3$ 的值是______.

(2)若 $3a^3b^{2x}$ 与 $\frac{1}{3}a^3b^{4x-2}$ 是同类项，则 $x=$______.

(3)已知 $|a+4|+b^2+6b+9=0$，则 $a-b=$______.

(4)$4xz\cdot(-2xy^3)=$______.

(5)$(x-2)(2x-1)=$______.

(6)当 $x\neq y$ 时，$(x^4-y^3)\div(x-y)=$______.

(7)$a^2+\frac{1}{16}b^2+$______$=(a+\frac{1}{4}b)^2$.

(8)当 $x=$______时,分式$\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$无意义.

(9)二次根式 $\sqrt{18}$,$\sqrt{\frac{1}{27}}$,$\sqrt{\frac{1}{2}}$中为同类根式的是______.

(10)计算$\sqrt{\frac{(-2)^2}{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}-1}=$______.

解:(1)填 7.

当 $x=-1,y=-2$ 时,$2x^2-y+3=2\times(-1)^2-(-2)+3=2+2+3=7$

(2)填 1. $\because$ $2x=4x-2$ $\therefore$ $x=1$.

(3)填 -1.

$\because$ $|a+4|+b^2+6b+9=0$ 化为 $|a+4|+(b+3)^2=0$

$\therefore$ $a=-4$, $b=-3$ $\therefore a-b=-4-(-3)=-1$

(4)填$-8x^2y^3z$.用单项式乘以单项式的法则.

(5)填 $2x^2-5x+2$.

$(x-2)(2x-1)=2x^2-x-4x+2=2x^2-5x+2$

(6)填 x^2+xy+y^2

因为 $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$,所以$(x^3-y^3)\div(x-y)=x^2+xy+y^2$

(7)填$\frac{1}{2}ab$.

$\because$ a^2+____$+\frac{1}{16}b^2=(a+\frac{1}{4}b)^2$;即 a^2+____$+(\frac{1}{4}b)^2=(a+\frac{1}{4}b)^2$

$\therefore$ 填入 $2\cdot a\cdot\frac{1}{4}b=\frac{1}{2}ab$

(8)填 0,-1.

$\because$ $x=0$ 时,$\frac{1}{x}$无意义;$x=-1$ 时,$1+\frac{1}{x}=0$,原分式无意义.

$\therefore$ 当 $x=0,x=-1$ 时分式无意义

(9)填 $\sqrt{18}$和$\sqrt{\frac{1}{2}}$.

$\because$ $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$;$\sqrt{\frac{1}{27}}=\sqrt{\frac{1\times3}{3^3\times3}}=\frac{1}{9}\sqrt{3}$;$\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1\times2}{2\times2}}=\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

$\therefore$ $\sqrt{18}$和$\sqrt{\frac{1}{2}}$是同类根式

(10)填$-\frac{1}{3}\sqrt{3}-1$.

原式$=\sqrt{\frac{2^2\times3}{3\times3}}-\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{2}{3}\sqrt{3}-(\sqrt{3}+1)=-\frac{1}{3}\sqrt{3}-1$

【例】2. 选择题

(1)对于式子①xyz, ②$x^2-xy+\frac{1}{y^2}$ ③$\frac{1}{x}-2$, ④$\frac{x^2-3x+1}{x-1}$, ⑤$\frac{1}{2}x+y$,判断正确的是