

目 录

第一章 激光的基本原理	1	§ 4.2 脉冲激光器的工作特性	121
§ 1.1 相干性基本概念	1	§ 4.3 Q调制激光器的工作特性	132
§ 1.2 相干性的光子描述	5	§ 4.4 脉冲激光放大器的工作特性	138
§ 1.3 光的受激辐射基本概念	9	§ 4.5 锁模激光器原理	148
§ 1.4 光的受激辐射放大	13	第五章 激光振荡的半经典理论	156
§ 1.5 光的自激振荡	17	§ 5.1 引言	156
§ 1.6 光谱振荡简述	18	§ 5.2 光波波动方程	157
§ 1.7 激光器举例	23	§ 5.3 原子系统的电偶极矩	162
§ 1.8 激光的特性	27	§ 5.4 密度矩阵	165
第二章 电磁场和物质相互作用	32	§ 5.5 静止原子激光器理论	171
§ 2.1 引言	32	§ 5.6 运动原子激光器理论	188
§ 2.2 谱线加宽和线型函数	33	§ 5.7* 环形激光器	196
§ 2.3 自然加宽和碰撞加宽(均匀加宽)	36	第六章 激光的相干性和噪声	203
§ 2.4 气体工作物质的多普勒加宽 (非均匀加宽)	41	§ 6.1 相干性的经典描述方法	203
§ 2.5 综合加宽	45	§ 6.2 激光器的噪声	212
§ 2.6 激光器速率方程	48	§ 6.3 激光振荡器噪声的频谱特性	216
§ 2.7 光和物质相互作用的 经典理论简介	51	第七章 腔模理论的一般问题	223
§ 2.8 光和物质相互作用的 量子理论简介	57	§ 7.1 腔与模	223
第三章 连续激光器的增益 与工作特性	70	§ 7.2 光腔中的驻波 纵模概念	226
§ 3.1 小信号稳态增益	70	§ 7.3 闭腔的振荡模式	231
§ 3.2 增益饱和	73	§ 7.4 开腔模的物理概念	243
§ 3.3 烧孔效应	80	§ 7.5 开腔模式积分本征值问题	247
§ 3.4* 增益系数的测量	82	§ 7.6 开腔模式问题的分析方法	255
§ 3.5 连续激光器稳态工作特性	84	§ 7.7 共轴球面腔的稳定性条件	256
§ 3.6 连续激光器的输出功率 与最佳透射率	90	§ 7.8* 折叠腔	266
§ 3.7 单模激光器的线宽极限	97	§ 7.9* 环形腔	268
§ 3.8 激光器的频率牵引	99	§ 7.10 光腔的损耗	272
§ 3.9* 激光器的稳频	102	第八章 平行平面腔	282
§ 3.10 连续激光放大器的净增益	109	§ 8.1 用迭代法求解平面腔模	282
§ 3.11 超辐射	111	§ 8.2 平行平面腔模的基本特征	284
第四章 脉冲激光器的工作特性	118	§ 8.3* 腔的不平行性	293
§ 4.1 多模振荡的速率方程	118	§ 8.4 平行平面腔中的横模选择	295
		§ 8.5* 平面开腔模的近似解析解	298
		第九章 稳定球面腔	307
		§ 9.1 方形镜共焦腔的自再现模	307
		§ 9.2 方形镜共焦腔的行波场	317
		§ 9.3 圆形镜共焦腔	321

第一章 激光的基本原理

本章概述激光器基本原理。重点是光的相干性和光波模式的联系、光的受激辐射以及光放大和振荡的基本概念。

§ 1.1 相干性基本概念

激光器和普通光源的重要区别，在于它是强相干光源。为了理解激光器这一本质特点，我们先讨论光的相干性概念。

光的相干性的描述是一个比较复杂的问题，可以用经典波动光学的方法，也可以用光的量子论方法（光子统计）。本节只是给出相干性经典描述的初步概念。

（一）相干性概念

在一般情况下，光的相干性理解为：在不同的空间点上、在不同的时刻的光波场的某些特性（例如光波场的相位）的相关性。我们用图 1-1-1 说明这个概念。在光源 A 的前面放置具有小孔 S_1 和 S_2 的光阑，并讨论从 S_1 、 S_2 发出的光波到达屏上 c 点后的干涉特性。令点 S_1 处的光波场为 $E_1(t)$ ，点 S_2 处的为 $E_2(t)$ ，点 c 处的为 $E(t)$ ，用 t_1 和 t_2 分别表示光波通过距离 r_1 和 r_2 所需的时间，则可得 c 点的叠加光场为

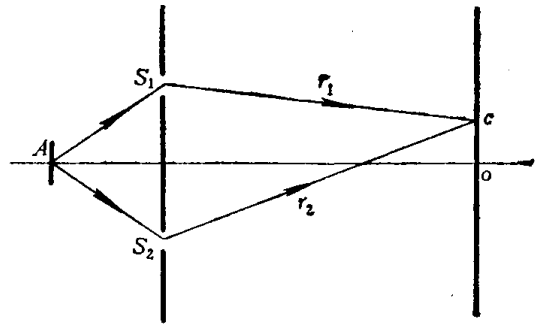


图1-1-1 光的相干性示意图

$$E(t) = K_1 E_1(t - t_1) + K_2 E_2(t - t_2) \quad (1-1-1)$$

式中 K_1 、 K_2 是由传播引起光场振幅变化的几何因子。 c 点的光强 I 应表示为

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T E(t) E^*(t) dt = \langle E(t) E^*(t) \rangle \quad (1-1-2)$$

式中 T 表示光接收器的观察时间（或响应时间）。这里对 T 求时间平均值，是因为光的频率 $\nu \approx 10^{14}$ 赫，一般接收器所能反应的只是光强在 $T \gg 1/\nu$ 的观察时间内的平均值。

现在讨论一种理想情况。设 $E_1(t)$ 、 $E_2(t)$ 是振幅、频率和偏振都相同，但其相位分别为 ϕ_1 、 ϕ_2 的单色光波场

$$\left. \begin{aligned} E_1(t) &= E_0 e^{i2\pi\nu t + i\phi_1} \\ E_2(t) &= E_0 e^{i2\pi\nu t + i\phi_2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-3)$$

为简化问题，设 c 点位于 $r_1 \approx r_2$ 的对称点 o 附近，因此可近似认为 $K_1 = K_2$ ，于是 c 点光强 I 可写为

$$I = \langle E(t) E^*(t) \rangle = 2E_0^2 [1 + \langle \cos(\Delta\phi + \Delta\Phi) \rangle] \quad (1-1-4)$$

式中 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

如果相位差 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ 在足够长的观察时间 T 内维持不变, 则上式变为

$$I = 2E_0^2 [1 + \cos(\Delta\phi + \Delta\Phi)] \quad (1-1-5)$$

于是屏上各点光强随 $\Delta\Phi$ 的变化而在 $I_{\min} = 0$ 和 $I_{\max} = 4E_0^2$ 之间变化, 形成干涉条纹。在这种情况下, 我们把位于 S_1 、 S_2 两点的光场 $E_1(t)$ 和 $E_2(t)$ 称为完全相干光, 或者说 $E_1(t)$ 和 $E_2(t)$ 具有相位相关性。相反, 如果 $\Delta\phi$ 在观察时间 T 内随机变化, 则 $\langle \cos(\Delta\Phi + \Delta\phi) \rangle = 0$, C 点光强 I 变为

$$I = 2E_0^2 = \text{常数} \quad (1-1-6)$$

屏上不出现干涉条纹, 这就是完全非相干光的情况。

(1-1-5) 式所表示的完全相干性只是一种理想情况。它只有在点光源发出单色光的情况下才能实现。而任何实际的光源既非单色的, 也不可能是真正的点光源, 因而只能是部分相干的。因此, 为了描述实际光源的相干性, 有必要对光的相干性概念作进一步的讨论。

(二) 相干体积、时间相干性和空间相干性

在相干性的经典理论中, 对于光的相干性程度有比较严格的定量描述方法, 这将在第六章中讨论。但是, 作为相干性的一种粗略描述, 常常使用相干体积的概念。如果在空间体积 V 内各点的光波场都具有明显的相干性, 则 V_0 称为相干体积。 V_0 又可表示为垂直于光传播方向的截面上的相干面积 A_0 和沿传播方向的相干长度 L_0 的乘积

$$V_0 = A_0 L_0 \quad (1-1-7)$$

(1-1-7) 式也可表示为另一形式:

$$V_0 = A_0 \tau_0 c \quad (1-1-8)$$

式中 c 为光速, $\tau_0 = L_0/c$ 是光沿传播方向通过相干长度 L_0 所需的时间, 称为相干时间。

根据 (1-1-8) 式, 可以将光的相干性概念分为时间相干性和空间相干性。时间相干性是指在同一空间点上, 两个不同时刻 t_1 和 t_2 的光波场之间的相干性。因为相干时间 τ_0 的物理意义是, 在空间同一点上, 时间间隔处于区间 $|t_2 - t_1| < \tau_0$ 之内的光波场都是明显相干的, 所以时间相干性正是由相干时间 τ_0 来定量描述的。空间相干性是指在同一时刻, 两个不同空间点上的光波场之间的相干性。后面将要指出, 空间相干性可以由相干面积 A_0 描述。

此外, 具有相干性的光波场的强度 (相干光强) 在相干光的技术应用中, 也是一个重要的参量, 它通常用光子简并度描述, 我们将在下节中讲述。一个好的相干光源, 意味着上述三个参量都应具有尽可能高的数值。

(三) 普通光源的相干体积

普通光源发光, 是大量独立振子 (例如发光原子) 的自发辐射。振子的自发辐射光波场不是单色的, 而且不同振子发出的光波的相位是随机变化的, 因此普通光源的相干体积与光源的单色性及空间线度有关。下面通过两个典型干涉实验, 求出普通光源的相干体积。

光源的相干时间, 可以通过分析迈克尔逊干涉实验求得。在图 1-1-2 中, 从光源发出的稳定光束 E 经镜 M 分为两束 $E(1)$ 和 $E(2)$ 。两束光分别由镜 M_1 和可动镜 M_2 反

射，并经过不同的光程(或时间)先后到达 P 点重新会合，产生干涉。光程差 $\Delta L = 2|M_2M - M_1M| = 2m\lambda/2$ 时， P 点最亮； $\Delta L = (2m + 1)\lambda/2$ 时， P 点最暗。如果光源是纯单色的，则对任意长的光程差 ΔL ，上述干涉效应都是存在的。但实际光源并不是理想的单色光源，这就使上述干涉效应只能在有限的光程差范围内明显出现，当 ΔL 大于某一数值 L_0 时，干涉效应消失。显然， L_0 就是光源的相干长度。下面分析 L_0 与光源单色性的关系。

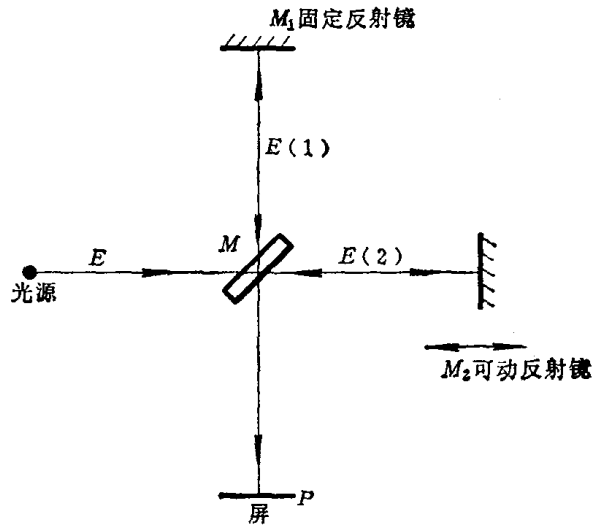


图1-1-2 迈克尔逊干涉实验示意图

普通光源的原子发光过程，都是在一定的时间内进行的，每个原子发出的光波是由持续一段时间 Δt 或在空间占有长度 $c\Delta t$ 的波列所组成，如图 1-1-3 所示。对于原子谱线来说， Δt 即为原子的激发态寿命 ($\Delta t \sim 10^{-8}$ 秒)。对波列进行频谱分析，就得到它的频带宽度

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\Delta t}$$

$\Delta\nu$ 就是光源单色性的量度。

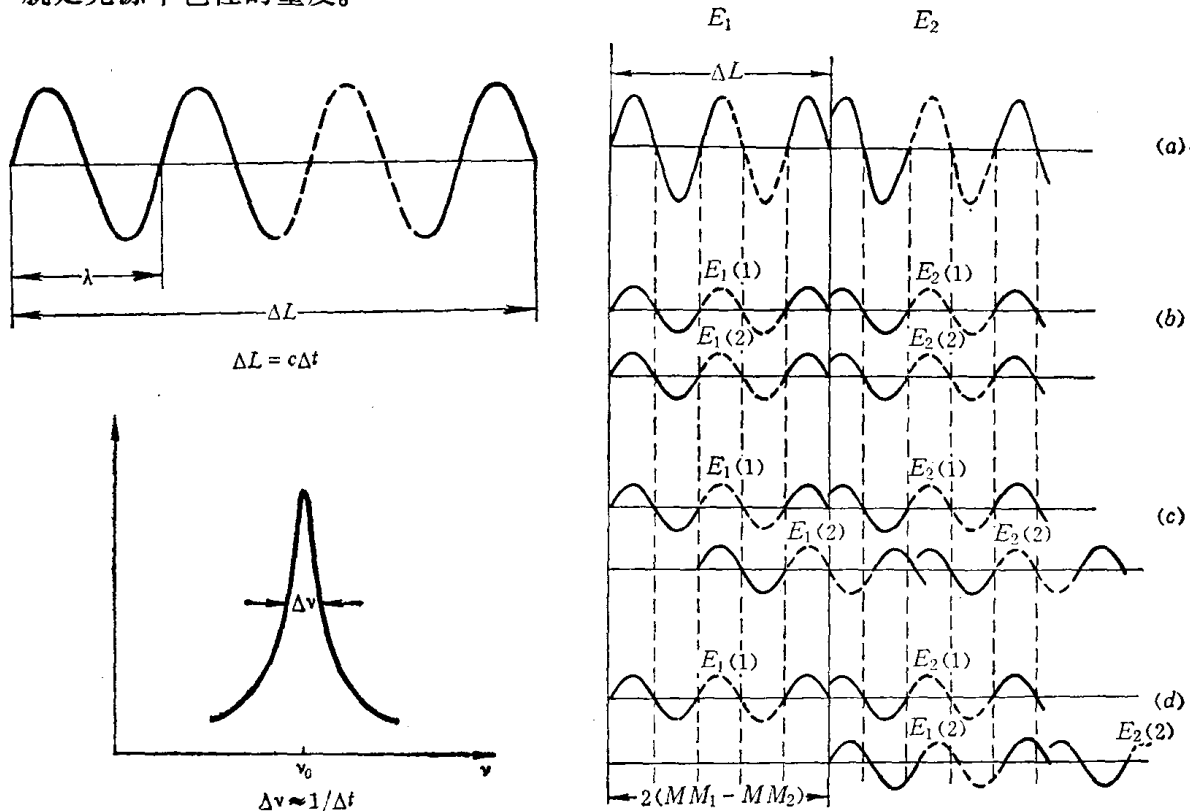


图1-1-3 单个原子发出的光波列及其频谱

图1-1-4 相干长度示意图

大量原子自发辐射的特点是波列的相位完全随机变化，不同波列之间没有任何相位相关性，即不同波列不能相干。于是，进入迈克尔逊干涉仪的实际上是一连串相位无关的波列 E_1, E_2, \dots ，它们又被分为子波列 $E_1(1), E_1(2), E_2(1), E_2(2), \dots$ 如图 1-1-4 (a)。

所示。当光程差 ΔL 很小时，基本上是一波列的子波列在 P 点会合，即 $E_1(1)$ 和 $E_1(2)$ 会合， $E_2(1)$ 和 $E_2(2)$ 会合，等等。因为同一波列的子波列是相干的，所以这时出现明显的干涉，见图 1-1-4(b)。当 ΔL 逐渐增加时，不同波列的子波列就出现部分重叠，干涉效应开始减弱，见图 1-1-4(c)。最后，当 $\Delta L > c\Delta t$ ，即光程差大于波列长度时，在 P 点完全是不同波列的子波列会合。由于不同波列是非相干的，所以干涉效应消失，这种情况示于图 1-1-4(d)。从上述分析可以认为，光波的相干长度就是它所发出的光波的波列长度：

$$L_c = c\Delta t = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (1-1-9)$$

于是，相干时间 τ_c 与光源频带宽度 $\Delta\nu$ 的关系为

$$\tau_c = \Delta t = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (1-1-10)$$

上式说明，光源单色性越好，则相干时间越长。

现在利用杨氏双缝干涉实验（图 1-1-5）讨论光源的空间相干性。我们分析由光源 A 发出在 S_1 和 S_2 两点的光波场在与 S_1 和 S_2 距离相等的对称点 O 重新会合时形成的干涉。这就是在同一时刻空间两点 S_1 和 S_2 光波场的相干性，即空间相干性。

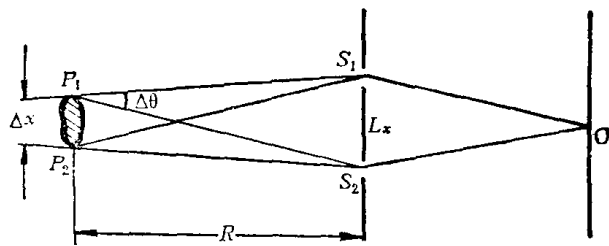


图 1-1-5 杨氏双缝干涉

S_1 和 S_2 是由具有线度 Δx 的光源照明的，

而光源是大量独立振子的集合，每个振子都向 S_1 和 S_2 发出相位无关的自发辐射光波。因此，某个振子在 S_1 处贡献的光波场与另一振子在 S_2 处贡献的光波场是不相干的。但是，同一振子在 S_1 处和 S_2 处贡献的场却是相干的。因此，大量振子的光波场各自通过 S_1 、 S_2 而在屏上形成自己的干涉条纹。如果这些干涉条纹不因相互重叠而完全抹平，则在屏上仍然可以观察到明显的干涉条纹。这就表明， S_1 和 S_2 处的场具有明显的相干性。下面讨论出现这种情况的条件。

对于一个处于光源中心位置的振子 P ，它在屏上形成一组干涉条纹。由于光程差 $\Delta L_P = |PS_1O - PS_2O| = 0$ ，所以 O 点处为明区。如果再在光源的边缘上选取一个振子 P_1 ，它的光程差 $\Delta L_{P_1} = |P_1S_1O - P_1S_2O| = |P_1S_1 - P_1S_2|$ 。由于

$$(P_1S_1)^2 = R^2 + \frac{1}{4}(L_x - \Delta x)^2$$

$$(P_1S_2)^2 = R^2 + \frac{1}{4}(L_x + \Delta x)^2$$

所以

$$\Delta L_{P_1} \approx \frac{\Delta x L_x}{2R}$$

如果 $\Delta L_{P_1} = \lambda/2$ ，则 O 点处为暗区。于是振子 P 的干涉条纹和振子 P_1 的干涉条纹严重抹平。可以认为，这时 S_1 和 S_2 的相干性就不存在了。因此，可以把 S_1 和 S_2 具有明显空间相干性的条件规定为

$$\Delta L_{p_1} - \Delta L_p \leq \frac{\lambda}{2}$$

即

$$\frac{\Delta x L_x}{R} \leq \lambda \quad (1-1-11)$$

因此，距离光源 R 处的相干面积 A_0 可表示为

$$A_0 = L_x^2 = \left(\frac{R\lambda}{\Delta x} \right)^2 \quad (1-1-12)$$

如果用 $\Delta\theta$ 表示两缝间距对光源的张角，则 (1-1-11) 式也可写为

$$\Delta x \Delta\theta \leq \lambda \quad (1-1-13)$$

或

$$(\Delta x)^2 \leq \left(\frac{\lambda}{\Delta\theta} \right)^2 \quad (1-1-14)$$

上式表明，光源的面积越小，则具有空间相干性的张角 $\Delta\theta$ 越大。

由 (1-1-10) 和 (1-1-12) 式可得普通光源的相干体积 V_0 为

$$V_0 = \frac{c}{\Delta\nu} \left(\frac{R\lambda}{\Delta x} \right)^2 \quad (1-1-15)$$

应该再次指出，由上式所确定的相干体积只是相干性的一种粗略描述。从导出上式的过程可以看出，实际上从完全相干到完全不相干是逐渐过渡的。从上式还可看出，对普通光源来说，增大相干体积和增大相干光强是矛盾的。为增大 V_0 ，可以采用光学滤波来减小 $\Delta\nu$ ，缩小光源线度或加光阑以减小 Δx 以及远离光源等办法。但这一切都将导致相干光强的减小。这正是普通光源给相干光学技术的发展带来的限制。例如光全息技术，它的原理早在 1948 年就被提出，但在激光出现之前一直没有实际应用，其原因就在于此。而激光器却是一种把光强和相干性两者统一起来的强相干光源。我们在后面将对此加以说明。

§ 1.2 相干性的光子描述

(一) 光子的基本性质

光的量子学说（光子说）认为，光是一种以光速 c 运动的光子流。光子（电磁场量子）和其它基本粒子一样，具有能量、动量和质量等。它的粒子属性（能量、动量、质量等）和波动属性（频率、波矢、偏振等）密切联系，并可归纳如下：

1. 光子的能量 ε 与光波频率 ν 对应

$$\varepsilon = h\nu \quad (1-2-1)$$

式中 $h = 6.624 \times 10^{-34}$ 焦耳·秒，称为普朗克常数。

2. 光子具有运动质量 m ，并可表示为

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (1-2-2)$$

光子的静止质量为零。

3. 光子的动量 P 与单色平面光波的波矢 k 对应

$$P = mc n_0 = \frac{h\nu}{c} n_0 = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} n_0 = \hbar k \quad (1-2-3)$$

式中

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n}_0$$

\mathbf{n}_0 为光子运动方向（平面光波传播方向）上的单位矢量。

4. 光子具有两种可能的独立偏振状态，对应于光波场的两个独立偏振方向。

5. 光子具有自旋，并且自旋量子数为整数。因此大量光子的集合，服从玻色-爱因斯坦统计规律。处于同一状态的光子数目是没有限制的，这是光子与其它服从费米统计分布的粒子（电子、质子、中子等）的重要区别。

上述基本关系 (1-2-1)和(1-2-3),后来为康普顿 (Arthur Compton) 散射实验所证实 (1923年),并在现代量子电动力学中得到理论解释。量子电动力学从理论上把光的电磁(波动)理论和光子(微粒)理论在电磁场的量子化描述的基础上统一起来,从而在理论上阐明了光的波粒二象性(见§2.8)。在这种描述中,任意电磁场可看作是一系列单色平面电磁波(它们以波矢 \mathbf{k}_l 为标志)的线性迭加,或一系列电磁波的本征模式(或本征状态)的迭加。但每个本征模式所具有的能量是量子化的,即可表为基元能量 $h\nu_l$ 的整数倍。本征模式的动量也可表为基元动量 $\hbar\mathbf{k}_l$ 的整数倍。这种具有基元能量 $h\nu_l$ 和基元动量 $\hbar\mathbf{k}_l$ 的物质单元就称为属于第 l 个本征模式(或状态)的光子。具有相同能量和动量的光子彼此间不可区分,因而处于同一模式(或状态)。每个模式内的光子数目是没有限制的。

(二) 光波模式和光子状态 相格

从上面的叙述已经可以看出,按照量子电动力学概念,光波的模式和光子的状态是等效的概念。下面将对这一点进行深入一步的讨论。

由于光的波粒二象性,我们可以用波动和粒子两种观点来描述它。

在激光理论中,光波模式是一个重要概念。按照经典电磁理论,光电磁波的运动规律由麦克斯韦(C. Maxwell)方程决定。单色平面波是麦克斯韦方程的一种特解,它表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i2\pi\nu t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (1-2-4)$$

式中, \mathbf{E}_0 为光波电场的振幅矢量, ν 为单色平面波的频率, \mathbf{r} 为空间位置坐标矢量, \mathbf{k} 为波矢。而麦克斯韦方程的通解可表为一系列单色平面波的线性迭加。

在自由空间,具有任意波矢 \mathbf{k} 的单色平面波都可以存在。但在一个有边界条件限制的空间 V (例如谐振腔)内,只能存在一系列独立的具有特定波矢 \mathbf{k} 的平面单色驻波。这种能够存在于腔内的驻波(以某一波矢 \mathbf{k} 为标志)称为电磁波的模式或光波模。一种模式是电磁波运动的一种类型,不同模式以不同的 \mathbf{k} 区分。同时,考虑到电磁波的两端独立的偏振,同一波矢 \mathbf{k} 对应着两个具有不同偏振方向的模。

下面求解空腔 V 内的模式数目。设空腔为 $V = \Delta x \Delta y \Delta z$ 的立方体,则沿三个坐标轴方向传播的波分别应满足的驻波条件为

$$\Delta x = m \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta y = n \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta z = q \frac{\lambda}{2}$$

式中 m 、 n 、 q 为正整数。而波矢 \mathbf{k} 的三个分量应满足条件

$$k_x = \frac{\pi}{\Delta x} m, \quad k_y = \frac{\pi}{\Delta y} n, \quad k_z = \frac{\pi}{\Delta z} q \quad (1-2-5)$$

每一组正整数 m 、 n 、 q 对应腔内一种模式 (包含两个偏振)。

如果在以 k_x 、 k_y 、 k_z 为轴的直角坐标系中, 即在波矢空间中表示光波模, 则每个模对应波矢空间的一点 (如图 1-2-1 所示)。每一模式在三个坐标轴方向与相邻模的间隔为

$$\Delta k_x = \frac{\pi}{\Delta x}, \quad \Delta k_y = \frac{\pi}{\Delta y}, \quad \Delta k_z = \frac{\pi}{\Delta z} \quad (1-2-6)$$

因此, 每个模式在波矢空间占有一个体积元

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{\pi^3}{V} \quad (1-2-7)$$

在 \mathbf{k} 空间内, 波矢绝对值处于 $|\mathbf{k}| \sim |\mathbf{k}| + d|\mathbf{k}|$ 区间的体积为 $(1/8) 4\pi |\mathbf{k}|^2 d|\mathbf{k}|$, 故在此体积内的模式数为

$(1/8) 4\pi |\mathbf{k}|^2 d|\mathbf{k}| V / \pi^3$ 。又因 $|\mathbf{k}| = 2\pi / \lambda = 2\pi\nu / c$; $d|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{c} d\nu$, 代入上式则得频率在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 区间内的模式数为 $(1/8) 4\pi (2\pi/c)^2 \nu^2 (2\pi/c) d\nu V / \pi^3$ 。再考虑到对应同一 \mathbf{k} 有两种不同的偏振, 上述模式数应乘 2, 于是, 在体积为 V 的空腔内, 处在频率 ν 附近频带 $d\nu$ 内的模式数为

$$P = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu \quad (1-2-8)$$

现在再从粒子的观点阐明光子状态的概念, 并且证明, 光子态和光波模是等效的概念。

在经典力学中, 质点运动状态完全由其坐标 (x, y, z) 和动量 (P_x, P_y, P_z) 确定。我们可以用广义笛卡儿 (Cartesian) 坐标 x, y, z, P_x, P_y, P_z 所支撑的六维空间来描述质点的运动状态。这种六维空间称为相空间, 相空间内的一点表示质点的一个运动状态。当宏观质点沿某一方向 (例如 x 轴) 运动时, 它的状态变化对应于二维相空间 (x, P_x) 的一条连续曲线, 如图 1-2-2 所示。但是, 光子的运动状态和经典宏观质点有着本质的区别, 它受量子力学测不准关系的制约。测不准关系表明: 微观粒子的坐标和动量不能同时准确测定, 位置测得越准确, 动量就越测不准。对于一维运动情况, 测不准关系表示为

$$\Delta x \Delta P_x \approx h \quad (1-2-9)$$

上式意味着处于二维相空间面积元 $\Delta x \Delta P_x \approx h$ 之内的粒子运动状态在物理上是不可区分的, 因而它们应属于同一种状态。

在三维运动情况下, 测不准关系为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \approx h^3 \quad (1-2-10)$$

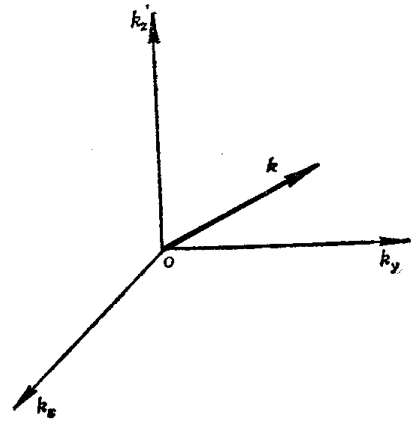


图1-2-1 波矢空间

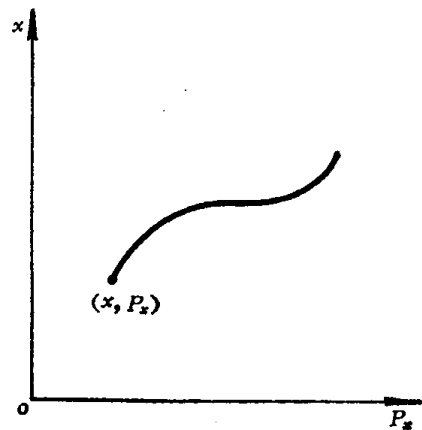


图1-2-2 经典质点运动

故在六维相空间中，一个光子态对应（或占有）的相空间体积元为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \approx h^3$$

上述相空间体积元称为相格。相格是相空间中用任何实验所能分辨的最小尺度。光子的某一运动状态只能定域在一个相格中，但不能确定它在相格内部的对应位置。于是我们看到，微观粒子和宏观质点不同，它的运动状态在相空间中不是对应一点而是对应一个相格。这表明微观粒子运动的不连续性。仅当所考虑的运动物体的能量和动量远远大于由普朗克常数 h 所标志的量 $h\nu$ 和 $h\mathbf{k}$ ，以致量子化效应可以忽略不计时，量子力学运动才过渡到经典力学运动。

从 (1-2-10) 式还可得出，一个相格所占有的坐标空间体积（或称相格空间体积）为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \approx \frac{h^3}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z} \quad (1-2-11)$$

现在证明，光波模等效于光子态。为此将光波模的波矢空间体积元表示式 (1-2-7) 改写为在相空间中的形式。考虑到一个光波模是由两列沿相反方向传播的行波组成的驻波，因此它的动量和波矢的关系应为

$$P_x = 2\hbar k_x, \quad P_y = 2\hbar k_y, \quad P_z = 2\hbar k_z \quad (1-2-12)$$

或

$$\Delta P_x = 2\hbar \Delta k_x, \quad \Delta P_y = 2\hbar \Delta k_y, \quad \Delta P_z = 2\hbar \Delta k_z \quad (1-2-13)$$

于是，(1-2-7) 式在相空间中可改写为

$$\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \Delta x \Delta y \Delta z = h^3 \quad (1-2-14)$$

可见，一个光波模在相空间也占有一个相格。因此，一个光波模等效于一个光子态。一个光波模或一个光子态在坐标空间都占有由 (1-2-11) 式表示的空间体积。

(三) 光子的相干性

下面再回到光的相干性的讨论，并把光子态和光子的相干性两个概念联系起来。为此，重新写出 § 1.1 中的 (1-1-14) 式

$$(\Delta x)^2 \leq \left(\frac{\lambda}{\Delta \theta} \right)^2$$

上式的物理意义是：如果要求传播方向（或波矢 \mathbf{k} ）限于立体角 $\Delta \theta$ 之内的光波是相干的，则光源的面积必须小于 $(\lambda/\Delta \theta)^2$ 。因此， $(\lambda/\Delta \theta)^2$ 就是光源的相干面积，或者说，只有从面积小于 $(\lambda/\Delta \theta)^2$ 的光源面上发出的光波才能保证张角在 $\Delta \theta$ 之内的双缝具有相干性（见图 1-2-3）。根据相干体积定义，可得光源的相干体积为

$$V_{cs} = \left(\frac{\lambda}{\Delta \theta} \right)^2 \frac{c}{\Delta \nu} = \frac{c^3}{\nu^2 \Delta \nu (\Delta \theta)^2} \quad (1-2-15)$$

此式可同样理解为：如要求传播方向限于 $\Delta \theta$ 之内并具有频带宽度 $\Delta \nu$ 的光波相干，则光源应局限在空间体积 V_{cs} 之内。

现在再从光子观点分析图 1-2-3。由面积为

$(\Delta x)^2$ 的光源发出动量 P 限于立体角 $\Delta \theta$ 内的光子，因此光子具有动量测不准量，其各分量为（在 $\Delta \theta$ 很小的情况下）

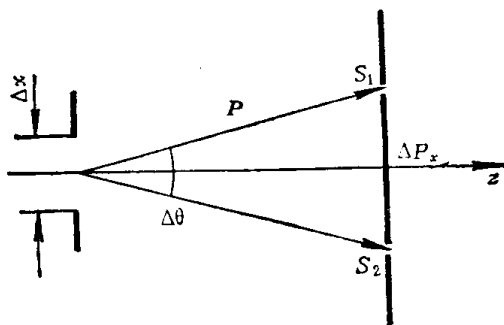


图1-2-3 双缝的相干性

$$\Delta P_x = \Delta P_y \approx |\mathbf{P}| \Delta\theta = \frac{h\nu}{c} \Delta\theta \quad (1-2-16)$$

因为 $\Delta\theta$ 很小, 故有

$$P_z \approx |\mathbf{P}|$$

$$\Delta P_z \approx \Delta |\mathbf{P}| = \frac{h}{c} \Delta\nu \quad (1-2-17)$$

如果具有上述动量测不准量的光子处于同一相格之内, 即处于一个光子态, 则光子占有的相格空间体积 (即光子的坐标测不准量) 可根据 (1-2-11)、(1-2-16) 及 (1-2-17) 式求得

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{h^3}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z} = \frac{c^3}{\nu^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2} = V_{cr} \quad (1-2-18)$$

上式表明, 相格的空间体积和相干体积相等。如果光子属于同一光子态, 则它们应该包含在相干体积之内。也就是说, 属于同一光子态的光子是相干的。

综上所述, 可得下述关于相干性的重要结论:

1. 相格空间体积以及一个光波模或光子态占有的空间体积都等于相干体积;
2. 属于同一状态的光子或同一模式的光波是相干的。不同状态的光子或不同模式的光波是不相干的。

(四) 光子简并度

在 § 1.1 中已经指出, 相干光强是描述光的相干性的参量之一。从相干性的光子描述出发, 相干光强决定于具有相干性的光子的数目或同态光子的数目。这种处于同一光子态的光子数称为光子简并度 \bar{n} 。显然, 光子简并度具有以下几种相同的涵义: 同态光子数、同一模式内的光子数、处于相干体积内的光子数、处于同一相格内的光子数。

§ 1.3 光的受激辐射基本概念

光与物质的共振相互作用, 特别是这种相互作用中的受激辐射过程是激光器的物理基础。我们将在第二章和第五章中较详细地讨论这种相互作用的理论处理方法。本节先给出基本物理概念。

受激辐射概念是爱因斯坦首先提出的 (1917年)。在普朗克 (Max Planck) 于 1905 年用辐射量子化假设成功地解释了黑体辐射分布规律, 以及波尔 (Niels Bohr) 在 1913 年提出原子中电子运动状态量子化假设的基础上, 爱因斯坦从光量子概念出发, 重新推导了黑体辐射的普朗克公式, 并在推导中提出了两个极为重要的概念: 受激辐射和自发辐射。四十年后, 受激辐射概念在激光技术中得到了应用。

(一) 黑体辐射的普朗克公式

我们知道, 处于某一温度 T 的物体能够发出和吸收电磁辐射。如果某一物体能够完全吸收任何波长的电磁辐射, 则称此物体为绝对黑体, 简称黑体。如图 1-3-1 所示的空腔辐射体就是一个比较理想的绝对黑体, 因为从外界射入小孔的任何波长的电磁辐射都将在腔内来回反射而不再逸出腔外。物体除吸收电磁辐射外, 还会发出电磁辐射, 这种电磁辐射称为热辐射或温度辐射。§ 1.1 中提到的普通光源就可以是一种热辐射光源。

如果图 1-3-1 所示的黑体处于某一温度 T 的热平衡情况下, 则它所吸收的辐射能量应等于发出的辐射能量, 即黑体与辐射场之间应处于能量(热)平衡状态。显然, 这种平衡必然导致空腔内存在完全确定的辐射场。这种辐射场称为黑体辐射或平衡辐射。

黑体辐射是黑体温度 T 和辐射场频率 ν 的函数, 并用单色能量密度 ρ_ν 描述。 ρ_ν 定义为: 在单位体积内, 频率处于 ν 附近的单位频率间隔中的电磁辐射能量。其量纲为 [焦耳·米⁻³·秒]。

为了从理论上解释实验测得的黑体辐射 ρ_ν 随 (T, ν) 的分布规律, 人们从经典物理学出发所作的一切努力都归于失败。后来, 普朗克提出了与经典概念完全不相容的辐射能量量子化假设, 并在此基础上成功地得到了与实验相符的黑体辐射普朗克公式。这一公式可表述为: 在温度 T 的热平衡情况下, 黑体辐射平均地分配到腔内所有模式上, 且每个模的能量为[●]

$$E = \frac{h\nu}{e^{K/T} - 1} \quad (1-3-1)$$

为了求得腔内模式数目, 可利用 § 1.2 中的 (1-2-8) 式。显然, 腔内单位体积中频率处于 ν 附近单位频率间隔内的光波模式数 n_ν 为

$$n_\nu = \frac{P}{V d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

于是, 黑体辐射普朗克公式为

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{K/T} - 1} \quad (1-3-2)$$

式中 K 为玻尔兹曼常数, 其数值为

$$K = 1.38062 \times 10^{-23} \text{焦耳/度}$$

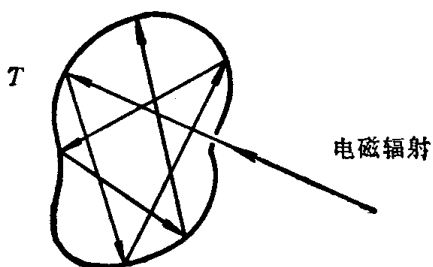


图1-3-1 绝对黑体示意图

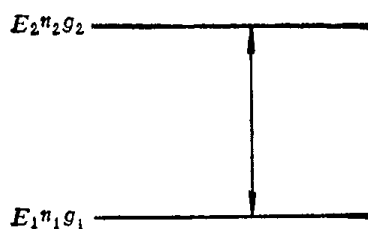


图1-3-2 二能级原子能级图

(二) 受激辐射和自发辐射概念

(1-3-2) 式表示的黑体辐射, 实质上是辐射场 ρ_ν 和构成黑体的物质原子相互作用的结果。为简化问题, 我们只考虑原子的两个能级 E_2 和 E_1 , 并有

$$E_2 - E_1 = h\nu \quad (1-3-3)$$

单位体积内处于两能级的原子数分别用 n_2 和 n_1 表示, 如图 (1-3-2) 所示。

● 参阅 M. 伽本尼, 《光学物理》, P. 45., 科学出版社。

爱因斯坦从辐射与原子相互作用的量子论观点出发提出，相互作用应包含原子的自发辐射跃迁、受激辐射跃迁和受激吸收跃迁三种过程。

1. 自发辐射〔图 1-3-3(a)〕。处于高能级 E_2 的一个原子自发地向 E_1 跃迁，并发射一个能量为 $h\nu$ 的光子，这种过程称为自发跃迁。由原子自发跃迁发出的光子称为自发辐射。自发跃迁过程用自发跃迁几率 A_{21} 描述。 A_{21} 定义为单位时间内 n_2 个高能态原子中发生自发跃迁的原子数与 n_2 的比值：

$$A_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{sp} \frac{1}{n_2} \quad (1-3-4)$$

式中， $(dn_{21})_{sp}$ 表示由于自发跃迁引起的由 E_2 向 E_1 跃迁的原子数。

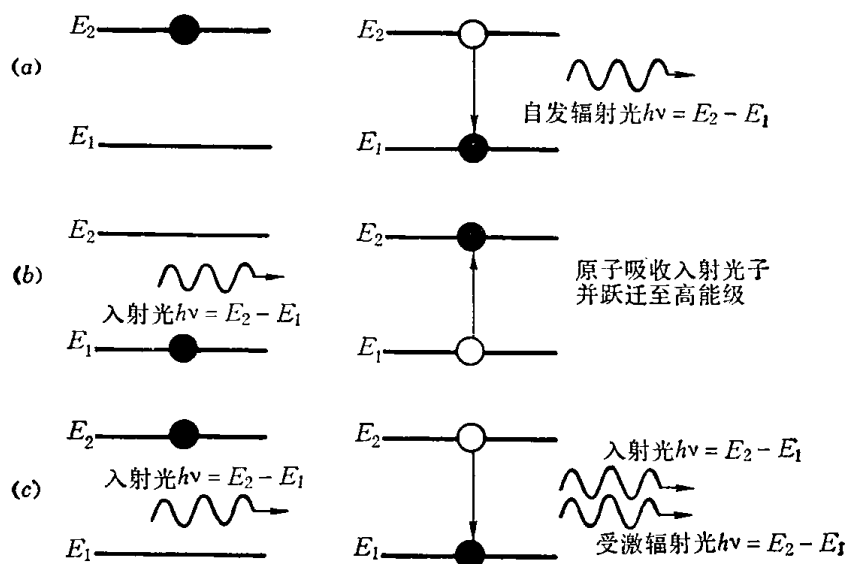


图1-3-3 原子的自发辐射、受激辐射和受激吸收示意图

应该指出，自发跃迁是一种只与原子本身性质有关而与辐射场 ρ_ν 无关的自发过程。因此， A_{21} 只决定于原子本身的性质。由(1-3-4)式容易证明， A_{21} 就是原子在能级 E_2 的平均寿命 τ 的倒数。因为在单位时间内能级 E_2 所减少的粒子数为

$$\frac{dn_2}{dt} = - \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{sp}$$

将(1-3-4)式代入则得

$$\frac{dn_2}{dt} = - A_{21} n_2$$

由此式可得

$$n_2(t) = n_{20} e^{-A_{21}t} = n_{20} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

式中

$$A_{21} = \frac{1}{\tau} \quad (1-3-5)$$

A_{21} 也称为自发跃迁爱因斯坦系数。

2. 受激吸收〔图 1-3-3(b)〕。显然，如果黑体物质原子和辐射场相互作用只包含上述自发跃迁过程，是不能维持由(1-3-2)式所表示的腔内辐射场的稳定值的。因此，爱因

斯坦认为, 必然还存在一种原子在辐射场作用下的受激跃迁过程, 从而第一次从理论上预言了受激辐射的存在。

处于低能态 E_1 的一个原子, 在频率为 ν 的辐射场作用 (激励) 下, 受激地向 E_2 能态跃迁并吸收一个能量为 $h\nu$ 的光子, 这种过程称为受激吸收跃迁, 并用受激吸收跃迁几率 W_{12} 描述:

$$W_{12} = \left(\frac{dn_{12}}{dt} \right)_{st} \frac{1}{n_1} \quad (1-3-6)$$

式中, $(dn_{12})_{st}$ 表示由于受激跃迁引起的由 E_1 向 E_2 跃迁的原子数。

应该强调, 受激跃迁和自发跃迁是本质不同的物理过程, 反映在跃迁几率上就是: A_{21} 只与原子本身性质有关; 而 W_{12} 不仅与原子性质有关, 还与辐射场的 ρ_ν 成正比。我们可将这种关系唯象地表示为

$$W_{12} = B_{12} \rho_\nu \quad (1-3-7)$$

式中, 比例系数 B_{12} 称为受激吸收跃迁爱因斯坦系数, 它只与原子性质有关。

3. 受激辐射 [图 1-3-3(c)]。受激吸收跃迁的逆过程就是受激辐射跃迁。并有相似的关系式

$$W_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{st} \frac{1}{n_2} \quad (1-3-8)$$

$$W_{21} = B_{21} \rho_\nu \quad (1-3-9)$$

由原子受激辐射跃迁发出的光子称为受激辐射。

(三) A_{21} 、 B_{21} 、 B_{12} 的相互关系

现在根据上述相互作用物理模型分析空腔黑体的热平衡过程, 从而导出爱因斯坦三系数之间的关系。如前所述, 正是由于腔内黑体辐射场 ρ_ν 与物质原子相互作用的结果应该维持黑体处于温度为 T 的热平衡状态。这种热平衡状态的标志是:

1. 腔内存在着由 (1-3-2) 式表示的热平衡黑体辐射。
2. 腔内物质原子数按能级分布应服从热平衡状态下的玻尔兹曼 (Ludwig Boltzman) 分布

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{(E_2 - E_1)}{KT}} \quad (1-3-10)$$

式中, g_2 和 g_1 分别为能级 E_2 和 E_1 的统计权重。

3. 在热平衡状态下, n_2 (或 n_1) 应保持不变, 于是有

$$\left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{sp} + \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_{st} = \left(\frac{dn_{12}}{dt} \right)_{st} \quad (1-3-11)$$

或

$$n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \rho_\nu = n_1 B_{12} \rho_\nu \quad (1-3-12)$$

联立式 (1-3-2)、(1-3-10) 和 (1-3-12) 可得

$$\frac{c^3}{8\pi h\nu^3} \left(e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1 \right) = \frac{B_{21}}{A_{21}} \left(\frac{B_{12} g_1}{B_{21} g_2} e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1 \right) \quad (1-3-13)$$

上式当 $T \rightarrow \infty$ 时也应成立, 所以有

$$B_{12} g_1 = B_{21} g_2 \quad (1-3-14)$$

将上式代入 (1-3-13) 式可得

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} = n_\nu h\nu \quad (1-3-15)$$

(1-3-14) 和 (1-3-15) 式就是爱因斯坦系数的基本关系。特别是, 当统计权重 $g_2 = g_1$ 时有

$$B_{12} = B_{21}$$

或

$$W_{12} = W_{21} \quad (1-3-16)$$

(四) 受激辐射的相干性

最后我们要强调指出受激辐射与自发辐射的极为重要的区别——相干性。如前所述, 自发辐射是原子在不受外界辐射场控制情况下的自发过程。因此, 大量原子的自发辐射场的相位是无规则分布的, 因而是不可相干的。此外, 自发辐射场的传播方向和偏振方向也是无规则分布的, 或者如 (1-3-1) 和 (1-3-2) 式所表述的那样, 自发辐射平均地分配到腔内所有模式上。

受激辐射是在外界辐射场的控制下的发光过程, 因而容易设想各原子的受激辐射的相位不再是无规分布, 而应具有和外界辐射场相同的相位。在量子电动力学的基础上可以证明 (见 § 2.8): 受激辐射光子与入射 (激励) 光子属于同一光子态; 或者说, 受激辐射场与入射辐射场具有相同的频率、相位、波矢 (传播方向) 和偏振, 因而, 受激辐射场与入射辐射场属于同一模式。图 1-3-4 示意地表示这一特点。特别是, 大量原子在同一辐射场激发下产生的受激辐射处于同一光波模或同一光子态, 因而是相干的。受激辐射的这一重要特性就是现代量子电子学 (包括激光与微波激光) 的出发点。以后将说明, 激光就是一种受激辐射相干光。

受激辐射的这一特性在上述爱因斯坦理论中是得不到证明的, 因为那里使用的是唯象方法, 没有涉及原子发光的具体物理过程。严格的证明只有依靠量子电动力学。但是, 原子发光的经典电子论模型可以帮助我们得到一个定性的粗略理解。按经典电子论模型, 原子的自发跃迁是原子中电子的自发阻尼振荡, 没有任何外加光

电场来同步各个原子的自发阻尼振荡, 因而电子振荡发出的自发辐射是相位无关的。而受激辐射对应于电子在外加光电场作用下作强迫振荡时的辐射, 电子强迫振荡的频率、相位、振动方向显然应与外加光电场一致。因而强迫振动电子发出的受激辐射应与外加光辐射场具有相同的频率、相位、传播方向和偏振状态。

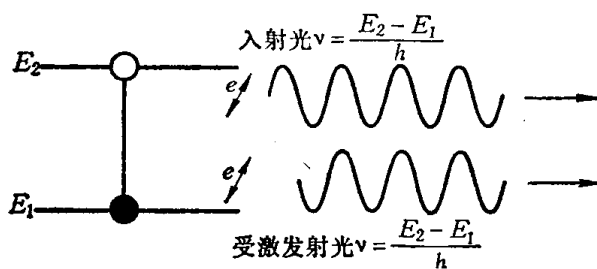


图1-3-4 受激辐射示意图

$e \nearrow$ 表示偏振方向。

§ 1.4 光的受激辐射放大

(一) 光放大概念的产生

在激光出现之前, 科学技术的发展对强相干光源提出了迫切的要求。例如, 光全息技

术和相干光学计量技术要求在尽可能大的相干体积或相干长度内有尽量强的相干光。但是，正如 § 1.1 中所指出的，对普通热光源来说，上述要求是矛盾的。又如，相干电磁波源（各种无线电振荡器、微波电子管等）曾大大推动了无线电技术的发展，而无线电技术的发展又要求进一步缩短相干电磁波的波长，即要求强相干光源。但是，普通热光源的自发辐射光实质上是一种光频“噪声”，所以在激光出现以前，无线电技术很难向光频段发展。

为进一步说明普通光源的相干性限制，我们来分析黑体辐射源的光子简并度 \bar{n} ，它可由式 (1-3-1) 求出：

$$\bar{n} = \frac{E}{h\nu} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1} \quad (1-4-1)$$

按此式可计算 \bar{n} 与波长及温度的关系。例如，在室温 $T = 300\text{K}$ 的情况下，对 $\lambda = 30$ 厘米的微波辐射， $\bar{n} \approx 10^3$ ，这时可以认为黑体基本上是相干光源；对 $\lambda = 60$ 微米的远红外辐射， $\bar{n} \approx 1$ ，而对 $\lambda = 0.6$ 微米的可见光， $\bar{n} \approx 10^{-35}$ ，即在一个光波模内的光子数是 10^{-35} 个，这时黑体就是完全非相干光源。即使提高黑体温度，也不可能对其相干性有根本的改善。例如，为在 $\lambda = 1$ 微米处得到 $\bar{n} = 1$ ，要求黑体温度高达 50000K 。可见，普通光源在红外和可见光波段实际上是非相干光源。

为了理解构成激光器的基本思想，我们进一步分析 (1-4-1) 式，它可改写为

$$\bar{n} = \frac{\rho_\nu}{\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}} = \frac{B_{21}\rho_\nu}{A_{21}} = \frac{W_{21}}{A_{21}} \quad (1-4-2)$$

上式在物理上是容易理解的，（因为受激辐射产生相干光子，而自发辐射产生非相干光子。）这个关系对腔内每一特定光子态或光波模均成立。从 (1-4-2) 式出发，如果我们能创造一种情况，使腔内某一特定模式（或少数几个模式）的 ρ_ν 大大增加，而其它所有模式的 ρ_ν 很小，就能在这一特定（或少数几个）模式内形成很高的光子简并度 \bar{n} 。也就是说，使相干的受激辐射光子集中在某一特定（或几个）模式内，而不是均匀分配在所有模式内。这种情况可用下述方法实现：如图 1-4-1 所示，将一个充满物质原子的长方体空腔（黑体）去掉侧壁，只保留两个端面壁。如果端面腔壁对光有很高的反射系数，则沿垂直端面的腔轴方向传播的光（相当于少数几个模式）在腔内多次反射而不逸出腔外，而所有其它方向的光则很容易逸出腔外。此外，如果沿腔轴传播的光在每次通过腔内物质时不是被原子吸收（受激吸收），而是由于原子的受激辐射而得到放大，那末腔内轴向模式的 ρ_ν 就能不断增强，从而在轴向模内获得极高的光子简并度。这就是构成激光器的基本思想。

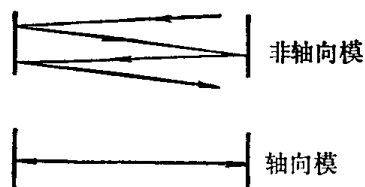


图1-4-1 光谐振腔的选模作用

可以看出，上述思想包含两个重要部分：第一是光波模式的选择，它由两块平行平面反射镜完成，这实际上就是光学技术中熟知的法布里-珀罗 (Fabry-Perot) 干涉仪，在激光技术中称为光谐振腔。第二是光的受激辐射放大，激光的英文缩写名称 Laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) 正反映了这一物理本质。光的放大由处于集居数反转状态的激光工作物质来完成。

顺便指出，激光器的上述基本思想，对于产生相干电磁波的传统电子器件（如微波电子管）来说，也是一种技术思想的突破。在传统的微波电子器件中，使用尺寸可与波长相比拟的封闭谐振腔选择模式，利用自由电子和电磁波相互作用对单模电磁场进行放大。但是，在力图缩短微波器件波长（例如小于1毫米）的过程中，继续沿用传统方法就遇到了极大的困难。首先是封闭谐振腔的尺寸必须小到不能实现的程度，其次是使用普通自由电子束对光波进行有效的放大也是极其困难的。激光器正是在这两方面突破了传统方法，即用开式谐振腔代替封闭谐振腔，用原子中束缚电子的受激辐射光放大代替自由电子对电磁波的放大，从而为获得光波段的相干电磁波源开辟了极其广阔的道路。

(二) 实现光放大的条件——集居数反转

下面讨论在由大量原子（或分子）组成的物质中实现光的受激辐射放大的条件。

在物质处于热平衡状态时，各能级上的原子数（或称集居数）服从玻耳兹曼统计分布：

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-\frac{(E_2 - E_1)}{KT}}$$

为简化起见，式中已令 $g_2 = g_1$ 。因 $E_2 > E_1$ ，所以 $n_2 < n_1$ ，即在热平衡状态下，高能级集居数恒小于低能级集居数，如图 1-4-2 所示。当频率 $\nu = (E_2 - E_1)/h$ 的光通过物质时，受激吸收光子数 $n_1 W_{12}$ 恒大于受激辐射光子数 $n_2 W_{21}$ 。因此，处于热平衡状态下的物质只能吸收光子。

但是，在一定的条件下物质的光吸收可以转化为自己的对立面——光放大。显然，这个条件就是 $n_2 > n_1$ ，称为集居数反转（也可称为粒子数反转）。一般来说，当物质处于热平衡状态（即它与外界处于能量平衡状态）时，集居数反转是不可能的，只有当外界向物质供给能量（称为激励或泵浦过程），从而使物质处于非热平衡状态时，集居数反转才可能实现。激励（或泵浦）过程是光放大的必要条件。

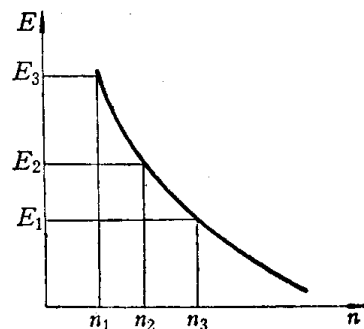


图1-4-2 集居数按能级的玻耳兹曼分布

(三) 光放大物质的增益系数与增益曲线

处于集居数反转状态的物质称为激活物质（或激光介质）。一段激活物质就是一个光放大器。放大作用的大小通常用放大（或增益）系数 G 来描述。如图 1-4-3 (a) 所示，设在光传播方向上 z 处的光强为 $I(z)$ （光强 I 正比于光的单色能量密度 ρ ），则增益系数定义为

$$G(z) = \frac{dI(z)}{dz} \cdot \frac{1}{I(z)} \quad (1-4-3)$$

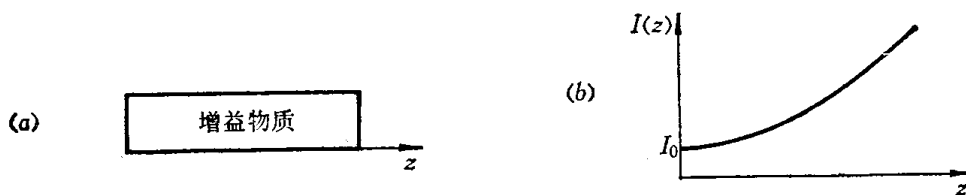


图1-4-3 增益物质的光放大

所以 $G(z)$ 表示光通过单色长度激活物质后光强增长的百分数。显然, $dI(z)$ 正比于单位体积激活物质的净受激发射光子数

$$\begin{aligned} dI(z) &\propto [W_{21}n_2(z) - W_{12}n_1(z)]h\nu dz \\ &\propto B_{21}h\nu\rho(z)[n_2(z) - n_1(z)]dz \\ &\propto B_{21}h\nu I(z)[n_2(z) - n_1(z)]dz \end{aligned} \quad (1-4-4)$$

所以

$$G(z) \propto B_{21}h\nu[n_2(z) - n_1(z)] \quad (1-4-5)$$

如果集居数反转不随 z 而变化, 则增益系数 $G(z)$ 为一常数 G^0 , (1-4-3) 式为线性微分方程。积分 (1-4-3) 式得

$$I(z) = I_0 e^{G^0 z} \quad (1-4-6)$$

式中, I_0 为 $z = 0$ 处的初始光强。这就是如图 1-4-3(b) 所示的线性增益或小信号增益情况。

但是, 实际上光强 I 的增加正是由于高能级原子向低能级受激跃迁的结果, 或者说光放大正是以集居数差值 $n_2(z) - n_1(z)$ 的减小为代价的。并且, 光强 I 越大, $n_2(z) - n_1(z)$ 减少得越多, 所以实际上 $n_2(z) - n_1(z)$ 随 z 的增加而减少。因而增益系数 $G(z)$ 也随 z 的增加而减小, 这称为增益饱和效应。与此等效, 我们可将集居数差值表示为光强 I 的函数 (详见 § 3.2)

$$n_2 - n_1 = \frac{n_2^0 - n_1^0}{1 + \frac{I}{I_s}} \quad (1-4-7)$$

式中, I_s 为饱和光强。在这里, 我们可暂时将 I_s 理解为为描述增益饱和效应而唯象引入的参量。 $n_2^0 - n_1^0$ 为光强 $I = 0$ 时的初始集居数差值。从 (1-4-7) 式出发, 我们可将 (1-4-5) 式改写为

$$G(I) \propto B_{21}h\nu \frac{n_2^0 - n_1^0}{1 + \frac{I}{I_s}} \quad (1-4-8)$$

或

$$G(I) = \frac{G^0}{1 + \frac{I}{I_s}} \quad (1-4-9)$$

式中, $G^0 = G(I = 0)$ 即为小信号增益系数。如果在放大器中光强始终满足条件 $I \ll I_s$, 则增益系数 $G(I) = G^0$ 为常数, 且不随 z 变化, 这就是 (1-4-6) 式表示的小信号情况。反之, 在条件 $I \ll I_s$ 不能满足时, 由 (1-4-9) 式表示的 $G(I)$ 称为大信号增益系数 (或饱和增益系数)。

最后指出, 增益系数也是光波频率 ν 的函数, 表示为 $G(\nu, I)$ 。这是因为能级 E_2 和 E_1 由于各种原因 (见第二章) 总有一定的宽度, 所以在中心频率 $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$ 附近一个小范围 $(\pm \frac{1}{2}\Delta\nu)$ 内都有受激跃迁发生。 $G(\nu, I)$ 随频率 ν 的变化曲线称为增益