

目 录

第一章 概 述	(1)
第一节 数控机床的基本工作原理.....	(1)
第二节 数控机床的特点和应用.....	(3)
第三节 数控装置的分类.....	(4)
第四节 数控机床的发展趋势.....	(6)
第二章 数控技术的运算基础	(10)
第一节 进位计数制.....	(10)
第二节 二进制与十进制的相互转换.....	(13)
第三节 两种编码.....	(16)
第四节 数的表示.....	(20)
第五节 计算机的算术运算原理.....	(24)
第三章 基本逻辑电路与逻辑部件	(30)
第一节 基本逻辑电路.....	(30)
第二节 逻辑代数的基本原理.....	(40)
第三节 触发器.....	(47)
第四节 基本逻辑部件.....	(57)
第四章 数控装置	(81)
第一节 数控装置的一般结构.....	(81)
第二节 点位控制装置.....	(86)
第三节 轮廓控制装置.....	(90)
第四节 刀具半径补偿原理.....	(119)
第五章 数控机床的程序编制	(126)
第一节 数控的通用标准	(127)
第二节 手工编程序	(137)
第六章 驱动机构	(147)
第一节 概 述	(147)
第二节 步进电机	(152)
第三节 开环驱动线路	(157)
第四节 电-液脉冲马达.....	(164)
第七章 进给传动机构	(166)
第一节 滚珠丝杠螺母付	(166)
第二节 滚动导轨	(177)
第三节 提高进给传动机构精度的措施	(179)
第八章 位置检测装置	(186)

第一节	概 述	(186)
第二节	光电盘位置检测装置	(187)
第三节	直接编码式测量装置	(188)
第四节	光栅位置检测装置	(190)
第五节	感应同步器位置检测装置	(196)
第六节	磁尺位置检测装置	(200)
第九章	数控机床实例	(203)
第一节	主要技术指标	(203)
第二节	数控装置	(203)
第三节	程序编制	(232)

第一章 概 述

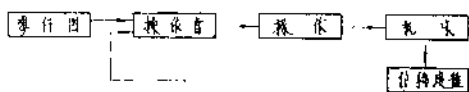
机械制造业的发展过程，实质上是围绕产品的数量、质量和成本之间矛盾的不断发生、发展和解决的过程。在这一过程中，人们经常把注意力集中在劳动生产率和产品质量这两个主要问题上。因此，提高劳动生产率和自动化程度始终是机床工业发展的重要方向之一。在大批量生产中，由于自动线、组合机床和各种专用设备的广泛应用，这个问题获得了较好的解决。但是，占机械加工总量 80% 左右的单件、小批量的零件加工，还停留在手工操作为主的状况下。尤其是近年来，科学技术迅速发展，批量小、精度高、形状复杂、改型频繁这样一类产品的比例迅速增加，进一步推动人们研制高效能、高精度、高适应性的机床设备。

随着电子技术和计算机技术的发展，五十年代出现的数字程序控制机床（简称数控机床）为解决上述问题提供了广阔的前景。所谓数控机床是将加工零件图纸上的一些工艺要求变为数字形式的控制指令来控制机床工作的具有广泛通用性、高效率的自动化机床，是一种综合应用计算技术、自动控制、精密测量和机床结构设计等各个技术领域内最新成就而发展起来的全新的机械加工设备。

数控机床的产生和发展，标志着机床工业进入了一个新的发展阶段。

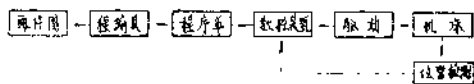
第一节 数控机床的基本工作原理

为了说明数控机床的工作原理，先简略的分析一下普通机床加工零件的情形。在普通机床上加工零件时，零件图上的工艺参数首先记忆在操作者的大脑中。加工时，操作人员通过大脑指挥自己的双手去操纵机床，并不断的用眼睛观察刻度。观察的结果反映到操作者的大脑中，与原来“存储”的数据进行比较，调整操作直至零件的形状、尺寸和各项技术要求全部符合图纸要求为止。见图 1-1 (a) 示。



(a) 普通机床加工示意图

由上可知，加工时操作人员是通过图纸了解设计要求的。图纸是人们交流思想的媒介。这种媒介在自动化技术中称为信息。操作人员看阅图纸的过程就是理解设计意图的过程，这一过程在自动化技术中称为信息传递。理解图纸内容后确定加工方案、制定具体措施以实现零件图上各种技术要求，这一过程在自动化技术中称为信息处理。然后通过大脑发出命令指挥双手去操纵机床，这种指挥命令，在自动化技术中称为指令。



(b) 数控机床加工示意图

图 1-1 两类机床加工比较示意图

在以上过程中，如果把信息传递和处理等大部分工作由专用电子数字计算机去完成，而

由人命令这台计算机来实现加工的自动控制，这就是数字程序控制。下面用图 1-1(b) 来说明数字程序控制加工的过程。

从图 1-1(b) 可以看出，这个系统正是模仿了人的大脑和双手进行信息处理，同时发出加工指令指挥机床工作的。由于计算机的直接功能是数字计算，不可能像人一样直接看阅图纸和独立的确定加工方案，必须将计算机所要传递和处理的信息“数字化”，并将加工意图用机器能够接受的“语言”，按一定的程式和次序编排成一道道命令。这一工作称为程序编制。然后把这些命令记录在控制介质上（如穿孔纸带）。穿孔纸带上的信息由控制机的光电输入装置读取，送到控制机的信息处理电路，经数字运算，以脉冲形式发出加工指令去指挥伺服机构（如步进电机），驱动机床按照规定技术要求进行加工。

机械零件的几何形状，从本质上说是由直线和曲线构成的。这些直线和曲线在零件图上都只标出起讫点坐标及其轨迹。但是如上已述，数控机床是以指令脉冲形式指挥伺服机构拖动机床工作台作步进式运动的。因此，为了加工出所需形状尺寸的零件，就必须对所给的线段的起讫点之间进行数据的密化工作。用一个一个脉冲把起讫点之间的空白填补起来，这在数学上称为插补运算。插补运算是由数控装置的插补器完成的。加工时把这些线段的原始数据按照一定的程式和次序送到控制机中，让控制机的运算器进行插补运算，根据计算的结果确定加工点的位置和进给方向，给伺服机构发出指令脉冲带动机床的 X 轴和 Y 轴拖板作一步步的进给运动，最后加工出所需的轮廓曲线。图 1-2 中折线是常用的插补方法之一——逐点比较法圆弧插补刀具实际轨迹。

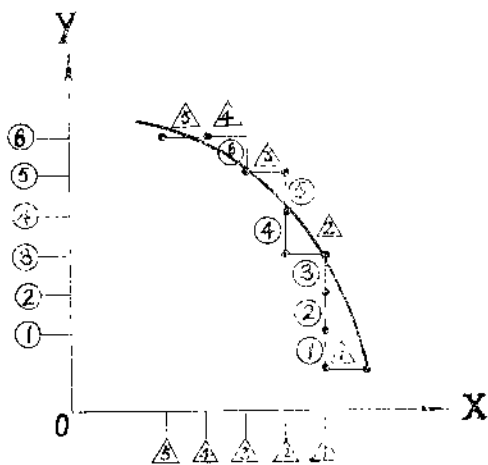


图 1-2 逐点比较法插补原理

由图可见，所谓插补就是用细分的直线来逼近理想轮廓线。显然，细分愈甚则逼近理想轮廓线的程度愈好，被加工零件的精度愈高。在数控机床中，细分线段的长度为一个脉冲当量。即数控装置发出一个指令脉冲，伺服机构驱动机床工作台运动的位移量，单位为毫米/脉冲。

综上所述，数控机床是一种新型的自动化机床。普通机床传统的工艺方法不再适用，必须按照数控机床的特点，采用如下的工作过程：

1. 根据被加工零件图纸上规定的尺寸和工艺要求，对零件的外形轮廓进行分段，然后确定加工路线和工艺参数（如主轴转速、进给速度、切深和刀具的选用），计算出坐标增量值。
2. 按照规定的编码将这些操作指令的内容以数字形式和文字符号（即代码）编写程序单。
3. 根据程序单制作控制介质内容（例如穿孔纸带）。

4. 把控制介质（例如穿孔制带）送到数控装置的输入部分（例如光电阅读机）将控制介质上的程序内容逐段读入数控装置。

5. 数控装置进行信息处理，即一边按一定的节拍运算，一边向机床上各座标轴的伺服机构分配进给指令脉冲。

6. 由伺服机构控制、驱动机床，使刀具和工件严格的按照控制介质上给定的各段程序作出所需的相对运动。

在穿孔纸带以前的环节，统称为程序编制。若编程环节由人工完成，称为手工编程；若由计算机完成，即称自动编程。

第二节 数控机床的特点和应用

由上节可知，数控机床的基本特点是预先编制程序，数控装置按程序内容进行处理并控制伺服机构驱动机床实现切削加工。工件的加工路线和加工精度完全靠程序指令和机床本身来保证。

因此，数控机床与普通机床比较优点是显而易见的，主要有：

1. 数控机床具有很高的自动化程度，高的劳动生产率。据有关统计材料指出，应用数控机床生产率平均提高 3~4 倍，工艺难度大的工件和大件一般可提高 5~7 倍甚至达十余倍。双班充分使用的数控机床，机动时间可达 65%，自动换刀数控机床可达 80~85%，而普通机床双班使用的机动时间一般不多于 25%，镗床等甚至更低（约 15%）。同时操作者摆脱了繁重的体力劳动。

2. 数控机床具有高的加工精度和稳定的产品质量，工时稳定便于计划管理。由于机床是预先编好程序的控制介质控制的，控制介质上的指令经过检验，必要时可以在机床上试切，因此错误机会很少，加工出来的零件质量十分一致。普通机床加工时，加工的质量和工时在很大程度上受操作人员主观因素的影响。工人的操作水平、疲劳和精神不集中等因人而异的因素使零件精度波动很大，往往因此而打乱生产计划。

数控的概念通常也包含在“自动化”的范围之内。但是，数控机床与一般的自动化机床比较有如下主要特点。

1. 数控机床适应性强。数控机床在自动加工循环中，不仅能对各种动作的先后顺序以及各种辅助机能（如主轴转速、进给速度、换刀、冷却液开关等）进行自动控制，还能控制机床运动部件的位移量。而且控制机床这些指令是以数码和文字码的形式存放在控制介质上。数控机床可以随着加工零件的改变迅速地改变它的机能。这对于批量小、种类多、产品更新频繁、零件形状复杂一类零件的加工具有无可比拟的优越性。一般的自动机床、半自动机床、组合机床、专用机床等设备自动化程度也很高，但它们依靠模板、凸轮、专用夹具、定程挡块等办法来实现顺序的加工动作和控制刀具相对于工件的移动距离，改变加工对象时机床调整时间长，适应性差。

2. 数控机床的生产准备时间短，简化了新产品试制的准备工作。工件改变只需重新编制程序即可。而制备程序指令比起制造一般自动机床上采用的凸轮、靠模、或调整限位开关等简便得多，因而可以大大缩短生产准备时间。

数控机床的使用范围原则上不受什么限制。但在实际应用时，亦应充分考虑经济效果。由于这类机床技术上较复杂，成本高，在日前阶段还比较适合于单件、中小批量生产中精度要求高、尺寸变化大、结构形状比较复杂或在试制中需多次修改设计的零件加工。

图 1-3 是各类机床加工零件的批量生产和生产成本之间关系的一个参考资料。图中件数为零时的数值表示准备工序的费用和工夹具费用。(A) 是数控机床的编程费、纸带穿孔费及工夹具费用；(B) 是普通机床的工夹具和制造费用、划线费用；(C) 是专用机床的工夹具设计、制造费用及手工操作调整费用。

相应的工件工艺难度和加工批量，各类机床的适用范围如图 1-4 所示。

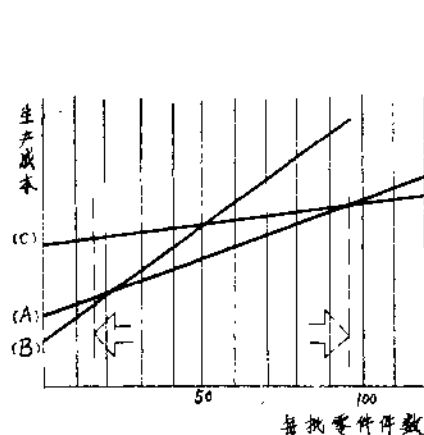


图 1-3 各类机床加工批量与成本之间的关系

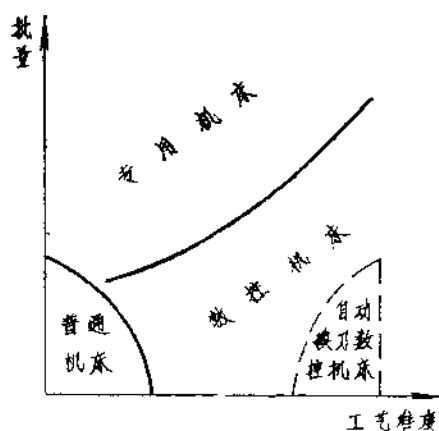


图 1-4 各类机床适用范围示意图

随着数控技术的普及和数控机床造价的不断降低，可以预见在不远的将来数控机床的使用范围会越来越广，并将成为广泛实现单件、小批生产机械加工自动化的重要途径之一。

第三节 数控装置的分类

数控装置虽然种类很多，但可以按照下述三个原则来分类。

一、按运动轨迹方式分类

1. 点位控制

这类控制装置的特点是只要求保证点与点之间的准确定位，即只控制行程的终点坐标值，至于点与点之间所经过的轨迹则不加控制。通常要求这类系统有较快的移动速度，以减少非切削时间的消耗。采用这类控制方式的机床有钻床、座标镗床、冲床等。

2. 直线控制

直线控制装置的特点是不仅要控制行程的终点坐标值，还要保证被控制的两坐标间的轨迹是一条平行于座标轴或与座标轴成特殊角（例如 45° ）的直线。见图 1-5 示。由于刀具按指定轨迹移动过程是切削工件的，因此，还必须控制进给速度。这类控制方式的机床有自动换刀数控机床、车床、铣床、磨床及齿轮加工机床等。

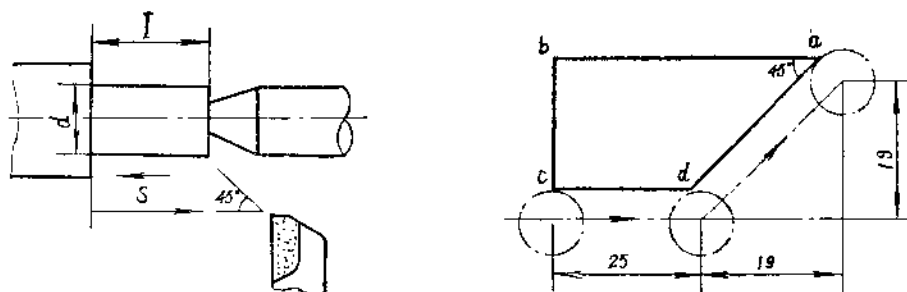


图 1-5 直线控制方式

二、按插补方式分类

1. 内插补控制

所谓内插补是指机床数控装置本身带有插补器，可直接与机床连成一体。由于每台机床都带有插补装置，便于零件的更换和程序的修改，灵活性较大，缺点是成本较高。

2. 外插补控制

外插补控制是机床本身不带插补器，自身没有插补能力。插补运算用通用计算机，甚至由另外一个城市的计算中心进行。然后记录在磁带上经录返装置重放讯号来控制机床运动。这种数控装置结构简单、成本低、可靠性较好。缺点是零件更换和程序修改依赖于通用计算机或计算中心，灵活性较差。而且受到工业水平的限制。

三、按被控制量有无检测反馈装置分类

1. 闭环控制

图 1-6 为闭环控制装置结构方框图。数控装置根据输入数据发出指令脉冲 A，使工作台移动；通过检测装置测出工作台的实际位移量，向比较器发回反馈信号脉冲 B 进行比较，

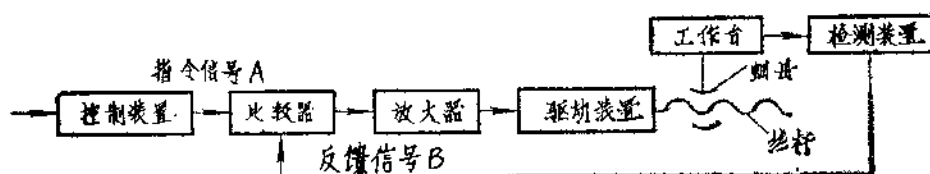


图 1-6 闭环控制方式结构框图

用 A 与 B 的差值进行控制，直到差值等于零为止。闭环装置的特点是定位精度高，可达 0.01 毫米以内。但装置比较复杂、调试维修比较困难、制造成本较高。

2. 开环控制

图 1-7 示为开环控制装置结构框图。数控装置根据输入数据发出指令信号，送到电—液脉冲马达，使其转过一定的角度，带动丝杠螺母使工作台移动一定的距离。这种没有位置检测也不将控制量的实际值和指令值进行比较的控制装置称为开环控制装置。这种装置的加工

精度由执行元件的精度和机床传动机构的精度来保证。定位精度一般为 ± 0.02 毫米以上, 少数可达 0.01 毫米。它的优点是结构比较简单、调试和维修方便、工作较稳定、成本低。因此, 开环控制装置近来发展较快, 目前在数控机床中占 80% 以上。



图 1-7 开环控制方式结构框图

第四节 数控机床的发展趋势

一、概 况

二十多年来, 数控机床经历了研究、试制 (1948~1955年)、工业应用 (1956~1959年) 和高速发展三个阶段。实践证明, 数控机床在提高机床效率、节省人力、提高加工精度、降低加工费用等方面都具有很大的优越性。特别是数控机床可以显著的减少工夹具、缩短新产品试制周期, 有利于新产品的试制, 因此, 深受国内外的重视。投入大量的人力和物力对数控机床涉及的各个方面进行深入的研制, 并已取得可喜的成果。主要有以下几个方面:

1. 1965 年以后出现了商品化集成电路数控装置, 不仅缩小了数控装置的体积, 减小了功耗, 并使可靠性得到进一步提高, 象征着数控装置进入了发展的第三代。随着超大规模集成电路的日趋成熟和商品化, 高效能、超小型的微处理机的问世, 预示着数控装置即将进入第四代。

2. 在基础技术工作的研究方面, 如程序编制, 已由手工编程逐步发展到采用计算机自动编程。除 APT 程序语言外, 又发展了各种专用程序语言。如, CAMP、SNAP、AUTOMAP、SPLIT、AUTOPROPS、AUTOSPOT、AUTOPROMT、COMPACT 等。

3. 在为数控机床配套用的元、部件研制方面, 如穿孔机、光电输入机、滚珠丝杠、电液脉冲马达、功率步进电机、电液伺服阀、感应同步器、光栅、磁尺、数码显示装置、恒温油箱和数控机床用刀具系统, 以及机外对刀装置等也都在配套研制生产, 并有不同程度的进展。

4. 机床数控的研究推进了机床结构的发展。数控机床的研制是从改造普通机床开始的。随着数控技术的发展, 普通机床上的一些致命的弱点如: 刚性不足, 惯性大, 滑动面的摩擦阻力大, 传动元件中存在间隙等都限制了数控机床技术性能的发挥。因而促进人们对新机床结构的研究, 发展了不少完全新颖的结构。主要表现以下几个方面:

- (1) 提高了机床的结构刚性和抗震性;
- (2) 减少了由于热变形引起的误差;
- (3) 采用了高传动效率的精密滚珠丝杠螺母付等元件;
- (4) 采用了摩擦系数仅 0.01~0.001 的滚动导轨或静压导轨;
- (5) 采用了无间隙齿轮传动付;

- (6) 增大功率, 改进刀具, 提高切削量;
- (7) 采用多主轴、多刀架结构, 提高单位时间的切削效率;
- (8) 采用自动换刀和自动更换工件的装置以增加切削时间;
- (9) 设置自动排屑装置。

二、数控机床的发展趋势

上面简略的介绍了数控机床涉及的主要方面的进展情况, 下面再简略的介绍数控机床的发展趋势。

1. 简易数控机床

数控机床虽然具有高效率、高适应性和高精度等突出的优点。但就目前而言, 数控机床的造价较高。以一般数控机床为例, 其造价约为普通机床的 3~5 倍。较为复杂的自动换刀数控机床为同类普通机床的 10~20 倍。因此, 目前国内外在研制“全能”数控机床的同时, 对发展简易数控机床亦给予较大的重视。所谓简易数控机床是它的主要加工机能具备数字控制的基本功能, 能自动完成主要加工任务, 具有精度高、效率高的优点。而它的一些辅助机能不一定是自动完成。因此, 简易数控机床具有结构简单、运用方便、功能适当、造价低廉、上马快、效果好的特点。特别适用于老设备的改造更新, 对于挖掘设备潜力, 实现增产又减人是一个有力措施。

2. “适应”数控机床

“适应”数控机床又称自适应数控机床。1968 年开始有正式产品。现在世界各国已搞出不少“适应”数控机床的控制装置。这些装置已被应用于铣床、磨床、车床、钻床、多工序数控机床及电加工机床上。

一般数控机床只允许机床根据预先编制的程序进行加工。而在编程序时, 为了避免未预料到的情况如: 毛坯加工余量的不均匀, 机床——工件——刀具系统的刚度变化, 机床及工件热变形及切削振动等。故在选择切削用量时总是留有余地, 因而不能取最佳参数。但“适应”数控机床能通过装在机床上的各种不同检测装置(或称传感器)的敏感元件将加工条件发生的各变化量测量出来, 送到“适应”控制装置, 并与预先贮存入的有关刀具、机床功率等数据进行比较和分析, 从而使机床本身根据每种加工状态及时进行调整, 使机床始终在最佳工作状态下工作。见图 1-8 示。

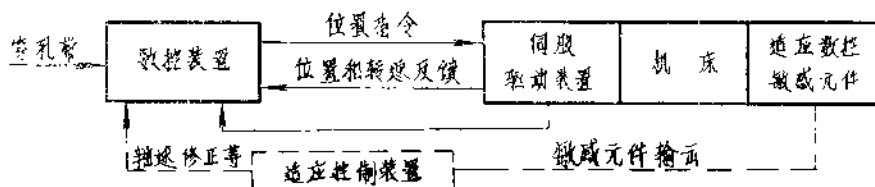


图 1-8 “适应”控制的结构框图

“适应”数控机床的优点主要表现在:

- (1) 能取得较好的经济效果, 改善了加工质量, 提高生产率 60% 左右, 刀具寿命提高 25~35%;

(2) 编程工作大大简化, 只需依工件轮廓编出最后一道走刀路线, 中间各次走刀路线可由“适应”控制系统选择切深自动进行。

3. 自动换刀(多工序)数控机床

自动换刀数控机床又称“加工中心”。其工作原理与一般数控机床大致相同。不同之点仅在这类机床上工件经一次装卡后, 数控装置能控制机床自动地更换刀具, 连续地对工件的各个加工面自动地完成铣削、镗削、铰孔、扩孔及攻丝等工序加工。这类机床的结构特点是除具有一个回转工作台外, 还增加了一套自动换刀装置。这类机床的主要优点是:

(1) 提高了设备利用率和生产率。一般通用机床的净切削时间是机床开动时间的 15~20%, 一般数控机床是 65~70%, 而自动换刀数控机床可达 75~85%;

(2) 由于工序的集中和自动加工, 消除了人为的操作误差, 提高了加工质量。避免了零件在各道工序间的转换, 减少了半成品的库存量。简化了生产管理;

(3) 可以节省许多工艺装置的设计制造。缩短了新产品的试制周期。

自动换刀数控机床适用于产品更换频繁、零件形状复杂、精度要求高、生产批量不大而生产周期较短的工厂企业。但这类机床造价昂贵, 比同类数控机床高 50~100%, 且维修困难。

4. 机床的计算机控制

随着数控技术的日益发展, 为了更好地利用数控机床, 目前世界上各主要工业国家都在致力于以电子计算机为基础, 对数控机床本身和工厂生产组织进行全面的技术改造。

机床的计算机控制, 根据它的构成系统和能完成的功能可以有以下几种类型。

(1) 小型计算机控制(简称 CNC)

它是用一台小型通用计算机来代替数控装置中原来采用的大部分逻辑电路, 图 1-9 是它的结构示意图。

为了使小型计算机起到原来数控装置中逻辑电路所具有的作用。必须预先为小型计算机编制程序, 并把它储存到磁芯存储器中去。这种程序称为“控制程序”。因此, 小

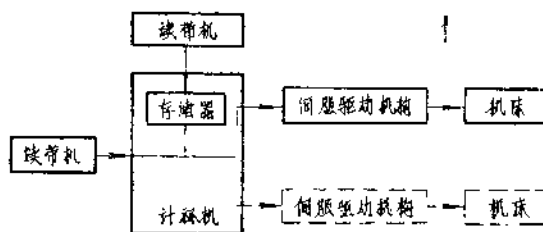


图 1-9 小型计算机控制系统

型计算机控制在开始工作前, 必须先把“控制程序”纸带送入读带机全部读进去, 存储在磁芯存储器中。然后取下“控制程序”纸带, 再送入数控指令纸带, 使机床开始工作。因此, 小型计算机所具有的数控机能是由小型计算机的“控制程序”决定的。如果变更“控制程序”, 则数控的机能也就随之而改变。从这个意义上来说, 小型计算机控制具有很大的通用性。既可用于控制车床, 又可用控制铣床; 既可用于一般数控, 又可用于进行“适应”数控。只要改变一下“控制程序”就能满足不同用户的要求。

(2) 计算机直接控制(简称 DNC)

计算机直接控制是将大型通用计算机输出的数据, 直接输给机床的控制装置来控制一群机床(几台或上百台机床)。因此, 又称为“群控”。根据它的控制装置、机床与计算机的

结合方式不同,大致可分为下列两种不同的工作方式:

① 间接型“群控”(简称 DNC 中的 K 系统)

间接型“群控”,是把来自计算机存贮的程序,通过连接装置分别送到机床群中每台机床的普通数控装置中去,不需再经读带机。图 1-10 示为它的方框示意图。

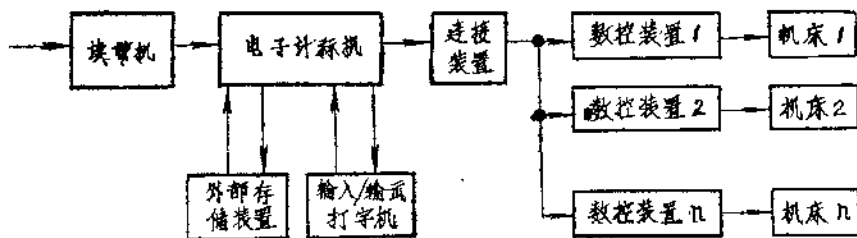


图 1-10 间接型“群控”系统

② 直接型“群控”(简称 DNC 中的 T 系统)

在直接型“群控”中,机床群中的每台机床不必再装设普通的数控装置。只需装上由伺服控制电路和操作盘所组成的机床控制装置即可。然后把数控机能集中到一个分时多路数控装置,再与电子计算机连接成一个完整的“群控”系统,图 1-11 示为这种控制方式的方框图。

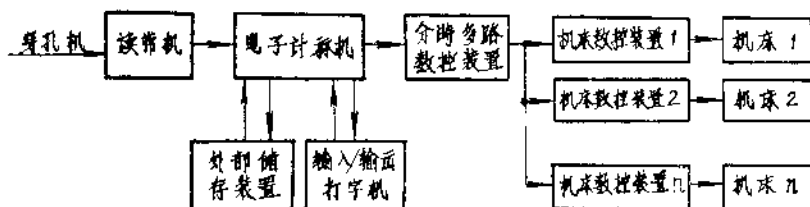


图 1-11 直接型“群控”系统

前一种结合方式,往往是先把数控机床设置在车间内,当数控机床台数增加到一定数量时,再装上电子计算机,将其连成一个“群控”系统。后一种结合方式的优点是,每台机床不必装设普通的数控装置。因此成本低而且分时多路数控装置可安装在环境条件较好的恒温控制室内,所以工作可靠性较好。

第二章 数控技术的运算基础

由第一章对数控机床基本原理的粗略介绍可知,数控装置是数控机床的主要环节。数控装置实际上是一台专用电子计算机,它承担着大量数据的处理、运算工作。计算机中数的表示采取什么形式,将直接影响计算机的性能和结构。本章主要讨论数控装置中“数”的有关概念及计算机的算术运算基础。

第一节 进位计数制

一、二进制数的表示

进位计数制,简称进位制,是指它是按进位的方式计数的。

在长期的生产斗争实践中,人们逐渐的总结了各种计数制。有单一进位计数制,也有混合进位计数制,最常用的就是十进制数。它的数值部分是用十个不同的数字符号 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 来表示的。每位计满十向高位进一,即“逢十进一”。通常把这些数字符号称为数码。数码处于不同的位置(或数位)有不同的含义。例如在 4286.57 这个数中,小数点左边的第一位 6 代表个位,表示它本身的数值;左边第二位表示 8×10 ; 左边第三位 2 是百位,表示 2×100 ; 左边第四位是千位,表示 4×1000 ; 而小数点右边的第一位是十分之一位,即表示 $\frac{5}{10}$; 第二位 7 表示 $\frac{7}{100}$ 。因此这个数可写成

$$4286.57 = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$$

一般地,任意一个十进制数 N 都可以表示为

$$N = \pm [K_n(10)^n + K_{n-1}(10)^{n-1} + \dots + K_1(10)^1 + K_0(10)^0 + K_{-1}(10)^{-1} + \dots + K_{-(m-1)}(10)^{-(m-1)} + K_{-m}(10)^{-m}] \quad (2-1)$$

式中, m 、 n 均为正整数, K 可以是 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 十个数码中的任意一个,它由 N 决定。括号内的 10 称为计数制的基数。

对于任意单进位制,如将基数用 R 表示,则可得到数 N 的一般表达式为

$$\begin{aligned} N &= \pm [K_n R^n + K_{n-1} R^{n-1} + K_{n-2} R^{n-2} + \dots \\ &\quad + K_1 R^1 + K_0 R^0 + K_{-1} R^{-1} + K_{-2} R^{-2} + \dots \\ &\quad + K_{-(m-1)} R^{-(m-1)} + K_{-m} R^{-m}] \\ &= \pm \sum_{i=-m}^n K_i R^i \end{aligned} \quad (2-2)$$

式中, m 、 n 为正整数, K_i 为 0, 1, 2, $\dots$ $(R-1)$ 中的任一个。

若取 $R=2$, 就是二进制。亦即,二进制的基数为 2, 每位所允许用的数码为 0 和 1。它是逢二进一的。即 $1+1=10$; $10-1=1$ 。

部分十进制数和二进制数的对照如表 2-1 所示。

表 2-1 部分十进制数和二进制数对照

十 进 制	二 进 制	十 进 制	二 进 制
0	0	$2^5 = 32$	100000
$1 = 2^0$	1	$2^6 = 64$	1000000
$2 = 2^1$	10	$2^7 = 128$	10000000
$3 = 2^1 + 2^0$	11	$2^8 = 256$	100000000
$4 = 2^2$	100	$2^9 = 512$	1000000000
$5 = 2^2 + 2^0$	101	$\vdots$	$\vdots$
$6 = 2^2 + 2^1$	110	2^n	$10 \cdots 0$ n
$7 = 2^2 + 2^1 + 2^0$	111	$2^{-1} = 1/2 = 0.5$	0.1
$8 = 2^3$	1000	$2^{-2} = 1/4 = 0.25$	0.01
$9 = 2^3 + 2^0$	1001	$2^{-3} = 1/8 = 0.125$	0.001
$10 = 2^3 + 2^1$	1010	$2^{-4} = 1/16 = 0.0625$	0.0001
$11 = 2^3 + 2^1 + 2^0$	1011	$2^{-5} = 1/32 = 0.03125$	0.00001
$12 = 2^3 + 2^2$	1100	$\vdots$	$\vdots$
$13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$	1101	2^{-n}	$0.00 \cdots 01$ n
$14 = 2^3 + 2^2 + 2^1$	1110		
$15 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$	1111		
$16 = 2^4$	10000		

为了防止混淆,用右下角的“+”与“-”分别表示十进制数与二进制数。即

$$(9)_+ = (1001)_-$$

$$(0.125)_+ = (0.001)_-$$

从以上分析,可概括出单一进位制共同的规律为:

1. 每个进位制数都有一个固定的基数 R , 它的每一位数可取 R 个不同的数码, 而且是“逢 R 进一”, 即每位计满 R 就向高位进一;

2. 进位制数都能写成如式 (2-2) 的展开式。它的每位数码 K_i 对应于一个固定的值 R^i , R^i 称为 K_i 的“权”。相应地, 式 (2-2) 也称为进位制数按权的展开式;

如, 二进制数 101.01 自左至右, 每一位数字对应的权分别为 2^2 , 2^1 , 2^0 , 2^{-1} , 2^{-2} 。

3. 对于 R 进制小数, 若小数点向左移一位, 则等于原小数减少 R 倍, 即乘了 $\frac{1}{R}$; 若小数点向右移一位, 则等于原小数扩大了 R 倍, 即乘了 R 。对二进制, 小数点左移一位为原数除 2, 小数点右移一位为原数乘 2。

二、二进制的特点

虽然, 十进制早已为人们所熟悉并广泛的应用。但是在数字技术中却普遍采用二进制, 这是由于二进制计数制具有如下独特的优点:

1. 二进制只取二个数码 0 和 1。因此, 可以方便的应用只有两种稳定状态的元件来表示二进制数。例如, 开关与继电器触点的闭合和断开; 晶体管的导通和截止; 脉冲的有和无等。只要规定其中的一种状态表示“1”, 另一种状态表示“0”, 就可以表示二进制数了。制造具有两个稳定状态的元件, 相对于制造具有两个以上稳定状态的元件要容易得多。而且工作可靠, 抗干扰能力强。

2. 二进制进行算术运算非常简便。比如

加法表为

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 1 + 0 &= 0 + 1 = 1 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

乘法表为

$$\begin{aligned} 0 \times 0 &= 0 \\ 1 \times 0 &= 0 \times 1 = 0 \\ 1 \times 1 &= 1 \end{aligned}$$

而且用电子线路来实现这些运算也比较容易。

下面举例来说明二进制正整数的运算规则。

例 2-1

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 011 \\ \hline 1010 \end{array}$$

例 2-2

$$\begin{array}{r} 1101 \\ - 110 \\ \hline 111 \end{array}$$

例 2-3

$$\begin{array}{r} 10111 \\ \times 1010 \\ \hline 00000 \\ 10111 \\ 00000 \\ 10111 \\ \hline 11100110 \end{array}$$

例 2-4

$$\begin{array}{r} 11001 \dots\dots (\text{商}) \\ 111 \overline{) 10110001} \\ \underline{111} \\ 1000 \\ \underline{111} \\ 1001 \\ \underline{111} \\ 10 \dots\dots (\text{余数}) \end{array}$$

3. 使用二进制可以节省存储器和运算器的元件。在机器中若采用十进制来表示数，数的每一位都有 0~9 十个数码。每位数都得用十个设备状态，而且十个设备状态最多只能表示 10。若采用二进制来表示数 10，虽然有四个数位（即 1 0 1 0），但每位只有两种状态，总共才用八个设备状态，而且这八个设备状态所表示的数还不止 10，可以表示到 15（即 1111）。显然采用二进制节省设备。一般为了表示同一个数，十进制所需的元件要比二进制多用 20%。

4. 便于使用以二进制为基础的逻辑代数来分析，综合有关的逻辑线路。大大方便于逻辑线路的阅读和设计。

第二节 二进制与十进制的相互转换

由于二进制具有以上独特优点。因此，在数控技术中获得广泛的应用。

但是，二进制也有不足之处。主要是书写很长，念起来不易懂，人们长期习惯使用十进制，对于直接使用二进制深感不便。所以一般在机器的输入输出仍用十进制，而让机器用二进制进行运算。这样就要求实现二进制与十进制的相互转换。

一、十进制整数转换成二进制整数

要将十进制整数转换成二进制整数有几种方法。

1. 比较和除法

可以把十进制数与二进制数各数位所代表的数值，从高到低逐位加以比较，扣除后求得。

例 2-5 把十进制数 41 化为二进制数。

比较 $41 > 32 = 2^5$ 二进制数第六位为 1；

扣除 32（即减去 32），即 $41 - 32 = 9$ ；

比较 $9 > 8 = 2^3$ 二进制数第四位为 1。

扣除 8（即减去 8），即 $9 - 8 = 1$ ；

比较 $1 = 1 = 2^0$ 二进制数第一位为 1。

扣除 1（减 1）即 $1 - 1 = 0$ 。

所以， $41 = 32 + 8 + 1 = 2^5 + 2^3 + 2^0$ ，写成二进制形式为：1 0 1 0 0 1。

2. 除 2 取余法

将十进制的数不断的用“2”去除，直至商为 0 止，将每次除的余数依次记为 $K_0, K_1, K_2, \dots$ 最后一次余数记为 K_n ，于是 $K_n K_{n-1} \dots K_1 K_0$ 即为该十进制整数的二进制表示式。

例 2-6，仍以十进制数 41 为例用除 2 取余法化成二进制数。

设 $(41)_+ = (K_n K_{n-1} \dots K_1 K_0)_-$

求 $K_n, K_{n-1} \dots K_1, K_0$ 的具体值。

由于任意一个二进制数都可以写成按权的展开式。因此上式可写成

$$\begin{aligned} (41)_+ &= (K_n K_{n-1} \dots K_1 K_0)_- \\ &= K_n 2^n + K_{n-1} 2^{n-1} + \dots + K_1 2^1 + K_0 2^0 \end{aligned}$$

$$= 2(K_n 2^{n-1} + K_{n-1} 2^{n-2} + \dots + K_1) + K_0$$

等式两边同时除以 2。得到

$$\begin{aligned} \frac{41}{2} &= 20 + \frac{1}{2} \\ &= (K_n 2^{n-1} + K_{n-1} 2^{n-2} + \dots + K_1) + \frac{K_0}{2} \end{aligned} \quad (2-3)$$

由于等式两边整数与小数必须对应相等，所以上式表明， $K_0 = 1$ ，它正好是 $\frac{41}{2}$ 的余数。

再将式 (2-3) 写成

$$\begin{aligned} \frac{41}{2} - \frac{K_0}{2} &= 2(K_n 2^{n-2} + K_{n-1} 2^{n-3} + \dots \\ &\quad + K_2) + K_1 \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} \frac{41-1}{2} &= 20 \\ &= 2(K_n 2^{n-2} + K_{n-1} 2^{n-3} + \dots + K_2) + K_1 \end{aligned}$$

同样，将该式两边除以 2，可得 $K_1 = 0$ 。

同理类推，可得到 $K_2, K_3, \dots, K_n$ 各值。

其步骤可记成

$$\begin{array}{ll} 2/\underline{41} & \text{余数} = 1 \dots K_0 \\ 2/\underline{20} & \text{余数} = 0 \dots K_1 \\ 2/\underline{10} & \text{余数} = 0 \dots K_2 \\ 2/\underline{5} & \text{余数} = 1 \dots K_3 \\ 2/\underline{2} & \text{余数} = 0 \dots K_4 \\ 2/\underline{1} & \text{余数} = 1 \dots K_5 \\ \underline{0} & \end{array}$$

转换结果为

$$(41)_{10} = (1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1)_2$$

3. 乘拾加数法

例 2-7，将十进制数 359 用乘拾加数法化为二进制数。

在十进制中，数 $N = 359$ 可表示成

$$\begin{aligned} N = 359 &= 3 \times 100 + 5 \times 10 + 9 = 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0 \\ &= (3 \times 10 + 5) \times 10 + 9 \end{aligned} \quad (2-4)$$

上式中存在一个数乘拾的运算问题。在十进制数中，某数乘 10^n ，只要在该数加 n 个零即可。如， $53 \times 10^1 = 530$ 。在二进制中某数乘 2 有类似的情形。因此，若把乘 10 化成乘 2 加乘 8，则有

$$N = (3 \times 2 + 3 \times 8 + 5) \times 2 + (3 \times 2 + 3 \times 8 + 5) \times 8 + 9$$

将上式中 3, 5, 9, 2, 8 等用二进制数代入即有:

$$\begin{aligned}
 (359)_+ & \text{化为二进制数} (11 \times 10 + 11 \times 1000 + 101) \times 10 \\
 & + (11 \times 10 + 11 \times 1000 + 101) \times 1000 \\
 & + 1001 = 1000110 + 100011000 \\
 & + 1001 = (101100111)_-
 \end{aligned}$$

一般, 在数控装置中, 采用乘拾加法将输入的十进制数自动的转换成二进制数。具体实现的方法将在下一章讨论。

二、十进制小数转换成二进制小数

例 2-8, 将十进制小数 0.6875 转换成二进制小数。

$$\begin{aligned}
 \text{设} \quad (0.6875)_+ & = (0.K_{-1}K_{-2}K_{-3}\cdots K_{-m})_- \\
 & = K_{-1}2^{-1} + K_{-2}2^{-2} + \cdots + K_{-m}2^{-m}
 \end{aligned}$$

将上式两边同乘以 2, 得

$$1.3750 = K_{-1} + K_{-2}2^{-1} + \cdots + K_{-m}2^{-m+1} \quad (2-5)$$

由于等式两边整数与小数必须对应相等, 所以 $K_{-1} = 1$ 。同时式 (2-5) 又可写成:

$$0.3750 = K_{-2}2^{-1} + \cdots + K_{-m}2^{-m+1}$$

等式两边再乘以 2, 得到:

$$0.75 = K_{-2} + K_{-3}2^{-1} + \cdots + K_{-m}2^{-m+2}$$

因此得到

$$K_{-2} = 0$$

$$0.75 = K_{-3}2^{-1} + \cdots + K_{-m}2^{-m+2}$$

如此继续下去, 可逐个求得 $K_{-1}, K_{-2}, K_{-3}, \cdots, K_{-m}$ 的值。整个转换过程如下:

$$\begin{array}{rcl}
 0.6875 & & \\
 \times 2 & & \\
 \hline
 1.3750 & \text{整数部分} = 1 \cdots K_{-1} & \\
 \times 2 & & \\
 \hline
 0.7500 & \text{整数部分} = 0 \cdots K_{-2} & \\
 \times 2 & & \\
 \hline
 1.5000 & \text{整数部分} = 1 \cdots K_{-3} & \\
 \times 2 & & \\
 \hline
 1.0000 & \text{整数部分} = 1 \cdots K_{-4} & \\
 \times 2 & & \\
 \hline
 2.0000 & &
 \end{array}$$

所以转换的结果为

$$\begin{aligned}
 (0.6875)_+ & = (0.K_{-1}K_{-2}K_{-3}K_{-4})_- \\
 & = (0.1011)_-
 \end{aligned}$$

应当指出, 并非所有的十进制小数都能用有限位的二进制小数精确的表示出来, 此时一般考虑取机器字长位数的近似值。

如果一个数既有整数部分, 又有小数部分, 则可将整数部分与小数部分分别进行转换, 然后进行合并即可。例如

$$\begin{aligned}
 (2.25)_+ & \rightarrow (2)_+ + (0.25)_+ \\
 & \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\
 (10.01)_- & \leftarrow (10)_- + (0.01)_- \\
 \text{即} \quad 2.25_+ & = (10.01)_-
 \end{aligned}$$