

# 奥林匹克数学教程

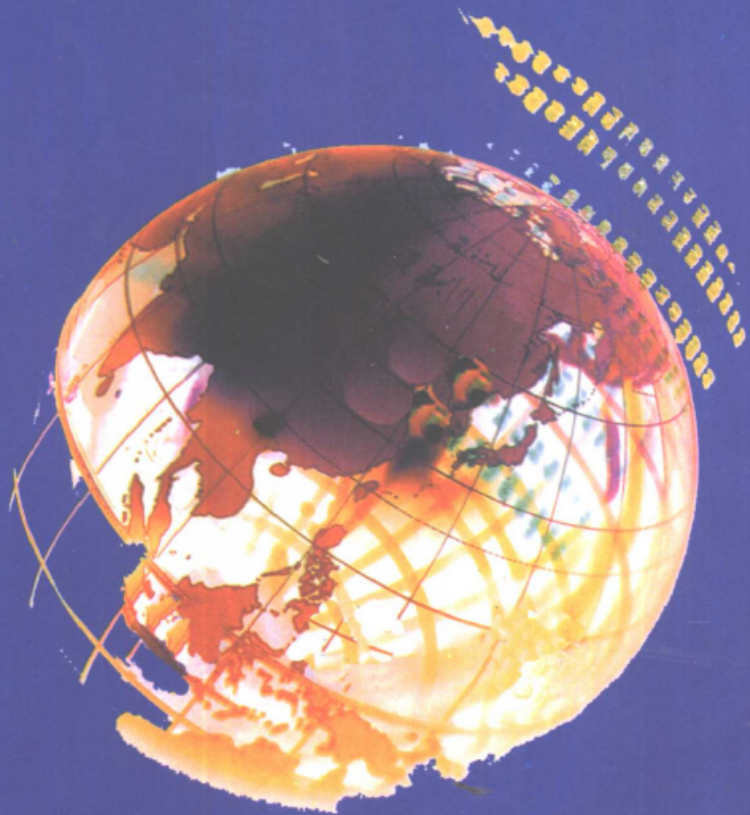
总主编  
单 增 熊 斌

· 六年级 ·

本册主编 杭顺清



华东师范大学出版社



ISBN 7-5617-2357-1



9 787561 723579 >  
G·1104 定价: 9.00 元

总主编 单 增 熊 斌

# 奥数教程

• 六年级 •

本册主编 杭顺清

参 编 者 郭凯福 周百里 庄国志

何 强 陈毓明 沈 军

吴士元 叶维根

华东师范大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

奥数教程. 六年级/杭顺清主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2000. 11

ISBN 7-5617-2357-1

I. 奥... II. 杭... III. 数学课-小学-教学参考资料 N. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 48989 号

## 奥数教程

• 六年级 •

总主编 单 增 熊 斌

策划组稿 倪 明 宋维锋

本册主编 杭顺清

责任编辑 陈信漪

封面设计 高 山

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

传真 021-62860410

社 址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

<http://www.ecnupress.com.cn>

印刷者 江苏省宜兴市印刷二厂

开 本 890×1 240 32 开

印 张 8

字 数 210 千字

版 次 2000 年 11 月第一版

印 次 2001 年 9 月第七次

书 号 ISBN 7-5617-2357-1/G · 1104

定 价 9.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话联系 62865537)

开展竞赛学好数学  
增进友谊共同提高

青少年数学爱好者留念

王元 二〇〇〇年七月



中国数学奥林匹克委员会主席、中国科学院  
王元院士致青少年数学爱好者

# 前 言

据说在很多国家,特别是美国,孩子们害怕数学,把数学作为“不受欢迎的学科”。

但在中国,情况很不相同,很多少年儿童喜爱数学,数学成绩也都很好。

的确,数学是中国人擅长的学科.如果在美国的中小学,你见到几个中国学生,那么全班数学的前几名就非他们莫属。

在数(shǔ)数(shù)阶段,中国儿童就显出优势。

中国人能用一只手表示1~10,而很多国家非用两只手不可。

中国人早就有位数的概念,而且采用最方便的十进制(不少国家至今还有12进制,60进制的残余)。

中国文字都是单音节,易于背诵.例如乘法表,学生很快就能掌握.再“傻”的人也都知道“不管三七二十一”。但外国人,一学乘法,头就大了.不信,请你用英语背一下乘法表,真是佶屈聱牙,难以成诵。

圆周率 $\pi = 3.14159\cdots$ .背到小数后五位,中国人花一两分钟就够了.可是俄国人为了背这几个数字,专门写了一首诗,第一句三个单词,第二句一个,……要背 $\pi$ 先背诗,我们看来简直自找麻烦,可他们还作为记忆的妙法。

四则运算应用题及其算术解法,也是中国数学的一大特色.从很古的时候开始,中国人就编了很多应用题,或联系实际,或饶有兴趣,解法简洁优雅,机敏而又多种多样,有助于提高学生学习兴趣,启迪学生智慧.例如:

“一百个和尚分一百个馒头,大和尚一个人吃三个,小和尚三个人吃一个,问有几个大和尚,几个小和尚?”

外国人多半只会列方程解. 中国人却有多种算术解法, 如将每个大和尚“变”成 9 个小和尚, 100 个馒头表明小和尚是 300 个. 多出 200 个和尚, 是由于每个大和尚变小和尚, 多变出 8 个人. 从而  $200 \div 8 = 25$  即是大和尚人数. 小和尚自然是 75 人. 或将一个大和尚与 3 个小和尚编成一组, 平均每人吃一个馒头. 恰好与总体的平均数相等. 所以大和尚与小和尚这样编组后不多不少, 即大和尚是  $100 \div (3 + 1) = 25$  人.

中国人善于计算, 尤其善于心算. 古代还有人会用手指帮助计算 (所谓“掐指一算”). 同时, 中国很早就有计算的器械, 如算筹、算盘. 后者可以说是计算机的雏形.

在数学的入门阶段——算术的学习中, 我国的优势显然, 所以数学往往是我国聪明的孩子喜爱的学科.

几何推理, 在我国古代并不发达 (但关于几何图形的计算, 我国有不少论著), 比希腊人稍逊一筹. 但是, 中国人善于向别人学习. 目前我国中学生的几何水平, 在世界上遥遥领先. 曾有一个外国教育代表团来到我国一个初中班, 他们认为所教的几何内容太深, 学生不可能接受. 但听课之后, 不得不承认这些内容中国的学生不但能够理解, 而且掌握得很好.

我国数学教育成绩显著. 在国际数学竞赛中, 我国选手获得众多奖牌, 就是最有力的证明. 当代著名数学家陈省身先生对此特别赞赏. 他说: “今年一件值得庆祝的事, 是中国在国际数学竞赛中获得第一. ……去年也是第一名.” (陈省身 1990 年 10 月在台湾成功大学的讲演《怎样把中国建为数学大国》)

陈省身先生还预言: “中国将在 21 世纪成为数学大国.”

成为数学大国, 当然不是一件容易的事, 不可能一蹴而就, 它需要坚持不懈的努力. 我们编写这套丛书, 目的就是:

1. 进一步普及数学知识, 使数学为更多的青少年喜爱, 帮助他们取得好的成绩.
2. 使喜爱数学的同学得到更好的发展, 通过这套丛书, 学到更多的知识和方法.

“天下大事, 必作于细.” 我们希望, 而且相信, 这套丛书的出版,

在使我国成为数学大国的努力中,能起到一点作用。

著名数学家、中国科学院院士、中国数学奥林匹克委员会主席王元先生担任本丛书顾问,并为青少年数学爱好者题词.我们表示衷心的感谢.

还要感谢华东师范大学出版社及倪明先生,没有他们,这套丛书不可能很快问世.

本丛书从小学三年级至高中三年级共 10 册.本册为六年级,由杭顺清主编.

单 樽 熊 斌

2000 年 8 月

本书荣获

第十届全国教育图书展

优秀畅销图书奖

---

《奥数教程》编委会

顾 问 王 元

主 编 单 增 熊 斌

编 委 (按姓氏笔画为序)

冯志刚 刘诗雄

江兴代 余红兵

单 增 杭顺清

胡大同 赵雄辉

倪 明 葛 军

熊 斌



**杭顺清** 上海市闸北区教育学院数学教研员，特级教师，中国数学奥林匹克高级教练员，上海市中小学数学教学专业委员会常务理事。曾获得全国模范教师、上海市劳动模范等荣誉称号。主要著作有《小学生数学能力比赛指引》、《我学数学更聪明（四年级）》、《小学生数学竞赛阶梯训练（五年级）》、《奥林匹克竞赛指南·小学数学》等。

# 目 录

|       |           |     |
|-------|-----------|-----|
| 第一讲   | 分数的计算     | 1   |
| 第二讲   | 分数的大小比较   | 7   |
| 第三讲   | 分数数列求和    | 13  |
| 第四讲   | 繁分数       | 19  |
| 第五讲   | 分数、百分数应用题 | 25  |
| 第六讲   | 巧配浓度      | 32  |
| 第七讲   | 工程问题      | 39  |
| 第八讲   | 比和比例关系    | 46  |
| 第九讲   | 圆的周长和面积   | 52  |
| 第十讲   | 扇形        | 62  |
| 第十一讲  | 长方体和正方体   | 72  |
| 第十二讲  | 圆柱和圆锥     | 84  |
| 第十三讲  | 加法原理和乘法原理 | 95  |
| 第十四讲  | 递推的方法     | 100 |
| 第十五讲  | 重叠问题      | 109 |
| 第十六讲  | 钟面上的数学问题  | 117 |
| 第十七讲  | 上楼梯的问题    | 122 |
| 第十八讲  | 同余问题      | 128 |
| 第十九讲  | 不定方程      | 133 |
| 第二十讲  | 最大与最小     | 141 |
| 第二十一讲 | 从整体看问题    | 146 |
| 第二十二讲 | 反过来考虑     | 154 |
| 第二十三讲 | 不变量       | 161 |
| 第二十四讲 | 染色问题      | 168 |

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 第二十五讲 对策问题..... | 173 |
| 综合测试题(一).....   | 177 |
| 综合测试题(二).....   | 181 |
| 习题解答.....       | 185 |

# 第一讲 分数的计算

## 一、知识要点和基本方法

分数计算是小学数学的重要内容,也是数学竞赛的重要内容之一.

分数计算同整数计算一样既有知识要求又有能力要求.法则、定律、性质是进行计算的依据,要使计算快速、准确,关键在于掌握运算技巧.对算式进行认真观察,剖析算式的特点及各数之间的关系,巧妙地、灵活地运用运算定律,合理改变运算顺序,使计算简便易行,既快又准,这对开拓知识、启迪思维,培养学生综合分析、推理能力和灵活、快速、准确的运算能力,使智能得到协调的发展,都有很大的帮助.

大家都非常熟悉德国著名数学家高斯十岁时巧算前100个自然数和的故事吧!从某种意义上说,计算方法的巧妙,在一定程度上反映一个人智商的高低.就这个问题给同学们提供一些帮助,愿你能较好地掌握巧算妙解的方法.

## 二、例题精讲

**例1** 计算:  $1995\frac{1}{2} \times 73 + \frac{6}{25} \times 730 + 153.3$

**分析** 这里的两个分数都可以化成有限小数,显然用小数计算简便.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad \text{原式} &= 1995.5 \times 73 + 2.4 \times 73 + 73 \times 2.1 \\ &= (1995.5 + 2.4 + 2.1) \times 73 \\ &= 2000 \times 73\end{aligned}$$

$$= 146\ 000$$

**例2** 计算:  $\frac{1\ 999 \times (3.4 \times 69 + 3.5)}{3.5 \times 69 - 3.4}$

**分析** 可以清楚地看到分子的括号部分与分母可以通过乘法分配律转化成同一个算式,使计算简便.

**解** 原式  $= 1\ 999 \times \frac{3.4 \times 69 + 3.5}{(3.4 + 0.1) \times 69 - 3.4}$

$$= 1\ 999 \times \frac{3.4 \times 69 + 3.5}{3.4 \times 69 + 6.9 - 3.4}$$

$$= 1\ 999 \times \frac{3.4 \times 69 + 3.5}{3.4 \times 69 + 3.5}$$

$$= 1\ 999$$

**例3** 计算:  $\frac{1.2 \times 3.6 \times 10.8 + 2 \times 6 \times 18 + \frac{1}{13} \times \frac{3}{13} \times \frac{9}{13}}{1.2 \times 2.4 \times 4.8 + 2 \times 4 \times 8 + \frac{1}{13} \times \frac{2}{13} \times \frac{4}{13}}$

**分析** 若按部就班,计算的复杂性是可想而知的.通过观察,找到分子、分母的特点和相同点,变形以后,计算过程就简单多了.

**解** 原式  $= \frac{1.2^3 \times 1 \times 3 \times 9 + 2^3 \times 1 \times 3 \times 9 + \left(\frac{1}{13}\right)^3 \times 1 \times 3 \times 9}{1.2^3 \times 1 \times 2 \times 4 + 2^3 \times 1 \times 2 \times 4 + \left(\frac{1}{13}\right)^3 \times 1 \times 2 \times 4}$

$$= \frac{1 \times 3 \times 9}{1 \times 2 \times 4} \times \frac{1.2^3 + 2^3 + \left(\frac{1}{13}\right)^3}{1.2^3 + 2^3 + \left(\frac{1}{13}\right)^3}$$

$$= 3 \frac{3}{8}$$

**例4** 计算:  $1 - \left(\frac{101\ 010}{202\ 020}\right)^2 \times \left(\frac{202\ 020}{303\ 030}\right)^2 \times \left(\frac{333\ 033}{555\ 055}\right)^2 \times \left(\frac{555\ 555}{777\ 777}\right)^2$

**解** 仔细观察,可以发现每个分数都可以约简,于是

$$\text{原式} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{5}{7}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7}$$

$$= 1 - \frac{1}{49} = \frac{48}{49}$$

**例 5** 计算:  $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$

**分析** 把相同的算式用同一个字母表示,先进行字母运算,得到最简单的字母表达式,再把原算式代入,这是常用的一种巧妙方法。

**解** 令  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = B$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = A$

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (1 + B) \times A - (1 + A) \times B \\ &= A + AB - B - AB \\ &= A - B\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{所以 原式} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

**例 6** 计算:  $99\frac{3}{4} + 199\frac{3}{4} + 2\,999\frac{3}{4} + 39\,999\frac{3}{4} + 1$

**分析** 因为  $1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ , 所以前面的四个带分数就都可以变成整数了。

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= \left(99\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(199\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) \\ &\quad + \left(2\,999\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(39\,999\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) \\ &= 100 + 200 + 3\,000 + 40\,000 \\ &= 43\,300\end{aligned}$$

## 练 习 题

### A 组

计算下列各题:

1.  $45 - 18\frac{1}{2} + 24.873 - 18.96$
2.  $292.5 \times \frac{11}{13} \div 2\frac{7}{8}$
3.  $7.0875 - 4\frac{2}{3} \times 0.72 + \frac{57}{64} \div 2.85$
4.  $84\frac{1}{2} - \left\{ 2 - \left[ 0.35 \div \left( 1 - \frac{3}{8} \right) \times 60\% \right] \right\} \times \frac{1}{4}$
5.  $1992\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2} - 5\frac{1}{3} + \cdots + 1990\frac{1}{2} - 1991\frac{1}{3}$
6.  $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{20} - \frac{1}{200} - \frac{1}{2000} - \frac{1}{20000}$
7.  $0.5 \times \frac{6}{29} \div 0.15 \times 7.25$

## B 组

计算下列各题(8~13):

8.  $\left( 1 + \frac{7}{33} \right) + \left( 1 + \frac{7}{33} \times 2 \right) + \left( 1 + \frac{7}{33} \times 3 \right) + \cdots + \left( 1 + \frac{7}{33} \times 10 \right) + \left( 1 + \frac{7}{33} \times 11 \right)$
9.  $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{5} + 5\frac{1}{6} + 6\frac{1}{7} + 7\frac{1}{8}$
10.  $\frac{\left( \frac{9}{40} + 0.7 \right) \times 3\frac{2}{3}}{10.01 \div \frac{13}{74}}$
11.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$
12.  $7\frac{5}{6} - 6\frac{7}{12} + 5\frac{9}{20} - 4\frac{11}{30} + 3\frac{13}{42} - 2\frac{15}{56} + 1\frac{17}{72}$
13.  $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{1995}$   
 $+ \frac{2}{1995} + \cdots + \frac{1995}{1995} + \frac{1994}{1995} + \cdots + \frac{2}{1995} + \frac{1}{1995}$

14. 有 30 个数:  $1.65, 1.65 + \frac{1}{30}, 1.65 + \frac{2}{30}, \dots, 1.65 + \frac{28}{30},$

$1.65 + \frac{29}{30}$ . 如果取每个数的整数部分, 并将这些数相加, 那么其和是多少?

15. 计算:  $\frac{1994}{1994^2 - 1993 \times 1995} + 6$

## 测 试 题

计算下列各题:

1.  $\frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{40}$

2.  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

3.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \dots + \frac{1}{50} + \frac{2}{50} + \dots$   
 $\frac{49}{50}$

4.  $2 \times \left(1 - \frac{1}{1995^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{1994^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{1993^2}\right) \times \dots \times$   
 $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)$

5.  $1949 \times \left(\frac{1}{47} - \frac{1}{1996}\right) + 47 \times \left(\frac{1}{1949} - \frac{1}{1996}\right) - 1996 \times$   
 $\left(\frac{1}{1949} + \frac{1}{47}\right) + 1003$

6.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7}\right) \times \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{6}{7}\right)$

7.  $2 \times \frac{1}{5} + 4 \times \frac{2}{11} + 4 \times \frac{2}{5} + 3 \times \frac{4}{11}$

8.  $\frac{9}{10} \times 34.6 + 111 \times 1.8 + 54.3 \div 1\frac{1}{9}$