

海流数值分析与预报

〔苏联〕 A. C. 萨尔基向 著

科学出版社

海流数值分析与预报

〔苏联〕A. C. 萨尔基向 著

乐肯堂 译

科学出版社

1980年10月

内 容 简 介

本书提出了定常海流数值计算和短期与长期海流预报问题之解的若干模式。

书中把大洋表面处的切向风应力(或者海平面上的大气压力)、热通量和盐通量作为给定的。主要着眼于海洋本身的海流热力动力学。本书大部分致力于对诊断性的和预报性的计算结果进行简要的评述和分析。同时,以相应的足够简单的数值模式为基础,具体介绍了这些模式在电子计算机上实现的情况。

本书适用于从事海流理论和计算研究的高年级大学生、研究生、教师和科研人员。

本书的中译本还增加了 S. Pond 和 K. Bryan 合写的一篇文章,作为附录,这篇文章评述了七十年代以来西方在这方面的主要成果。

A. C. Саркисян

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ И ПРОГНОЗ

МОРСКИХ ТЕЧЕНИЙ

Гидрометеиздат Ленинград, 1977

海流数值分析与预报

〔苏联〕A. C. 萨尔基向 著

乐肯堂 译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1980 年 3 月第 一 版 开本: 787 × 1092 1/32

1980 年 3 月第一次印刷 印张: 8 1/2

印数: 0001—1,200 字数: 173,000

统一书号: 13031·1213

本社书号: 1689·13—17

定价: 1.30 元

译 者 的 话

由于计算方法和计算技术的迅猛发展,最近十几年来,国际上关于大洋环流数值模式的研究,已经获得了重大的进展。尤其是进入七十年代以来,数值方法不仅在海流机制的研究中被广泛应用,而且在海流预报的研究中也占有十分重要的地位。因此,像大规模的现场实验一样,目前在海流研究中,数值模拟已成为不可缺少的强有力的工具之一。但是据我们所知,在本书问世之前,尚没有一本较系统地总结这方面研究成果的专著。

本书的作者是国际上著名的海流数值研究专家。本书主要总结了作者本人近十余年来研究成果,但也用一定的篇幅介绍和评述了西方国家在这方面的若干成果。书中研究了斜压大洋环流的数值模拟问题。全书共分两部分。第一部分是本书的主要部分,它较系统地论述了海流的诊断性计算(diagnostic computation)和短期预报问题,提出了几种计算模式,给出了计算各种模式的差分格式,讨论和评述了各种模式的计算结果。本书的第二部分讨论了大洋气候式模式和大尺度海流长期预报问题。这一部分内容虽然是探讨性的,但却反映了国际上海流数值模拟的新动向。但是,纵观全书,应当说本书对于西方国家的研究成果介绍得还很不够,这是本书的主要缺点。为了弥补这一不足,我们译出了 S. Pond 和 K. Bryan 合写的“大洋环流数值模式”一文,作为本书的附录。这篇文章较详尽地评述了七十年代以来西方在这方面的主要成果。同时,我们还补充了一部分参考文献。

本书是在毛汉礼教授的热情鼓励和大力支持下译出的。管秉贤副教授对于本书的译述进行了具体指导和热情帮助。同时在翻译过程中，还得到了许多同志的大力协助。本书由钱雪先、路成铭同志校订。在这里，译者谨向他们表示衷心的感谢。

由于译者的业务能力和外文水平的限制，译文中不妥及错误之处在所难免，诚恳希望读者批评指正。

作 者 序

在笔者的著作《海流理论的原理和计算》[82]出版后的十年间,无论在苏联,或是在国外,关于大洋海流数值模拟的研究已获得了重要成就。出现了第二代和第三代的电子计算机;建立了求解复杂的大气和海洋热力流体力学非线性方程组的各种卓有成效的计算方法[61];进行了海洋中海流的许多诊断性计算和预报性计算。在[82]中所提出的诊断性方法已多次地被应用、改进和简化,同时提出了更为普遍的模式。至于在[82]中提出的海流预报性计算模式,则已有了很大的变化和推广。在这一期间,笔者对世界大洋大尺度环流的机制问题,已形成了新的观点。这样一来,著作[82]便不能反映这一课题的现状。因此,就有必要对这十年间的经验加以总结,并且有可能提出既不很复杂但却更为完善的计算海洋中定常海流的模式。

本书将评述诊断性计算和预报性计算之结果,并提出建立大洋的气候式模式和进行海流短期的实验预报的新方法。

本书介绍的若干数值模式曾在学术研讨会和私人交谈中,与苏联和国外的学者们进行过讨论。尤其是 Г. И. Марчук 院士, П. С. Линейкин 教授, В. Ф. Козлов 副教授和 K. Bryan, Jr. Veronis 及 W. Holland 博士提供了宝贵的意见和建议。笔者向我的同事们表示谢忱,由于他们的许多建设性意见帮助改进了本书的内容。

笔者对 Д. Г. Сеидов 和 Ю. Л. Демин 在准备手稿付印时所给予的巨大帮助表示感谢。

目 次

译者的话.....	i
作者序.....	iii

第一部分 海流的诊断性计算和短期预报

第一章 起始方程及其简化和变换.....	1
§ 1.1 起始方程和边界条件	1
§ 1.2 在定常的或季节性的大尺度海流情况下, 方程系和边界条件的简化	4
§ 1.3 辅助函数方程的导出	12
§ 1.4 辅助函数方程的量级估算	22
§ 1.5 计算海区边缘上水位的关系式	26
第二章 海流的诊断性计算和短期预报的问题提法及数值模式.....	28
§ 2.1 问题的提法	28
§ 2.2 计算海面[升高]和流速的最简单模式(模式 M_1).....	29
§ 2.3 计算全流流函数和流速的最简单模式(模式 M_1).....	35
§ 2.4 用逐次逼近方法处理惯性项和侧向交换(模式 M_2).....	43
§ 2.5 计算赤道流系的模式(模式 M_3)	47
§ 2.6 射流计算和海流短期预报的模式(模式 M_4 和 M_5).....	53
§ 2.7 在海区固体边界上水位的确定	57
§ 2.8 在球面坐标系中和对南半球的基本关系式的汇集 ...	59
第三章 差分近似方法和方程的解法.....	67
§ 3.1 计算海区边界上水位的方法	67
§ 3.2 差分近似和求解辅助函数方程的方法	71

§ 3.3 差分近似和模式 M_2-M_1 的方程之解·····	77
第四章 海流的诊断性计算的评述和剖析·····	85
§ 4.1 流速和海面[升高]的计算·····	85
§ 4.2 海面[升高]、全流函数和流速的计算·····	88
§ 4.3 根据 K. Bryan 方法的诊断性计算·····	97
§ 4.4 新的诊断性计算·····	102
§ 4.5 所得结果的讨论与基于诊断性计算作出的结论·····	114

第二部分 建立大洋气候式模式和大尺度 海流的长期预报问题

第五章 建立大洋气候式模式的问题提法和简单的预报模式·····	122
§ 5.1 问题的提法·····	122
§ 5.2 最简单的预报模式 P_1 ·····	124
§ 5.3 某些数值近似方法和(5.2)型方程之解·····	127
§ 5.4 利用最简单的模式 P_1 , 对密度场和流场的计算结果 进行分析·····	130
§ 5.5 Б. А. Каган 等的模式·····	151
第六章 大洋气候式的综合模式和海流长期预报问题·····	155
§ 6.1 Bryan 等的模式·····	155
§ 6.2 Г. И. Марчук 等的模式·····	169
§ 6.3 关于世界大洋大尺度海水循环的机制·····	174
§ 6.4 预报性计算的基本结果和海流长期预报问题之解·····	185
记号表·····	190
参考文献·····	194
补充参考文献·····	203
附录 I 大洋环流的数值模式(S. Pond 和 K. Bryan 著)·····	207
附录 II 俄汉译名对照表·····	256

第一章 起始方程及其简化和变换

§ 1.1 起始方程和边界条件

为了求解海洋中的海流计算问题，必须要有相应的方程系和边界条件。当研究大尺度[大洋]环流时，需要考虑地球的球体形状，但是采用笛卡尔坐标系则较为直观和简单。因此，我们的大多数方程及其变换都用笛卡尔坐标系来叙述，并且是针对北半球的。在§ 2.8 节中，我们将导入用于南半球的及以球面坐标系表示的必要的关系式。对于斜压海洋（确切地说，在海水密度可变的海洋中）的大尺度海流，我们采用 Boussinesq 近似和准静压近似。这样，我们从以下的海洋热力学流体力学的方程系出发（这里所用的全部记号见书后记号表）：

运动方程——

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - l v \\ = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + A_1 \Delta u; \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + l u \\ = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + A_1 \Delta v; \end{aligned} \quad (1.2)$$

流体静压方程——

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} = \rho_1 g; \quad (1.3)$$

不可压缩流体的连续方程——

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (1.4)$$

热量和盐量的输送方程——

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + A_T \Delta T; \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = \kappa_S \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + A_S \Delta S; \quad (1.6)$$

状态方程——

$$\rho = a_{1k}T + a_{2k}S + a_{3k}T^2 + a_{4k}S^2 + a_{5k}TS + a_{6k}T^3 + a_{7k}S^2T + a_{8k}T^2S + a_{9k}S^3 + \dots; \quad (1.7)$$

(1.7) 形式的状态方程是由 Bryan and Cox [108] 提出的, 系数 a_{ik} 是深度的函数(记号“ k ”), 为了以最佳方式表示温度、盐度和密度的距平关系, 可以用最小二乘法来选配此系数。对于级数 (1.7) 的三项、六项和九项的三种情况, 他们编制了 a_{ik} 值的表, 并指出, 即使在 (1.7) 式的右边仅保留头三项, 这一公式也将比著名的 Eckart 公式 [115] 精确得多。方程系 (1.1) — (1.7) 包含七个未知函数: 在 Ox, Oy, Oz 轴上的流速分量 u, v, w 及压力、密度、温度与盐度的距平 p, ρ, T, S 。当求解任何不定常环流问题时, 只要有关于 u, v, T, S 四个函数的初始值就足够了, 而其余三个初始场可以按照它们来确定。

垂直方向的边界条件如下。

在海面, 当 $z = -\zeta_1(x, y, t)$ 时:

$$p_1 = p_a; \quad (1.8)$$

$$\rho_0 v \frac{\partial u}{\partial z} = -\tau_x, \quad \rho_0 v \frac{\partial v}{\partial z} = -\tau_y; \quad (1.9)$$

$$w = - \left(\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} \right); \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = Q; \quad (1.11)$$

或者

$$T = T(x, y, t); \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial S}{\partial z} = Q_1, \quad (1.13)$$

或者

$$S = S(x, y, t). \quad (1.14)$$

在海底, 当 $z = H(x, y)$ 时, 对于流速取用粘滞条件为

$$u = v = w = 0, \quad (1.15)$$

或者取用无摩擦滑动条件

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial v}{\partial n} = 0; \quad (1.16)$$

$$W = u_H \frac{\partial H}{\partial x} + v_H \frac{\partial H}{\partial y}; \quad (1.17)$$

对于温度和盐度, 给出条件

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial S}{\partial n} = 0, \quad (1.18)$$

或者

$$T = T_H, \quad S = S_H. \quad (1.19)$$

其中 n 是对于海底表面的法线, 为了普遍起见, 其中某些边界条件用两种型式写出. 取用哪一种型式, 要视问题的具体提法而定.

现在我们来谈水平边界条件的表达式. 假设研究海区的侧向边界是垂向的. 在一般情况下, 在侧向边界的液体部分

上,给定座标和时间的函数 u 和 v ,而在固体部分上,则取粘滞条件。但是,我们要求解的大多数课题,都不考虑侧向交换,因而在这种情况下,给定垂直于边界的流速分量就已足够。当研究大尺度的和中尺度的海流时,通常给出流速依水深的平均值。这一“软化了”的边界条件,在近岸流场中会引起误差,但是,在远离海岸处,它的作用看来是不大的。在水平的平面上,通常把海区的边界用折线来近似,且它的每一段都平行于一个座标轴。这样,对于 u 和 v 来说,边界条件实际上成为如下形式:

$$\frac{1}{H} \int_0^H u dz = U_1; \quad \frac{1}{H} \int_0^H v dz = V_1. \quad (1.20)$$

在边界的固体部分和岛屿的外缘, $U_1 = V_1 = 0$ 。对于温度和盐度,在海区的侧向边界上,我们设

$$\frac{\partial T}{\partial N} = Q'; \quad \frac{\partial S}{\partial N} = Q'_1, \quad (1.21)$$

或者

$$T = T_b; \quad S = S_b, \quad (1.22)$$

其中 N 是垂直于侧向边界的法线。在侧向边界的固体部分上,有 $Q' = Q'_1 = 0$ 。

§ 1.2 在定常的或季节性的大尺度海流情况下, 方程系和边界条件的简化

上面导出的方程系和边界条件,原则上都可以作为求解海流动力学中这样或那样课题之基础。在第六章中,正是借助于这个完整的(“原始的”)方程系,引入计算海流的例子。但是,这样做为数并不多,因为我们遇到的是相当复杂的非线性方程系,这种方程系只有在最强有力的电子数字计算机

上才能求数值解。因此,自然要尝试一下对这些方程作简化,以使在现代电子数字计算机的有限条件下也能进行求解,而其精度则不会有重要的损失。

首先,我们来对流体静压方程(1.3)作变换。为此,我们把它在垂直方向上从 $-\zeta_1$ 到 z 进行积分,考虑到边界条件(1.8),我们有:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_a + g \int_{-\zeta_1}^z \rho_1 dz = p_a + g \int_{-\zeta_1}^0 \rho_1 dz + g \int_0^z \rho_1 dz \\ &\approx p_a + g \int_{-\zeta_1}^0 \rho_0 dz + g \int_0^z (\rho_0 + \rho) dz \\ &= p_a + \rho_0 g \zeta_1 + \rho_0 g z + g \int_0^z \rho dz. \end{aligned}$$

减去均匀流体柱的压力后,

$$p = p_a + \rho_0 g \zeta_1 + g \int_0^z \rho dz. \quad (1.23)$$

为方便起见,我们利用折算海面升高来代替物理上的海面升高:

$$\zeta = \zeta_1 + \frac{p_a}{\rho_0 g}. \quad (1.24)$$

因此,方程(1.3)和边界条件(1.8)可以用压力距平

$$p = \rho_0 g \zeta + g \int_0^z \rho dz \quad (1.25)$$

的这一简单公式来代替。

为了估算在某些起始关系式中各项的量级,我们转入无维变量。在文献中,有许多转为无维量的情况,似乎可以不那样做。但是,在对无维方程进行分析之后,我们将在下面指出所得到的各关系式的涵义和特点。

我们有:

$$\begin{aligned} x &= L_0 \bar{x}; & y &= L_0 \bar{y}; & z &= h_0 \bar{z}; & u &= v_0 \bar{u}; & v &= v_0 \bar{v}; \\ w &= w_0 \bar{w}; & t &= t_0 \bar{t}; & p &= \mathcal{P}_0 \bar{p}; & \rho &= (\delta \rho)_0 \bar{\rho}; \end{aligned}$$

$$\zeta = \zeta_0 \bar{\zeta}; \quad l = l_0 \bar{l}; \quad \beta = \beta_0 \bar{\beta}. \quad (1.26)$$

首先,我们研究赤道以外海区的斜压层中大尺度的运动. 我们把特征水平尺度 L_0 , 斜压层的特征厚度 h_0 和密度距平的特征值 $(\delta\rho)_0$ 作为给定的. 其余的量 (其中包括水平流速的特征值 v_0) 将通过上述三个参量、 l_0 , β_0 和已知的常量来确定. 我们取水平特征尺度 L_0 与扰动传播的特征速度之比为特征时间. 这就意味着, 我们只是研究这样一种流体动力学过程, 这种过程的扰动传播速度与质点运动的速度具有相同的量级. 这样一来,

$$t_0 = \frac{L_0}{v_0}. \quad (1.27)$$

进而, 利用连续方程, 对于最粗略的估算来说, 我们能确定垂直流速分量的特征值, 其形式为

$$w_0 = \frac{h_0}{L_0} v_0. \quad (1.28)$$

现在如果把方程 (1.1) 转变成无维量的形式, 且把每一项都除以 $l_0 v_0$, 同时利用关系式 (1.27), (1.28), 那么我们得到

$$\begin{aligned} K_0 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right)^* - \bar{l} \bar{v} \\ = - \frac{\mathcal{D}_0}{\rho_0 L_0 l_0 v_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + E_v \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} + E_m \Delta \bar{u}, \end{aligned} \quad (1.29)$$

其中

$$K_0 = \frac{v_0}{l_0 L_0} \quad (1.30)$$

为 Rossby (Кибель) 数, 而

$$E_v = \frac{\nu}{l_0 h_0^2}; \quad E_m = \frac{A_l}{L_0^2 l_0} \quad (1.31)$$

* 此处原文误印为 $K_0 = \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \dots \right)$. ——译者注

分别对应于垂直的和水平的涡动粘性的 Ekman 数。热量输送方程 (1.5) 的无维形式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \\ = \frac{1}{P_e} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{1}{\bar{P}_e} \Delta \bar{T}, \end{aligned} \quad (1.32)$$

其中

$$P_e = \frac{w_0 h_0}{\kappa_T}; \quad \bar{P}_e = \frac{v_0 L_0}{A_T} \quad (1.33)$$

分别对应于垂直的和水平的扩散的 Peclet 数。

为了进行粗略的估算,我们取用某些参量的如下数值范围: $L_0 = 100-1000$ 公里, $v_0 = 1-10$ 厘米·秒⁻¹, $\nu = 1-100$ 厘米²·秒⁻¹, $A_T = 10^6-10^9$ 厘米²·秒⁻¹, $l_0 = 10^{-4}$ 秒⁻¹。容易看出,即使各参量在这样大的范围内变化, K_0, E_v, E_m 各数都比 1 小几个量级。这样从方程 (1.29) 必然得到,在压力梯度项中,无维参量必须为 $O(1)$ 阶:

$$\frac{\mathcal{P}_0}{\rho_0 L_0 l_0 \nu_0} = 1. \quad (1.34)$$

另一方面,从 (1.25) 我们有

$$\mathcal{P}_0 = \rho_0 g \zeta_0 = g(\delta\rho)_0 h_0. \quad (1.35)$$

由式 (1.27)、(1.28)、(1.34) 和 (1.35) 可得出如下的特征尺度表达式:

$$\begin{aligned} \nu_0 &= \frac{g h_0 (\delta\rho)_0}{\rho_0 L_0 l_0}; & w_0 &= \frac{g(\delta\rho)_0}{\rho_0 l_0} \left(\frac{h_0}{L_0} \right)^2; \\ \tau_0 &= \frac{\rho_0 l_0 L_0^2}{g h_0 (\delta\rho)_0}; & \mathcal{P}_0 &= g h_0 (\delta\rho)_0; & \zeta_0 &= \frac{(\delta\rho)_0 h_0}{\rho_0}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

取 $h_0 = 500$ 米 $= 5 \times 10^4$ 厘米, $L_0 = 10^3$ 公里 $= 10^8$ 厘米, $(\delta\rho)_0 = 10^{-3}$ 克·厘米⁻³, $\rho_0 = 1$ 克·厘米⁻³, $g = 10^3$ 厘米·秒⁻²,按公式 (1.36) 我们得到(这里和以后所有的量都用

c. g. s. 制表示)

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_0 &= 5 \times 10^4, \zeta_0 = 50, \nu_0 = 5, \\ w_0 &= 2.5 \times 10^{-3}, t_0 = 2 \times 10^7. \end{aligned} \quad (1.37)$$

方程 (1.2) 和 (1.6) 的无维形式与方程 (1.29) 和 (1.32) 是相同的, 因此我们不再写出. 在这些方程中所出现的无维乘子都很小. 例如, 取 (1.37) 的特征值, 并取各湍流系数为 $\nu = 10^2$, $A_l = 10^7$, $\kappa_T = 1$, $A_T = 10^6$, 我们有 $E_s = 4 \times 10^{-4}$, $E_m = 10^{-5}$, $P_c^{-1} = 0.8 \times 10^{-2}$, $\tilde{P}_c^{-1} = 2 \times 10^{-3}$, $K_0 = 5 \times 10^{-4}$. 这就是说, 在运动方程中, 地转平衡是基本的, 而在方程 (1.5)、(1.6) 中, 左边的全部项都是重要的. 涡动仅在有关的薄边界层中才具有显著的作用. 我们指出, 即使在像湾流那样的强流中, Rossby 数也是不大的. 例如, 当 $\nu_0 = 50$ 厘米·秒⁻¹*, $L_0 = 50$ 公里 $= 5 \times 10^6$ 厘米时, 我们有 $K_0 = 0.1$, 也就是说, 当研究强烈的射流时, 我们可以用逐次逼近方法来考虑在方程 (1.1)、(1.2) 中的非线性项.

我们再来估算特征值 w_0^{**} . 因为在运动方程中, 地转平衡是基本的, 所以, 严格说来, 不能认为连续方程中的所有项都是同一个阶的量. 这就是说, 由方程 (1.4) 所得到的式 (1.28) 可能是不准确的. 如果在 (1.4) 中, 用

$$u_g = -\frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad v_g = \frac{1}{\rho_0 l} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.38)$$

来表示 u, v , 那么我们得到

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\beta}{l} v_g,$$

由此得出, 在大洋的斜压层中, 当 $\beta = 2 \times 10^{-13}$ 时, 特征值 w_0 等于

* 原文此处误印为厘米/秒². ——译者

** 原文此处误印为 w . ——译者

$$w_0 = \frac{\beta_0 v_0 h_0}{l_0} = 5 \times 10^{-4}, \quad (1.39)$$

它是上述值的五分之一。这就表明,上面利用(1.28)式所得到的所有估算仍然有效。在很深的地方,垂直流速的特征值应当由边界条件(1.17)来进行估算。在深度很大的地方,海水实际上是均匀的,因此,通过斜压层厚度来确定海流特征值,在这里是缺乏基础的。在大洋深处,海流的水平流速比在斜压层中小得多,同时在强烈的底形影响下却形成了垂直海流。在这里,如取大洋深度的特征落差 $H_0 = 1$ 公里,特征速度 $v_H = 1$ 厘米·秒⁻¹ 和特征水平尺度 $L_H = 500$ 公里,那么我们得到 $w_H = \frac{v_H H_0}{L_H} = 2 \times 10^{-3}$ 厘米·秒⁻¹, 即,它与(1.37)有相同的量级。考虑到,由关系式(1.28)导出了形式较为简单的方程(1.29)和(1.32),同时 w_0 的值有几倍的变化并不改变定性的结论,因此,对于 w_0 的计算来说,式(1.36)仍然有效。最后,我们来确定海面上 w_0^* 的值,此值可由边界条件(1.10)来确定,而其中的 v_0 则可由纯漂流流速的特征值 $v_d = 25$ 厘米·秒⁻¹ 来代替。尽管我们取这样大的 v_d 值,但我们得到的 $w_0 = v_d \zeta_0 / L_0 = 10^{-5}$, 它却比上述所得到的垂直流速的特征值至少小两个量级。因此,(1.10)可以由“刚性顶”的简单条件来代替,即在 $z = 0$ 处 $w = 0$ 。当估算大尺度的深层环流的特征值时,用 H_0 和 L_H 分别代替 h_0 和 L_0 ,并使 $(\delta\rho)_0$ 的值小一个量级,那么式(1.36)可以仍然有效。此时,各特征量的值接近于它们在大洋斜压层中的值;而 v_0 稍减, w_0 略增, $\mathcal{P}_0$ 减小,等等。

最后让我们指出式(1.36)的基本特征量的特点。在按照这些公式来确定 v_0 , t_0 , $\mathcal{P}_0$ 和 ζ_0 时,除了各参量外,还需给

* 此处原文误印为 w 。——译者