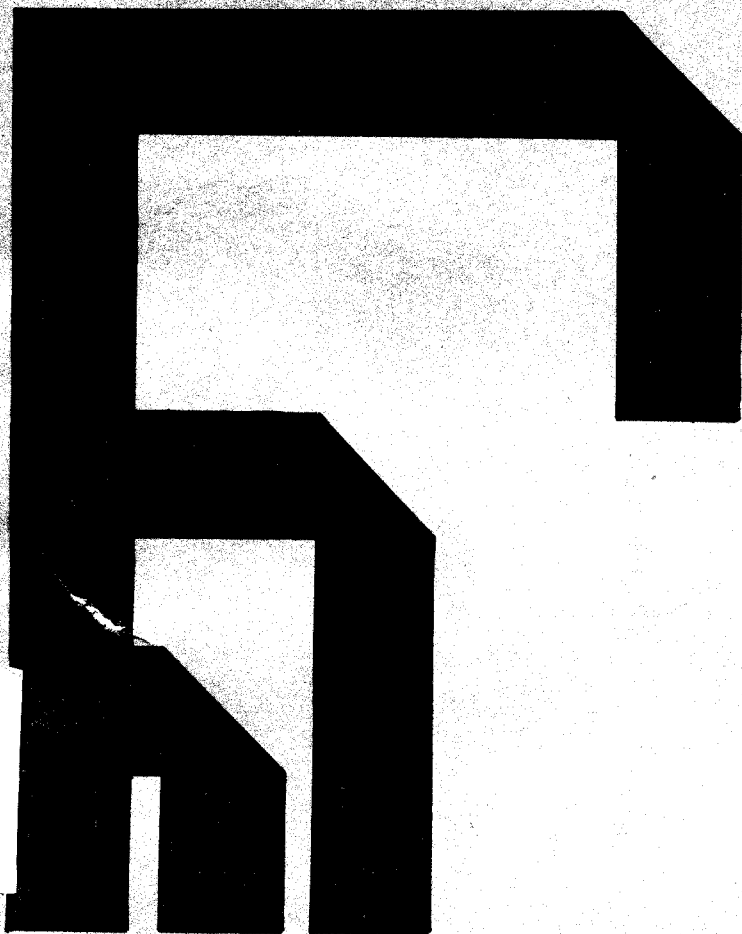




现代管理知识丛书

XIANDAIGUANLIZHISHI·CONGSHU·

沈利生 刘树成 李长明 编著



管理与数学

Guanli yu Shuxue

沈利生 刘树成 李长明 编著

辽宁人民出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳市南京街6段1里2号) 朝阳新华印刷厂印刷

字数: 208,000 开本: 787×1092 1/32 印张: 9 1/2
印数: 1—9,200

1986年6月第1版 1986年6月第1次印刷

责任编辑: 张胜彬 插图: 金姗姗 赵明
封面设计: 师安 责任校对: 陈文本

统一书号: 4090·210 定价: 1.30 元

出 版 说 明

推行现代化管理，是提高企业素质的一个重要手段，已经引起各级经济管理部门和企业管理干部的广泛重视。为了促进这一工作的普遍深入地开展，我们特邀请了在某一方面有专长的大专院校、科研部门、经济管理和企业管理部门的学者、专家，编写了一套现代管理知识丛书。丛书力求理论联系实际，有原理，有方法，有如何应用，有实例。使广大管理人员看了就能懂，懂了就能用。

这一套丛书共有二十多部，将陆续出版。著名经济学家于光远同志为丛书写了代前言，在此表示衷心地感谢。读者对这套丛书有什么意见和要求，望及时告诉我们。

辽宁人民出版社

推行改革与学习现代管理科学

(代前言)

我国企业的经营管理，近年来有显著的进步，但这种进步受到很大的限制。主要的原因是城市改革有待于开展。一九八四年春季以来，城市改革的势头起来了，某些改革措施趋于成熟。这种形势对于企业管理的改进十分有利。在城市改革将以更快的速度开展的前提下，可以预卜企业经营管理会得到比较迅速的发展。

但是改革只是为实施有效的经营管理排除阻碍，创造有利的条件。经营管理的改进，还要靠企业家在这个领域本身作出努力，细心琢磨改进经营管理的方法和技术，努力学习经营管理的知识，研究党的十一届三中全会以来国内创造的先进经验，也应该看看介绍国内外经验的书籍。外国的经验虽然有一些不适合我国企业的社会主义性质，不适合我国的具体情况，但有很多作法特别是一些现代化的管理理论和方法，普遍适用于社会大生产，不分资本主义或社会主义，对我们是有很大大意义的。

积极推行改革与努力学习现代管理科学相结合，是我们企事业今后的一个方向。

为了给经济管理部门和企业管理干部学习现代管理理论和方法提供方便，辽宁人民出版社出版这一套现代管理丛

书，供大家结合实际研究、借鉴。我认为这样做是有意义的。他们希望我就这套丛书讲一点看法，由于我没有看过书稿，我只能写这篇短文，讲点一般性的意见。

于 光 远

一九八四年七月八日

编 者 的 话

党的十二大提出，到本世纪末，我国工农业年总产值要翻两番。为了实现这个宏伟目标，建设具有中国特色的社会主义，党中央、国务院作出了一系列重要决策和指示，对我国经济体制开始进行全面改革。改革使得企业的自主权扩大了，责任加重了，企业生产和经营效果的好坏将与企业中每个人的社会荣誉和物质利益密切相联。这就要求企业充分发挥自己的积极性、主动性、创造性，不断提高企业素质，增强企业活力。企业的领导者必须冲破传统经营管理方法的束缚，努力掌握和应用先进的现代管理方法。管理方法是否得当，其结果是大不一样的。在人力、财力、物力相同的条件下，如果采用科学的管理方法，制订周密细致的计划，发挥各方面的潜力，调动一切积极因素，以最少的劳动消耗取得最大的经济效果，企业的经济效益就可以成倍的提高。许多先进企业的实践已经证明了这一点。

为了推动正在我国兴起的学习科学技术、学习现代化管理方法的热潮，我们编写了本书，从企业管理的六个方面（计划管理、生产管理、质量管理、库存管理、设备更新、人员管理）出发，介绍相应的数学方法（线性规划、统筹方法、数理统计方法、存贮模型、动态规划、分派问题）。需

要指出的是，这些数学方法本身的内容都是十分丰富的，我们仅就其在企业管理的应用上进行了阐述，读者切勿误解为这些数学方法就仅有这些内容。

现代管理方法中要用到数学，这是毫无疑义的。许多人看到“数学”字样，总会自然而然地把它和高等数学联系起来，因此，望而生畏，不敢问津。这是一种误解。本书介绍的若干数学方法虽然都是近几十年中发展起来的，在通常的教科书中要用到高等数学、线性代数、概率论和数理统计等方面的知识，但我们在阐述时都是尽量使用初等数学，避开高等数学，力求使具有初等数学知识的读者可以顺利地读下去，并掌握它。这是我们的一种尝试，效果怎样还有待于广大读者评定。

由于我们的水平有限，书中难免存在缺点、错误和不当之处，恳请读者批评指正。

一九八五年五月

目 录

第一章 计划管理——线性规划	(1)
第一节 最优计划问题	(1)
第二节 线性规划的一般形式和标准形式	(8)
第三节 线性规划的图解法	(10)
第四节 用消去法求解线性规划问题	(15)
第五节 求解线性规划问题的单纯形法	(25)
第六节 线性规划的对偶问题、对偶单纯形法和影子价格	(36)
第二章 生产管理——统筹方法	(53)
第一节 生产管理问题	(53)
第二节 统筹方法和统筹图	(55)
第三节 画统筹图的注意事项	(58)
第四节 统筹图的计算	(65)
第五节 用破圈法寻找关键路线	(78)
第六节 统筹图的调整和优化	(83)
第三章 质量管理——数理统计方法	(93)
第一节 质量和质量管理	(93)
第二节 随机抽样检查和直方图	(98)

第三节	正态分布曲线和工序能力指数	(107)
第四节	管理图	(114)
第五节	分析质量问题的几种方法	(129)
第四章	库存管理——存贮模型	(144)
第一节	库存问题	(144)
第二节	模型一：立即补足库存，不允许 缺货	(146)
第三节	模型二：逐渐补足库存，不允许 缺货	(154)
第四节	模型三：立即补足库存，允许缺货	(159)
第五节	模型四：逐渐补足库存，允许缺货	(168)
第六节	加大订货批量有价格优惠时的库存 决策	(175)
第七节	随机性存贮模型	(179)
第八节	随机性存贮问题的模拟	(193)
第五章	设备更新——动态规划	(203)
第一节	设备更新问题	(203)
第二节	设备更新的最佳年限	(205)
第三节	动态规划方法	(208)
第四节	设备更新问题的动态规划解法	(223)
第五节	动态规划方法的其他应用	(239)

第六章 人员管理——分派问题	(257)
第一节 人员管理问题	(257)
第二节 分派问题	(259)
第三节 分派问题的数学形式	(261)
第四节 分派问题的解法——匈牙利法	(265)
第五节 求最大值的分派问题	(277)
第六节 人数和工作数不等时的分派问题	(283)
第七节 不允许分派情形的处理和广义的 分派问题	(287)

第一章 计划管理——线性规划

第一节 最优计划问题

计划是企业经营管理的首要职能。随着我国经济体制的系统改革，企业的经营自主权进一步扩大，计划管理显得更加重要了。企业实行了独立的经济核算，迫使企业更加关心经营效果。供需直接结合，企业之间互相竞争，要求企业根据自身的生产条件，把内部的人力、财力、物力科学地组织起来，充分挖掘潜力，生产出价廉物美、适销对路的产品，这不但关系到企业中每一个人的经济利益，而且还影响到企业的生存和发展。办企业要讲究经济效益，计划工作的好坏对经济效益起着决定性的作用。把最优化方法用到计划工作中来，制订最优生产计划，是使企业获得最大经济效益的有力手段。所谓最优生产计划是指，在企业现有的人员、设备、资金、原材料等条件下，根据市场的需要和企业的可能，努力做到物尽其用、人尽其才，通过生产获得最大经济效益的生产计划，任何别的生产计划所得的经济效益都不会更大。最优生产计划的经济效益可以在许多方面体现出来，例如：利润最大，成本最低，资金占用最少，投资最省，资源利用最好，生产效率最高等等。当然不可能同时做到样样都是最好，只要在某些条件的限制范围内做到一个方面或几个方面的目标最优就可以。比如一个计划是在付出一定劳动

消耗的前提下得到的收入最多，另一个计划是在获得的收入一定时，付出的劳动消耗最少。这两个计划都是最优计划，都能获得最大的经济效益，至于采用哪一个，可视具体情况而定。

在企业中采用最优化方法制订最优生产计划的场合很多，下面给出几个例子，求解方法将在后面几节中介绍。

例1. 生产计划问题。企业拥有数量一定的各种各样的资源，如原材料、机器设备、劳动力等，企业可使用这些资源生产若干种产品，每种产品对各种资源的单耗都是已知的，各种产品的销售收入（或利润）亦已知，如何制订生产计划（各种产品各生产多少），使得企业获得的收入（或利润）最大？例如，某一机械制造厂生产甲、乙两种产品，生产消耗为钢材、机械加工时间、人工处理时间，两种产品的单耗如表1—1所示。甲、乙产品的单件销售收入分别为1万元、3万元，该厂现有钢材100吨，机械加工时间180小时，人工处理时间240小时，问如何制定生产计划使销售收入最大。

表 1—1

	甲产品单耗	乙产品单耗	现有条件
钢材（吨）	1	2	100
机械加工时间（小时）	2	2	180
人工处理时间（小时）	1	6	240
单价（万元）	1	3	
产品生产计划	x_1	x_2	

设甲、乙产品各生产 x_1 、 x_2 件，则消耗的钢材数为 $(x_1 + 2x_2)$ 吨，用机械加工时间 $(2x_1 + 2x_2)$ 小时，用人工处理时间 $(x_1 + 6x_2)$ 小时，销售收入为 $(x_1 + 3x_2)$ 万元。根据厂内现有资源情况，现要求求得一组 x_1 、 x_2 ，在下述约束条件下：

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 100 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 180 \\ x_1 + 6x_2 \leq 240 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \qquad (1-1)$$

使销售收入 $z = x_1 + 3x_2$ 最大。

生产计划问题几乎是每一个企业都会遇到的问题，只要企业的产品有销路，产量又可以由自己决定，则都可以根据资源拥有情况考虑、选择合适的生产计划，使收入最大。

例2·合理下料问题。在企业生产中经常会遇到这样的问题，把长度一定的棒料截成尺寸不同的坯料，或在面积一定的板材上切割形状、尺寸不同的毛坯。在一般情况下，很难使材料完全得到利用，总会出现一些料头，如果恰当地搭配下料，则可以减少料头，使原材料得到充分利用。合理下料问题所要解决的就是怎样组成和选择搭配方案，在满足各种毛坯数量要求的前提下，使剩余的料头最少，自然这时用去的整料也最少。

表 1—2

	方案Ⅰ	方案Ⅱ	方案Ⅲ	方案Ⅳ	需毛坯数
2.5米毛坯（根）	3	2	1		100
1.3米毛坯（根）		2	4	6	200

续表

	方案 I	方案 II	方案 III	方案 IV	需毛坯数
合计用料 (米)	7.5	7.6	7.7	7.8	
剩料头 (米)	0.5	0.4	0.3	0.2	
各方案用料 (根)	x_1	x_2	x_3	x_4	

假定现有圆钢长8米,需要截取2.5米的毛坯100根,1.3米的毛坯 200 根,应该怎样下料呢? 我们先把各种可能的搭配方案列出来如表 1—2 所示,共有 4 种下料方案。设各方案用料根数分别为 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 ,则可获得 2.5 米毛坯 $(3x_1 + 2x_2 + x_3)$ 根,可获得1.3米毛坯 $(2x_2 + 4x_3 + 6x_4)$ 根,总共剩余料头为 $z = (0.5x_1 + 0.4x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4)$ 米。按题意要求毛坯数应满足要求,即在下列条件下:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 100 \\ 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 200 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

使总料头最少,即使 $z = 0.5x_1 + 0.4x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4$ 为最小的一组变量 x_1, x_2, x_3, x_4 的值。

例 3 .合理配料问题。铝导线生产的第一道工序是将铝锭熔化铸成铝杆,现有三种牌号铝 锭 A_{00} 、 A_0 、 A_1 ,其化学成分中的杂质含量(百分比)如表 1—3 所示,高标号铝锭 (A_{00}) 杂质少,但价格也高,低标号铝锭 (A_1) 价格低,但杂质多,熔铸后的铝杆是用来拉制导线的,对化学成分有一定的要求,其杂质含量分别不大于 b_1 、 b_2 、 b_3 。假定在熔铸过程中,

各种杂质均无烧损，外界也没有进入。问在满足铝杆质量要求的前提下，如何配料，可使铝杆的原料成本最低，铝锭的单价分别为 c_1 、 c_2 、 c_3 。

表 1—3

	A_{00}	A_0	A_1	铝杆（不大于）
杂质 1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1
杂质 2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2
杂质 3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_3
单价	c_1	c_2	c_3	
用量	x_1	x_2	x_3	

假定生产 1 公斤铝杆，三种铝锭的用量分别为 x_1 、 x_2 、 x_3 公斤，则 $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ 。铝杆中杂质 1 的含量则为 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3$ ，杂质 2 的含量为 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3$ ，杂质 3 的含量为 $a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3$ ，铝杆的原料成本为 $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$ ，现要求得一组 x_1 、 x_2 、 x_3 在满足下述约束条件的前提下：

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \leq b_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

使铝杆的原料成本 $z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$ 最小。

合理配料问题在工业生产中经常可以遇到，例如在铸造

工段，不同的铸件对铁水的化学成分有不同的要求，已知各种炉料的化学成分、炉料的单价、炉料的最大用量，如何选择合适的配料方案，使得铁水在满足质量要求的前提下，成本最低。

例4. 机器负荷分配问题。企业中往往拥有各种各样的机器设备，各种机器的性能各不相同，同一种零件在不同的机器上加工时，生产效率会有所不同。如果需要加工若干种不同的零件，零件品种之间保持一定的比例以满足配套要求，那么怎样在各机器之间分配任务，使在单位时间内完成的成套产品数量最多。例如，现要生产甲、乙两种零件，这两种零件可在三种机器上加工，各种机器的工时数和生产效率如表 1—4 所示，要求甲、乙两种零件的比例为 1:2，怎样安排各种机器的工时，使配套的数量最多？

表 1—4

	甲 零 件		乙 零 件		总工时
	生产效率 (个/工时)	分配工时	生产效率 (个/工时)	分配工时	
机器 1	10	x_{11}	15	x_{12}	30
机器 2	15	x_{21}	30	x_{22}	30
机器 3	20	x_{31}	45	x_{32}	20
配套比例	1		2		

设三种机器中用于生产甲零件的工时数分别为 x_{11} 、 x_{21} 、 x_{31} ，则每天可生产甲零件 $(10x_{11} + 15x_{21} + 20x_{31})$ 个，同理，设三种机器中用于生产乙零件的工时数分别为 x_{12} 、 x_{22} 、 x_{32} ，则每天可生产乙零件 $(15x_{12} + 30x_{22} + 45x_{32})$ 个，甲、乙两种零

件应满足 1:2 的比例, 各种机器的工时总数也是有限的, 因此问题就成为: 求一组变量 x_{11} 、 x_{21} 、 x_{31} 、 x_{12} 、 x_{22} 、 x_{32} 的值, 在满足下述条件下:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 30 \\ x_{21} + x_{22} = 30 \\ x_{31} + x_{32} = 20 \\ \frac{10x_{11} + 15x_{21} + 20x_{31}}{1} = \frac{15x_{12} + 30x_{22} + 45x_{32}}{2} \\ x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{12}, x_{22}, x_{32} \geq 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

使产品配套数 $z = 10x_{11} + 15x_{21} + 20x_{31}$ 达到最大。

例 5 .机床加工利润最大化问题。设某车间有 2 台机床, 可加工 3 种产品, 各机床加工不同产品时需用工时和利润如表 1—5 所示。两机床可用工时分别为 90、120 小时, 要求表 1—5

		产品 1	产品 2	产品 3	机床可用工时
机床 1	工时消耗 (时/个)	0.2	0.3	0.15	90
	利 润 (元/个)	3	5	2	
	计划量 (个)	x_{11}	x_{12}	x_{13}	
机床 2	工时消耗 (时/个)	0.35	0.2	0.25	120
	利 润 (元/个)	5	4	3	
	计划量 (个)	x_{21}	x_{22}	x_{23}	
各产品最小产量 (个)		100	180	150	