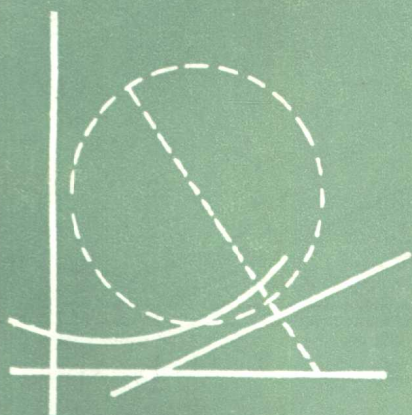


苏联高等院校数学试题集

天津市科普创作协会 编译



科学普及出版社

苏联高等院校数学试题集

天津市科普创作协会 编译

科学普及出版社

内 容 提 要

本书编译了近几年苏联几十所高等院校数学试题，并附有解答或提示。书中包括代数、几何、三角等多种内容的试题及综合性试题；有的还将物理、化学知识运用于数学试题之中，具有与欧美、日本同类试题所不同的独到之处。试题形式新颖、别致，带有一定的趣味性，能启发人的思维能力

本书适合于数学教师、专业研究人员及自学者。

苏联高等院校数学试题集

天津市科普创作协会 编译

责任编辑 刘彦玲

封面设计 尚金声 刘洪麟

科学普及出版社出版（北京海淀区魏公村白石桥路32号）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

天津市晒图厂附属印刷厂印刷

开本：787×1092毫米1/32 印张：6 3/4 字数：156 千字

1986 年 2 月第一版 1986 年 2 月第一次印刷

印数：1—2,000册 定价：1.10元

统一书号：13051·1503 本社书号：1272

编 者 的 话

为促进数学水平的提高，加速培养四化建设所需要的数学人才，研究如何改进我国的数学教学和提高教学水平，我们将苏联莫斯科大学、高尔基大学、基辅大学等几十所高等院校近几年来入学数学试题编译出版，以帮助数学教师和专业人员了解、掌握苏联数学教学水准，并借鉴其经验。

本书由市科普作协组织集体编译而成，参加编译和校译工作的有：李丕章、冯惠民、马桂蓉、张庄容、宋淑萍等同志。数学家、北京师范大学校长王梓坤教授为本书写了前言。在编译过程中得到市科协等有关单位的热情支持帮助，在此一并致谢！

由于时间仓促和水平有限，书中难免存在缺点错误，恳请读者指正。

天津市科普创作协会

一九八五年十二月

前 言

数学是科学和技术的基础。任何事物都有质量、数量和形状等问题，数学一般不讨论事物的质量，但研究它们的数量和形状，因此，几乎一切重大的科研问题都离不开数学。

数学还是培养人才必不可少的学科。文学家偏重形象思维，科学家注意逻辑思维。其实许多发明、发现和创造都同时需要这两种思维，而在培养人们的逻辑思维方面，数学起着十分重要的作用。无怪乎有人说，数学是锻炼思维能力的体操。

学习数学除了需要日以继夜的勤奋和不达目的决不罢休的毅力而外，还必须循序渐进，打好基础。循序渐进，这是数学教学法的一个显著特点。在没有学好几何、代数、三角以前，决不要把主要精力放在高等数学上。而要学好上述课程，必须做足够多的习题，从习题中锻炼逻辑思维和运算能力。

近年来我国数学有了很大的发展，也出版了一些数学习题集。献给读者的这一本《苏联高等院校数学试题集》有它自己显著的特色。众所周知，苏联数学水平很高，它非常重视基本理论，同时也注重应用。因此，苏联的试题，既着重考查读者对基本理论的掌握程度，又测验他们应用理论的能力；其

次，这本试题集选自各类学校，有世界最先进的综合大学（如莫斯科大学），也有师范院校和工科院校，从学科和专业看，分布也是相当齐全的；第三，从习题的种类看，主要当然是笔试题，另外还有口试题、问答题等，后者有助于训练思维的敏捷性；最后，也是非常重要的，书中的试题基本上都附有解答。不过读者不要过于依赖解答，只是在经过很大努力独立解题后再去对照或查阅答案，这样才能达到培养独立工作能力的目的。

我们希望，本书在改进数学教学和提高数学水平方面，会起到积极的作用。

王 梓 坤

目 录

第一部分

	试题	解答或提示
国立莫斯科大学		
数学力学系.....	(1)	(48)
卷一.....	(1)	(48)
卷二.....	(2)	(52)
计算数学与控制论系.....	(2)	(52)
物理系.....	(3)	(54)
化学系.....	(4)	(56)
生物系.....	(5)	(57)
土壤学系.....	(5)	(58)
地理系.....	(6)	(58)
地质系地球物理专业、经济系经济控制论专业、国民经济计划专业.....	(7)	(59)
地质系地质专业、经济系政治经济学专业.....	(8)	(60)
心理学系.....	(9)	(60)
语文系语言应用结构学专业.....	(9)	(62)
莫斯科物理技术学院		
卷一.....	(10)	(64)
卷二.....	(11)	(66)

卷三.....	(12)	(68)
莫斯科电机学院		
卷一.....	(12)	(70)
卷二.....	(13)	(71)
国立莫斯科师范学院		
数学系.....	(14)	(73)
物理系.....	(14)	(73)
工业教育系.....	(15)	(74)
国立列宁格勒大学		
数学力学系、应用数学管理系.....	(15)	(74)
物理系.....	(16)	(76)
化学系.....	(17)	(77)
经济系、心理学系.....	(18)	(78)
莫斯科高等技术专科学校		
卷一.....	(18)	(78)
卷二.....	(19)	(79)
莫斯科航空工学院		
卷一.....	(20)	(80)
卷二.....	(20)	(80)
卷三(口试).....	(21)	(81)
莫斯科钢铁冶金学院		
卷一.....	(22)	(82)
卷二.....	(22)	(83)
莫斯科工程物理学院		
卷一.....	(24)	(84)
卷二.....	(24)	(85)

列宁格勒综合技术学院

卷一..... (25) (86)

卷二..... (26) (86)

新西伯利亚大学

数学力学系、物理系、经济系..... (26) (87)

地质地球物理系、自然科学系..... (27) (88)

莫斯科动力学院

卷一..... (28) (89)

卷二..... (28) (89)

卷三 (口试) (29) (90)

国立列宁格勒师范学院

数学系..... (30) (91)

物理系..... (31) (92)

口试..... (32) (92)

沃龙涅什大学、高尔基大学、基辅大学等

代数笔试..... (34) (93)

解析笔试..... (38) (95)

几何笔试..... (40) (96)

代数口试..... (42) (97)

解析口试..... (46) (102)

几何口试..... (46) (102)

第二部分

试题

解答或提示

国立莫斯科大学

数学力学系.....(104) (151)

计算数学与控制论系.....	(105)	(156)
物理系.....	(106)	(157)
化学系.....	(107)	(158)
生物系.....	(108)	(160)
土壤学系.....	(108)	(161)
地理系.....	(109)	(162)
地理系地球物理专业.....	(110)	(162)
地理系地质专业.....	(111)	(164)
经济系经济控制论专业、国民经济 计划专业.....	(112)	(165)
经济系政治经济学专业.....	(113)	(167)
心理学系.....	(113)	(167)
语文系语言应用结构学专业.....	(114)	(168)
莫斯科物理技术学院		
卷一.....	(115)	(169)
卷二.....	(116)	(172)
卷三.....	(117)	(137)
莫斯科电机学院		
卷一.....	(118)	(176)
卷二.....	(119)	(177)
国立莫斯科师范学院		
数学系.....	(119)	(178)
物理系.....	(120)	(179)
地理系.....	(121)	(179)
国立列宁格勒大学		
数学力学系、应用数学管理系.....	(121)	(179)
物理系.....	(122)	(183)

心理学系、经济系经济控制专业、语 文系数学语言专业.....	(123)	(184)
列宁格勒综合技术学院		
机械控制系.....	(124)	(185)
机械物理系、无线电物理系.....	(124)	(185)
国立列宁格勒师范学院		
数学系.....	(125)	(186)
物理系.....	(126)	(187)
国立新西伯利亚大学		
数学力学系、物理系、经济系.....	(126)	(187)
地球物理系、自然科学系.....	(127)	(187)
莫斯科高等技术专科学校		
卷一.....	(128)	(188)
卷二.....	(129)	(188)
莫斯科建筑学院		
口试.....	(129)	(189)
莫斯科工程物理学院		
卷一.....	(131)	(190)
卷二.....	(132)	(191)
莫斯科钢铁学院		
卷一.....	(132)	(193)
卷二.....	(133)	(194)
莫斯科动力学院		
卷一.....	(135)	(194)
卷二.....	(135)	(195)
卷三(口试).....	(136)	(195)

白俄罗斯大学、顿巴斯大学、喀山大学、基辅大学等

代数笔试.....	(137)	(196)
代数口试.....	(142)	(199)
数学分析笔试.....	(144)	(200)
数学分析口试.....	(146)	(201)
几何笔试.....	(147)	(202)
几何口试.....	(150)	(204)

第一部分试题

国立莫斯科大学

数学力学系

卷 一

1. 解方程

$$\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$$

2. 凸四边形 $ABCD$ 内切圆的圆心是 O ，当 $|AO| = |OC| = 1$ ， $|BO| = |OD| = 2$ 时，求四边形 $ABCD$ 的周长。

3. 解方程

$$\sqrt{5\sin x + \cos 2x} + 2\cos x = 0$$

4. 求使函数式

$$\sqrt{3x^4 - 2 - x^8} \cdot \sin(\pi(2x + 16x^2))$$

不等于零且使函数有意义的 x 值。

5. 三棱锥 $ABCD$ 的顶点是 D ，它的侧面 ABD 和 ACD 是直角三角形，棱 AD 垂直于三角形底边的中线 AK ，并且 $|AD| = |AK|$ ，棱锥的截面不通过 AD 和 BC 的中点，等腰梯形 $EFGH$ 的底边是 EF 和 GH ，其中 E 点平分棱 BD ，而点 G 在棱 AC 上，并且 $|AG| = 3|GC|$ ，求梯形 $EFGH$ 的面积与 $\triangle BCD$ 的面积比。

卷 二

1. 解方程

$$\log_2(2x^2 - 3x - 4) = 2$$

2. 在半径 $r = 2$ 的圆内, 有一内接梯形 $ABCD$ 。若梯形的对角线 AC 平分 $\angle BAD$, 且下底 AD 是上底 BC 的两倍, 求此梯形的面积。

3. 解方程

$$\sqrt{2\sin x \cdot \sin 2x} = \sqrt{5\cos x + 4\sin 2x}$$

4. 求 x 的所有值, 使下式有意义且不等于零

$$\sqrt{4x^4 - 3 - x^8 \cdot (1 - \cos(2\pi(2x + 21x^2)))}$$

5. 在四棱锥 $ABCDE$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, 而面 ADE 和 BCE 是直角三角形, 棱 BC 垂直于 CDE 面上的中线 EP , 且 $|BC| = |EP|$, 棱锥的截面是等腰梯形 $GKHL$, 它的顶点 G 、 K 、 H 、 L 相应地在 AE 、 BE 、 CE 、 DE 的棱上, 其中 $|GE| = 3|GA|$, 并且 $|CH| = |EH|$, 求梯形 $GKHL$ 的面积与 $\triangle ABE$ 的面积比。

计算数学与控制论系

1. $\sqrt{8}$ 与 $2^{2\log_2 5 + \log_{\frac{1}{2}} 9}$ 哪个数大?

2. 求函数

$$y = 6\cos^2 x + 6\sin x - 2$$

的所有的 x 值, 使函数成为 R 上的最大值。

3. 解不等式

$$\frac{\sqrt{2-x+4x-3}}{x} \geq 2$$

4. 在一个工厂里有几台一样型号的冲床, 一天可生产6480个零件。改革以后, 这些冲床被效率更高的同一型号冲床所代替, 并且冲床的数量增加了三台, 于是工厂一天能生产11200个零件。问原先有多少台冲床?

5. 对所有的 a 值解方程

$$|x+3| - a|x-1| = 4$$

并求出 a 在什么情况下, 方程有两个相等的解。

6. 圆 O 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, 一直线与圆 O 切于 C 点, 直线与三角形的 B 角的平分线交于 K , 且 $\angle BKC$ 等于角 A 的三倍和角 C 的差的一半, 边 AC 和 AB 长的总和等于 $2 + \sqrt{3}$, 从圆心 O 到边 AC 和 AB 的距离均等于2, 求圆的半径。

物理系

1. 解方程

$$\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + \sqrt{2} \cos \frac{x}{4} = 0$$

2. 解方程

$$10x - 15a = 13 - 5ax + 2a$$

求 a 为哪些数值, 可使方程的解大于2?

3. 已知 $\log_3 a = \sqrt{3}$, 计算

$$\log_{\left(\frac{\sqrt{a}}{b}\right)} \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}\right)$$

4. 解不等式

$$5^x - 3^{x+1} > 2(5^{x-1} - 3^{x-2})$$

5. 在正三棱锥 $S-ABC$ 的侧棱 SA 上, 从顶点 S 取点 D , 通过 D 作棱锥的截面, 此截面在点 M 、 N 穿过面 SAC 和 SAB , 与侧面上的斜高交于一点。已知直线 DM 和 DN 与棱锥的底面的夹角是 β , 而 $\angle DMS$ 和 $\angle DNS$ 等于 α ($\alpha < \frac{\pi}{2}$), 求 $\angle MDN$ 。

6. 通过三角形的内切圆的圆心和外接圆的圆心的直线垂直于三角形的一条内角平分线。已知圆心距与外接圆的半径比等于 h , 求三角形的各个内角。

化学系

1. 解方程

$$\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{3}$$

2. 解不等式

$$\log_2 \frac{x}{x-1} \leq -1$$

3. 解不等式

$$f(g(x)) < g(f(x))$$

其中 $f(x) = 2^x - 1$, $g(x) = 2x + 1$

4. 一圆锥在水平面 n 之上, 且它的侧面与水平面相切。若圆锥的底面积是 S_1 , 侧面积是 S_2 , 圆锥的最高点 (在 n 上) 位于怎样的高度?

5. 参数 P 是什么数值时, 方程

$$(x-P)^2 [P(x-P)^2 - P - 1] = -1$$

有正根?

生物系

1. 解不等式

$$\log_{\frac{1}{2}}(1+x-\sqrt{x^2-4}) \leq 0$$

2. 解方程

$$\sin^2 x + \cos^2 3x = 1$$

3. 正四棱锥 $SABCD$ 有一内接立方体, 立方体一个面上的顶点在棱锥 $ABCD$ 的底面上, 而其对面上的顶点在棱锥的侧棱上, 已知 $|SA| = |AB| = a$, 即锥体侧棱的长等于 a , 也等于它的底边的长, 问立方体的体积等于多少?

4. 求函数

$$y = \frac{x^3 + 1}{x}$$

的切线方程, 此切线与坐标轴所构成的三角形面积等于 $\frac{1}{2}$.

5. 点 P 和 Q 位于 $\triangle ABC$ 的 BC 边上, 且 $|BP| : |PQ| : |QC| = 1 : 2 : 3$, 点 R 把这个三角形的 AC 边分成两部分, 且 $|AR| : |RC| = 1 : 2$, 求四边形 $PQST$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积之比. S 和 T 是直线 BR 分别和直线 AQ 与 AP 的交点.

土壤学系

1. 从 A 点往 B 点开出一列快车, 同时从 B 点往 A 点开出一列货车, 出发后 $\frac{2}{3}$ 小时货车与快车相遇. AB 两点间的距离是 80 公里, 火车是匀速行驶的, 如果快车行驶了 40 公里用 $\frac{3}{8}$ 小