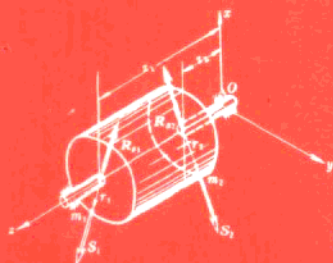


高等学校教材



高等学校教材

理论力学

中 册

(第三版)

清华大学理论力学教研组

罗远祥 官 飞 关冀华 李 苹 等编

人民教育出版社

内 容 提 要

本书是第三版,是在一九六二年第二版的基础上,参考一九八〇年五月在南京审订的《理论力学教学大纲》(草案)(120学时)修订而成的。本版保留了第二版的主要内容和教学体系,但基本内容的深广度有所增加,以便于在教学中贯彻“因材施教”的原则。修订时考虑了当前理论力学的教学情况和今后发展的需要。

本版分上、中、下三册出版。上、中册为基本部分,其中有“*”号的节为加深内容,可根据需要选讲。下册为专题部分,可根据专业需要选学其中一部分,或完全不用。

本册内容为动力学。

本书适用于高等工业学校机械、土建、水利、航空等类专业,也可供其它专业和有关工程技术人员参考。

高等学校教材

理 论 力 学

中 册

(第三版)

清华大学理论力学教研组

罗远祥 官 飞 关翼华 李 苹 等编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

武汉市江汉印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 12.75 字数 310,000

1961年1月第1版

1981年12月第3版 1983年2月第2次印刷

印数 16,501—28,500

书号 15012·0388 定价 1.35 元

目 录

第三篇 动力学	1
引 言	1
第十三章 质点运动微分方程	4
§ 13-1 牛顿运动定律	4
§ 13-2 单位制和量纲	7
§ 13-3 质点运动微分方程	8
§ 13-4 质点动力学的两类问题	10
第十四章 质点沿直线的振动	28
§ 14-1 质点的自由振动	28
§ 14-2 质点的衰减振动	36
§ 14-3 质点的强迫振动	41
§ 14-4 隔振理论简介	55
第十五章 动量定理	60
§ 15-1 质点系的动量定理	61
§ 15-2 定常流动流体的动约束力	69
§ 15-3 质量中心运动定理	75
* § 15-4 单圆盘轴的临界转速	83
* § 15-5 变质量物体的运动方程	87
* § 15-6 火箭运动方程	91
第十六章 动量矩定理	96
§ 16-1 质点的动量矩定理	96
§ 16-2 质点系的动量矩定理	101
§ 16-3 定常流动流体的外力矩	104
§ 16-4 刚体绕定轴的转动微分方程	108
§ 16-5 刚体对轴的转动惯量	113
* § 16-6 刚体的惯性积和惯性主轴	122
§ 16-7 质点系相对质心的动量矩定理	127

§ 16-8	刚体的平面运动微分方程	130
* § 16-9	刚体绕定点的运动微分方程	138
§ 16-10	陀螺的近似理论	143
第十七章	动能定理	149
§ 17-1	力的功	150
§ 17-2	质点的动能定理	157
§ 17-3	质点系的动能定理	164
§ 17-4	柯尼希定理	170
§ 17-5	刚体的动能和作用在刚体上的力系的功	171
§ 17-6	功率和功率方程	180
§ 17-7	势力、势力场和势能	184
§ 17-8	保守系统和机械能守恒	189
§ 17-9	普遍定理的联合应用	194
第十八章	碰 撞	198
§ 18-1	碰撞现象的特征	198
§ 18-2	两球的碰撞	200
§ 18-3	碰撞时动能的变化	208
§ 18-4	刚体碰撞和突加约束问题	212
§ 18-5	撞击中心	221
第十九章	动静法	223
§ 19-1	惯性力的概念	223
§ 19-2	质点的动静法	226
§ 19-3	质点系的动静法	229
§ 19-4	刚体的惯性力系的简化结果	231
§ 19-5	刚体绕固定轴匀速转动时轴承的动约束力	239
第二十章	虚位移原理和动力学普遍方程	248
§ 20-1	约束和约束方程·自由度和广义坐标	249
§ 20-2	质点和质点系的虚位移	253
§ 20-3	理想约束	260
§ 20-4	虚位移原理	262
§ 20-5	用广义力表示质点系的平衡条件	270

§ 20-6 质点系在势力场中的平衡条件·····	276
* § 20-7 质点系在势力场中平衡的稳定性·····	279
§ 20-8 达朗伯原理和动力学普遍方程·····	284
动力学习题 ·····	293
附录 均质简单形体的转动惯量 ·····	380
习题答案 ·····	384
索 引 ·····	397

第三篇 动 力 学

引 言

在静力学中我们只研究了作用于物体上的力系的简化和平衡问题，而没有讨论物体在不平衡力系作用下将如何运动。在运动学中我们只从几何方面来描述物体的运动，而未涉及物体所受的力。现在，我们将上述未考察的两方面问题联系起来，着手研究物体的运动的变化与作用在物体上的力之间的关系，这就是动力学所要研究的课题。因此，在动力学中将运用受力分析和运动分析的方法。从这个意义上讲，静力学和运动学是动力学的基础。

动力学的形成和发展是与社会生产力的发展密切联系的。从文艺复兴到十七世纪，由于手工业、建筑业、贸易和航海事业的发展，以及军事上的需要，促使人们去研究简单机械和钟摆的运动，以及外弹道学和天体力学方面的问题，这些都促进了动力学的形成和它的早期发展。从产业革命后到十九世纪，机器日益广泛地深入应用到各种生产领域中去，与这个时期生产力的水平相适应，刚体动力学和非自由质点系动力学的发展和在这些方面所取得的成就，成为这一时期动力学发展的显著特征。二十世纪后，近五十年以来，由于机械工业、土建工程和航空航天技术的迅速发展，特别是能源开发和利用的迫切需要等等，近代工程技术向动力学提出了许多复杂的新课题，例如：高速旋转机械的均衡、振动和稳定，结构物在冲击和振动环境中的动态响应，控制系统的动态特性

和稳定性, 交通运输工具的操纵性、稳定性和舒适性, 以及宇宙飞行器 and 人造地球卫星的运行轨道等等问题。这些都大大地推动了动力学的发展, 使之成为现代技术科学中的一个重要领域。虽然我们不能在理论力学课程中详细地研究这些问题, 但是学好动力学的基本理论和分析方法, 将为今后解决这些问题打下良好的基础。

以牛顿运动定律为基础的动力学又称为牛顿力学或经典力学。牛顿定律是以实验为根据的, 它仅对某些参考系成立。凡是对牛顿运动定律都能适用的参考系称为惯性参考系。相对于惯性参考系静止或作匀速直线运动的系统都是惯性参考系。在惯性参考系中所有的力学规律完全相同, 或者说, 在惯性参考系中不能通过任何力学实验来确定该系统是否静止或作匀速直线运动, 这就是经典力学的相对性原理。

相对于惯性参考系有加速度的系统称为非惯性参考系, 在非惯性参考系中, 牛顿运动定律不成立。严格地讲, 固结在地球上的参考系是一非惯性参考系。但在一般工程技术问题中, 如果忽略地球的自转和公转而致带来很大误差时, 可以近似地把固结在地球上的参考系看作惯性参考系。

牛顿运动定律只能用于研究宏观物体和速度远低于光速的运动问题。虽然经典力学在现代工程技术中有广泛的应用, 但从近代物理的观点看, 经典力学有很大的局限性。经典力学的重大发展之一是相对论力学, 它建立了新的时空观和物体高速运动(可与光速相比较)的规律。相对论力学的结论已经证明, 当物体运动的速度远小于光速时, 经典力学成为它的特例。经典力学的另一重大发展是量子力学, 它建立了微观粒子(如电子、原子等)运动规律的理论。用量子力学的规律来研究宏观物体或质量和能量相当大的粒子时, 可得到与经典力学相同的结果。

动力学中所研究的力学模型有质点、刚体和质点系。

质点是有质量而无大小的点。当忽略物体的大小并不影响所研究问题的结果时，可将该物体抽象为质点。例如研究人造地球卫星的运行轨道时，可将卫星看成质点。

刚体是无数质点所组成的不变形系统。当物体的大小不能忽略，但可以略去变形的影响时，可将该物体抽象为刚体。例如研究人造地球卫星绕其质心的运动时，就可将卫星看成刚体。

质点系（简称质系）是有限或无限质点的集合。这是力学中最普遍的抽象化模型，它包括刚体、弹性体和流体。如质点系中各质点的运动不受约束的限制，称为自由质点系；反之，称为非自由质点系。例如，如将太阳系中各星球简化为质点，则太阳系为一自由质点系。工程实际中的结构或机构都是非自由质点系的实例。在动力学中将着重研究质点系动力学，特别是非自由质点系动力学的问题。

第十三章 质点运动微分方程

本章讨论的主题是在牛顿运动定律的基础上建立质点的运动微分方程,并根据质点受力的性质和运动的起始条件求解。为此,我们先简要地复习牛顿运动定律和有关的基本概念,然后建立质点的运动微分方程,并讨论质点动力学的两类问题。第一类问题是已知质点的运动,求作用在质点上的力;第二类问题是已知作用在质点上的力,求质点的运动。我们讨论的重点是第二类问题。由于动力学问题的复杂性,我们仅着重研究平面曲线运动,把直线运动作为曲线运动的特例。

§ 13-1 牛顿运动定律

在伽利略(Galileo Galilei)和惠更斯(C. Huygens)等人研究落体、抛射体和摆的运动的基礎上,牛顿(Isaac Newton, 1642—1727)总结了力学的基本规律,提出了运动三定律。我们按牛顿的原著《自然哲学的数学原理》的方式来叙述三定律并加以说明。

第一定律: 每个物体继续保持其静止或沿直线作匀速运动的状态, 除非有力作用迫使它改变这种状态。

此定律表明任何物体都有保持其静止或匀速直线运动状态的属性, 这种属性称为惯性, 它是物质的一种基本属性。物体的匀速直线运动称为惯性运动。

此定律还表明物体的运动状态的变化与它所受的力有关, 或者说, 力的作用效果是使物体的运动状态发生变化, 这就是静力

学中所说的力的运动效应。

第二定律：运动的改变与所受的力成正比，并且沿所受力的直线的方向上发生。

用现代的术语，“运动的改变”是指质点的动量 $m\mathbf{v}$ 的变化率 $\frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$ ，于是，第二定律可写成矢量式

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = \mathbf{F} \quad (13-1)$$

式中 $\mathbf{F}$ 表示质点所受的力， m 表示质点的质量。因此，可将牛顿运动第二定律叙述为：质点的动量对于时间的导数等于作用在质点上的力。

当质点的质量为常量时，牛顿第二定律可写成通常的形式

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (13-2)$$

即质点的质量与加速度的乘积等于作用在质点上的力。

如果同时有许多力作用在质点上，则质点的加速度等于各个力单独作用时所产生的加速度的矢量和，称为力的独立作用性原理。根据此原理，牛顿运动第二定律可写成更为简便的形式

$$m\mathbf{a} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (13-3)$$

即质点的质量与加速度的乘积等于作用在质点上的力系的合力。

由第二定律可知，在相同的力的作用下，质量愈大的质点加速度愈小，或者说，质点的质量愈大保持惯性运动的能力愈强。由此可知，质量是物体惯性的度量。

设一物体的重量为 W ，物体在真空中自由降落的加速度为 g ，则根据式(13-3)，

$$mg = W$$

或

$$m = \frac{W}{g} \quad (13-4)$$

如果测量物体的重量 W 和重力加速度 g 的值, 就可根据式(13-4)求得物体的质量。

注意重量与质量是两个不同的概念。重量是物体所受重力的大小, 质量是物体惯性的度量。一物体的重量随它在地面上的位置而改变, 相应地, 重力加速度也随之而改变, 但重量与重力加速度的比值却是一常量, 说明物体的质量是一常量。在我国首都北京, 测量得重力加速度 g 的值为 9.8012m/s^2 , 通常取 $g=9.80\text{m/s}^2$ 。

第三定律: 每一个作用总是有一个相等的反作用与它相对抗。或者说, 两物体彼此之间的相互作用永远相等, 并且各自指向其对方。

用现代的术语可将此定律叙述为: 两物体之间的作用力和反作用力大小相等, 方向相反, 并沿同一作用线分别作用在两物体上。

设两质点的质量分别为 m_1 和 m_2 , 相互的作用力为 F_1 和 F_2 , 在此两个力作用下, 两质点的加速度分别为 a_1 和 a_2 。由第二定律得:

$$m_1 a_1 = F_1$$

$$m_2 a_2 = F_2$$

由第三定律知

$$F_1 = -F_2$$

得:

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2$$

此式表明两质点在相互的力作用下, 其加速度与质量成反比, 方向相反。

§ 13-2 单位制和量纲

1. 单位制

力学中有许多物理量, 每个物理量都必须用一适当的单位来度量。由于某些物理量之间具有一定的关系, 因而不是每个物理量的单位都是可以任意规定的。在许多物理量中, 我们以某几个量作为基本量, 它们的单位称为基本单位; 其它量的单位都可由基本单位导出, 称为导出单位, 而那些量相应地称为导出量。

选取不同的基本单位, 就形成不同的单位制。本书采用国际单位制(SI), 以长度、时间和质量为基础量, 它们的单位米(m)、秒(s)和千克(kg)为基本单位。其它量均为导出量, 它们的单位则是导出单位。目前工程实际中也常用工程单位制, 以长度、时间和力为基础量, 单位是米(m)、秒(s)和公斤(kgf)。

在国际单位制中, 力的单位是导出单位。使 1kg 的质量产生 1m/s^2 加速度的力, 规定为 1 牛顿(N),

$$1\text{N} = 1\text{kg} \cdot 1\text{m/s}^2 = 1\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$$

由式(13-4)可知, 1kg 质量物体的重量为

$$W = mg = 1\text{kg} \times 9.80\text{m/s}^2 = 9.80\text{N}$$

在工程实际中常用千牛顿(kN)或兆牛顿(MN)作为力的单位,

$$1\text{kN} = 10^3\text{N}, \quad 1\text{MN} = 10^6\text{N}$$

在工程单位制中, 质量的单位是导出单位。当 1kgf 的力作用在一质点上产生 1m/s^2 的加速度时, 该质点的质量规定为 1 工程单位质量(EUM)。

$$1\text{EUM} = \frac{1\text{kgf}}{1\text{m/s}^2} = 1\text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

下面介绍这两种单位制的换算。

工程单位制中的 1 公斤力(kgf)是指 1 千克(kg)的质量在

45°纬度海平面上的重量，已知此处的重力加速度 $g=9.80\text{m/s}^2$ ，故

$$1\text{kgf} = 1\text{kg} \times 9.80\text{m/s}^2 = 9.80 \times 1\text{kg} \times 1\text{m/s}^2 = 9.80\text{N}$$

即 1 公斤(kgf)的力等于 9.80 牛顿(N)的力。

工程单位制中的 1 工程单位质量(EUM)是指在 1kgf 的力作用下产生 1m/s^2 的加速度时的质量。已知 $1\text{kgf}=9.80\text{N}$ ，故

$$1\text{EUM} = \frac{1\text{kgf}}{1\text{m/s}^2} = \frac{9.80\text{N}}{1\text{m/s}^2} = 9.80 \times \frac{1\text{N}}{1\text{m/s}^2} = 9.80\text{kg}$$

即 1 工程单位质量(EUM)等于 9.80 千克(kg)的质量。

2. 量纲

在物理学中如用基本量来表示导出量，这种表达式称为量纲式。各基本量的幂称为导出量对于基本量的量纲或因次。在国际单位制中，以 L (长度)、 T (时间)和 M (质量)为基本量，力 F 的量纲式为 MLT^{-2} ，其中 M 和 L 的量纲各为 1， T 的量纲为 -2 。

量纲不同于度量单位，例如速度可用米/秒或公里/小时不同的单位度量，而其量纲式总是 LT^{-1} 。但是量纲却与单位制有关，同一导出量对不同的单位制有不同的量纲式，例如功的量纲式，对国际单位制为 ML^2T^{-2} ，但对工程单位制则为 FL 。

任何物理方程(包括力学方程)在量纲上都必须都是齐次的，或者说，物理方程中每一项的量纲式必须相等。通常用这一结论来分析问题或校核解答。有时我们将力学公式写成无量纲形式，这样表示的力学量之间的数量关系不受所选单位的影响，更便于应用。

§ 13-3 质点运动微分方程

将牛顿运动第二定律式(13-3)表示为包含质点的坐标对于时间的导函数的方程称为质点的运动微分方程，它描述质点运动的

动力学过程。

设一质点 M 在汇聚力系 $F_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的作用下沿某一空间曲线运动, 如此质点的质量为 m , 它在惯性坐标系 $Oxyz$ 中的矢径为 $\mathbf{r}$, 则根据式(13-3), 可将质点的运动微分方程写成矢径 $\mathbf{r}$ 的导数形式(图 13-1)

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (13-5)$$

对于不同的具体问题, 应用式(13-5)时可将它写成不同的坐标形式。

1. 质点运动微分方程的直角坐标形式

将矢量方程式(13-5) 投影到直角坐标系 $Oxyz$ 的坐标轴上, 得到质点运动微分方程的直角坐标形式:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= \sum_{i=1}^n X_i \\ m\ddot{y} &= \sum_{i=1}^n Y_i \\ m\ddot{z} &= \sum_{i=1}^n Z_i \end{aligned} \right\} \quad (13-6)$$

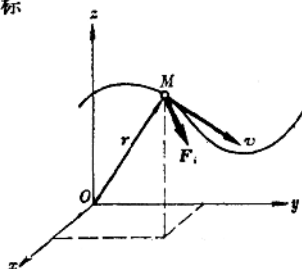


图 13-1

如质点在平面 Oxy 内作平面曲线运动, 则上式中 $\ddot{z} \equiv 0$ 。如质点沿 Ox 轴作直线运动, 则上式中 $\ddot{y} \equiv \ddot{z} \equiv 0$ 。加速度在轴上的投影恒为零表示力系在此轴上的投影平衡。通常我们把点的平面曲线运动和直线运动作为空间曲线运动的特例来处理。

2. 质点运动微分方程的自然轴形式

在轨迹曲线上选原点 O_1 , 作弧坐标 s , 规定其正向。质点 M 在任一位置的自然轴用切向单位矢量 $\mathbf{e}_t$ 、主法向单位矢量 $\mathbf{e}_n$ 和次法向单位矢量 $\mathbf{e}_b$ 表示, 如图 13-2 所示。

矢量方程式(13-5)在自然轴上的投影为:

$$\left. \begin{aligned} ma_t &= m \frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^n F_{ti} \\ ma_n &= m \frac{v^2}{\rho} = \sum_{i=1}^n F_{ni} \\ ma_b &= 0 = \sum_{i=1}^n F_{bi} \end{aligned} \right\} \quad (13-7)$$

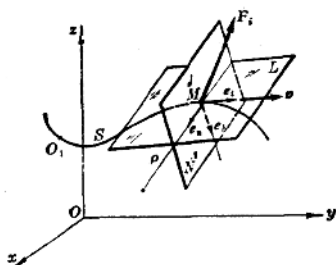


图 13-2

此式中 ρ 表示轨迹曲线在点 M 处的曲率半径, 式(13-7)称为质点运动微分方程的自然轴形式。上式中第三式说明作用在质点上的力系在次法线上的投影平衡, 或者说, 作用在质点上的汇交力系的合力总在密切面 L 内。

如质点作平面曲线运动, 此平面即为密切面。此时只需建立式(13-7)中的前两式。如质点作直线运动, 则只需建立式(13-7)中第一式, 这时, 用直角坐标形式与用自然轴形式所建立的运动微分方程并无区别。

§13-4 质点动力学的两类问题

应用质点运动微分方程可求解质点动力学的两类问题:

第一类问题: 已知质点的运动, 求作用在质点上的力。如已知质点的运动方程, 求它们对时间的导数, 于是由质点的运动微分方程即可求得作用在质点上的力。由此可知, 求解第一类问题可归结为微分问题。

第二类问题: 已知作用在质点上的力, 求质点的运动。作用在质点的力可以是常力或变力, 变力可以是时间的函数、坐标的函数、速度的函数或同时是上述三种变量的函数。求质点的运动就要求运动微分方程的解。运动微分方程的通解包含积分常数, 这些常数由质点运动的起始条件决定, 起始条件是指 $t=0$ 的瞬时, 质点的初始位置和初始速度。这是因为运动微分方程建立质点所受的力与其加速度之间的关系, 如质点运动的起始条件不同, 虽然所受的力相同, 加速度也相同, 但所得到的运动规律并不相同。由此可知, 要解决第二类问题, 除了要给定力的函数外, 还必须知道运动的起始条件。求解第二类问题归结为积分问题。由于积分往往比微分困难, 特别是当力的函数形式复杂时, 可能求不到解析解, 而只能求出近似的数值解。

应用质点运动微分方程求质点动力学的两类问题时, 要注意区分是自由质点还是非自由质点的动力学问题。自由质点的运动不受约束的限制, 它只受主动力作用, 因此, 自由质点的运动由主动力和运动的起始条件完全决定。非自由质点的运动则受到约束的限制, 例如只允许在某一固定曲线或曲面上运动, 因此, 非自由质点的运动不仅决定于主动力和运动的起始条件, 而且还与约束的性质有关。约束对于运动质点的作用力称为动约束力, 通常是未知力。为了便于建立非自由质点运动微分方程, 我们可以解除质点的约束^①, 把运动时约束对质点的作用力用动约束力来代

① 第二十章中将指出, 根据达朗伯原理, 应用动力学普遍方程, 不需解除约束仍可建立非自由质点的运动微分方程。