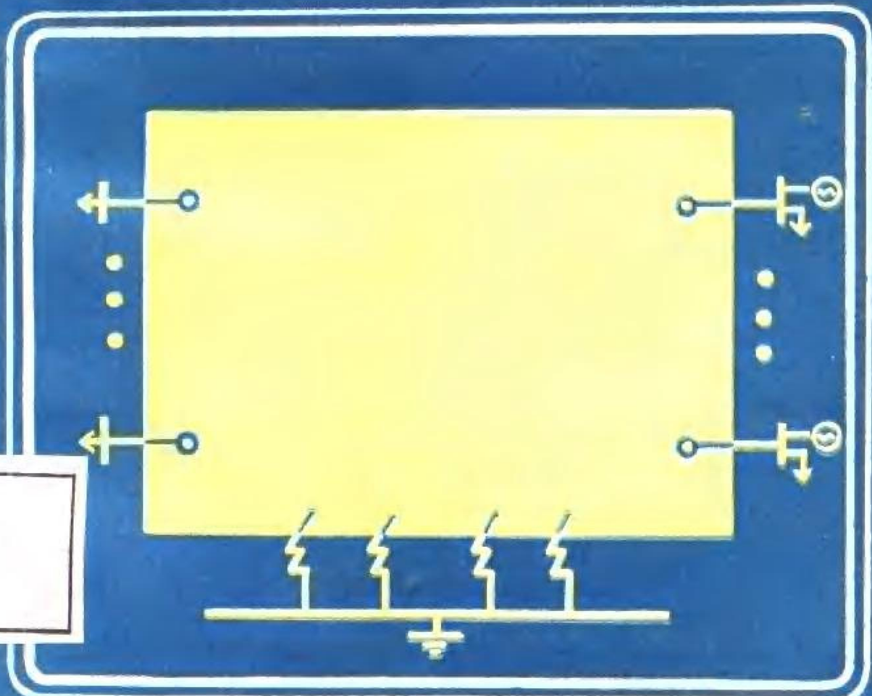
电力系统最优运行

文 矩　李林川 编



32

西安交通大学出版社

内 容 提 要

全书共分两篇。第一篇（前四章）是数学基础，介绍线性规划和非线性规划的基本原理和计算方法。第二篇（后四章）介绍电力系统最优运行本身，主要内容是经典的经济调度，水、火电厂间短期经济调度问题和几种最优潮流的计算方法。

本书可作为高等学校电力系统及自动化专业本科生的选修课教材，也可供同专业研究生及从事电力系统运行、设计和科研的工程技术人员参考。

电力系统最优运行

文矩 李林川 编

责任编辑 罗 兰

西安交通大学出版社出版

（西安市咸宁路28号）

西安冶金建筑学院印刷厂印装

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本787×1092 1/32 印张8.75 字数：184千字

1987年8月第1版 1988年 2月第 1 次印刷

印数：1——4000

ISBN7—5605—0018—8/TK—2 定价：1.45元

15340·136

前　言

电力系统最优运行是电力系统运行问题中的一个重要组成部分，它关系到系统运行的经济性、安全性及电能质量。最优运行的研究工作可以追溯到本世纪20年代初或甚至更早，但是在一个很长的時期内，最优运行主要局限于提高系统运行的经济性。数学规划和最优控制在理论上和计算方法上的发展，特别是电子计算机的广泛应用，推动了最优运行问题的研究和应用，使之日臻完善。

由于电力系统最优运行问题涉及的内容较广并需要广泛的数学基础，有些问题还在不断发展或有待于进一步研究，因此，本书只能就其中最主要和最基本的内容作适当的介绍。这些内容包括经典的经济调度，水、火电厂间短期经济调度和最优潮流等问题。

本书共分两篇。第一篇作为数学基础知识，介绍线性规划和非线性规划的基本原理和计算方法。第二篇则介绍最优运行本身。对于已经具有这方面数学基础的读者，可以直接阅读第二篇。另外，由于在最优潮流问题中需要比较多的用到线性方程组求解，因此将这一部分内容列为附录。

本书每章中所引参考文献的编号，除特别指明者外，均为每章末参考文献的序号。

本书第一篇由文矩编写，第二篇及附录由李林川编写，全书承夏道止教授审阅，并作了适当的增删和修改，谨致谢

忧。

由于编者水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，请读者不吝指正。

编　　者

1986年12月

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第二篇 电力系统最优运行

第一篇 数学规划

电力系统最优运行问题涉及广泛的数学理论和计算方法。当解决某一段時间内的最优运行问题時，由于系统的负荷随時间变化，特别是在具有水电厂的情况下，不但要考虑河流流量的变化，还必須考虑水库的水位随着发电机功率的变化而变化，在这种情况下，问题的目标函数将以变量函数的积分形式出现，而且在约束条件中可能出现变量函数的微分方程。从数学上来说，这类问题属于动态最优问题，其求解方法需要用到变分法、庞特里亚金极大值原理、动态规划或最小范数法。如果再考虑系统负荷变化及河流流量的随机性，则系统的运行情况是一个随机过程，其最优运行解将更为复杂。然而，如果只局限于解决某一个特定時刻的最优运行问题，则情况将简单得多，这時的目标函数是变量的某一个纯量函数，其约束条件只以变量的一般函数形式出现。这类问题属于静态最优问题，其求解方法可以用比较简单的非线性规划或线性规划方法。

为了避免引入过多的数学理论和计算方法问题，本书只限于介绍电力系统的静态最优运行问题。在前四章中将扼要介绍线性规划和非线性规划的基本理论和计算方法。

在本书中将用白体字母表示纯量或纯量函数，用黑体字母表示向量或矩阵及其函数，如无特殊说明，向量均指列向量而言。用上标T表示向量或矩阵的转置。

第一章　函数的极值与数学规划问题

本章首先给出数学规划问题的一般形式，然后介绍函数的凸性和极值条件，它们是学习后三章的基础知识。

第一节　数学规划的一般形式

兹以一个最简单的电力系统最优运行问题为例来加以说明。设已知系统在某一時刻的负荷情况，由于各发电机组的特性可能不同，这些负荷在机组间不同的分配情况将得出不同的系统总燃料消耗。现在提出一个问题，即系统的负荷在各个机组间应如何分配，才能使全系统的燃料消耗最少。在这个问题中，每个机组所担负的负荷可以视为一个变量，显然系统总燃料消耗与这些变量的取值有关，即它是这些变量的函数。如果我们的目标是使系统总燃料消耗最少，则这一函数称为目标函数。这样，问题就变成如何决定各个变量，使目标函数的取值极小。但是，各个发电机所负担的负荷必須满足系统总负荷的需要，即它们的总和必須与系统需要的总负荷以及相应的损耗相平衡，这种平衡关系可以用某一个等式来表式。变量的取值必須满足的等式条件称为对变量的等式约束条件。另外，各个机组所负担的负荷不能被任意规定，至少它们不能超出其额定容量，这说明这些变量往往要满足一些不等式，这些不等式称为变量的不等式约束条件。这样，上

面提出的问题便归结为如何决定这些变量的取值，它们在满足某些等式和不等式约束条件下，使目标函数取极小值。这一问题是最简单的数学规划问题。下面将它推广到一般情况，并用数学形式表示出来。

设在问题中所涉及的实数变量共有n个，它们分别是x_1、x_2、…、x_n，并假定它们取连续值。目标函数是这些变量的某一个纯量函数$f(x_1、x_2、\cdots、x_n)$。变量所服从的等式约束条件有p个，分别表示为$g_i(x_1、x_2、\cdots、x_n)=0$（$i=1、2、\cdots、p$）；不等式约束条件有$m$个，可以用标准形式表示为$h_j(x_1、x_2、\cdots x_n)\leqslant 0$（$j=1、2、\cdots、m$）。注意，在这些约束条件中，$g_i(x_1、x_2、\cdots、x_n)$及$h_i(x_1、x_2、\cdots、x_n)$都是变量的纯量函数。数学规划的一般形式是：在约束条件

$$g_i(x_1、x_2、\cdots、x_n)=0 \quad (i=1、2、\cdots、p) \qquad (1-1)$$

$$h_j(x_1、x_2、\cdots、x_n)\leqslant 0 \quad (j=1、2、\cdots、m) \qquad (1-2)$$

下，求解变量x_1、x_2、…、x_n，使目标函数

$$f(x_1、x_2、\cdots、x_n) \qquad (1-3)$$

达极小值。或者，应用向量把它们写成更简单的形式。令

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix} g_1(\boldsymbol{x}) \\ g_2(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ g_p(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} g_1(x_1、x_2、\cdots、x_n) \\ g_2(x_1、x_2、\cdots、x_n) \\ \vdots \\ g_p(x_1、x_2、\cdots、x_n) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{h}(x)=\begin{bmatrix} h_1(\boldsymbol{x}) \\ h_2(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ h_m(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} h_1(x_1、x_2、\cdots、x_n) \\ h_2(x_1、x_2、\cdots、x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1、x_2、\cdots、x_n) \end{bmatrix}$$

其中$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$称为$\boldsymbol{x}$的$p$维向量-值函数，$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$称为$\boldsymbol{x}$的$m$维向量-值函数，或者将$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$和$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$简称为向量函数。这样，数学规划问题可简单表示为

$$\left.\begin{array}{l} \min\limits_{\boldsymbol{x}} \quad f(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=0 \\ \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\leqslant 0 \end{array}\right\} \qquad (1-4)$$

服从

满足上述条件的变量$\boldsymbol{x}$，称为解点或简称为解；通常用$\boldsymbol{x}^*$表示。

如果在式（1－1）—（1－3）的函数中，所有的函数都是$\boldsymbol{x}$的线性函数，则称式（1－4）为**线性规划问题**，反之，如果在这些函数中至少有一个是$\boldsymbol{x}$的非线性函数，则称式（1－4）为**非线性规划问题**。注意在式（1－4）中，等式约束$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=0$和不等式约束$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\leqslant 0$可以不同時存在，甚至都不存在。另外，在某些问题中，可能需要求目标函数$f(\boldsymbol{x})$的极大值，这時我们可以通过下式转换成为极小值问题

$$\max_{\boldsymbol{x}} f(\boldsymbol{x}) = -\min_{\boldsymbol{x}}[-f(\boldsymbol{x})] \qquad (1-5)$$

另外，必須指出，如果变量$\boldsymbol{x}$只能取离散的整数值，则式（1－4）称为整数规划问题。如果$\boldsymbol{x}$中某些变量可以取连续值，另一些变量只能取离散值，则式（1－4）称为混合规划问题。这类问题在电力系统最优运行问题中是存在的，象带负荷调整分接头变压器的分接头位置，便是一个离散的变量。但是混合规划问题求解非常复杂，因此本书将不涉及这类问题，而将离散的变量近似地处理成连续变量。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第二节 一般多元函数的极值条件

今后我们将把向量$\boldsymbol{x}$看成是n维实欧氏空间R^n中的点，$\boldsymbol{x}$的各个分量是该点在n维空间中的各个坐标值。考察定义在空间R^n内区域D上的实值函数

$$f(\boldsymbol{x}) \qquad \boldsymbol{x} \in \mathrm{D} \subset R^n$$

它在域D内具有连续的二阶偏导数。设$\boldsymbol{x}_0$为D内的一个点，则函数$f(\boldsymbol{x})$在这一点附近的泰勒级数展开式（取到二次项）为

$$f(\boldsymbol{x}) \approx f(\boldsymbol{x}_0) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(\boldsymbol{x}_0)}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 f(\boldsymbol{x}_0)}{\partial x_i \partial x_j} \tag{1-6}$$

其中 $\Delta x_i = x_i - x_{i0}$ （$i = 1、2、\cdots、n$）

将（1-6）式写成矩阵形式

$$f(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{x}_0) + [\nabla f(\boldsymbol{x}_0)]^T \Delta \boldsymbol{x} + \frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{x}^T \mathrm{H}(\boldsymbol{x}_0) \Delta \boldsymbol{x} \tag{1-7}$$

式中 $\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0$

$$\nabla f(\boldsymbol{x}_0) = \left[\frac{\partial f(\boldsymbol{x})}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f(\boldsymbol{x})}{\partial x_2} \cdots \frac{\partial f(\boldsymbol{x})}{\partial x_n} \right]^T_{\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0} \tag{1-8}$$

称为函数$f(\boldsymbol{x})$在点$\boldsymbol{x}_0$的梯度向量，或简称梯度。

$$H_{(x_0)}=\begin{pmatrix}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1\partial x_n}\\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2\partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2\partial x_n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n\partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n^2}\end{pmatrix}_{x=x_0} \quad (1-9)$$

称为函数$f(x)$在x_0点的海森（Hessian)矩阵。当$f(x)$在域D内具有连续二阶偏导数时，有

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i\partial x_j}=\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j\partial x_i} \quad (i,\ j=1、2、\cdots n)$$

在此情况下，海森矩阵为对称矩阵。

现在介绍关于极值的一些定义，这些定义在高等数学课程中已进行过详细论述。

对于点$x^*\in D$，如果存在某个$\varepsilon>0$，使对于与x^*的距离小于ε的所有点$x\in D$，均满足不等式$(x)\geqslant f(x^*)$，则称x^*为$f(x)$在域D上的局部极小点或相对极小点，$f(x^*)$称为局部极小值。这里，点x与x^*间的距离可以定义为$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_i^*)^2}$。如果引用关于向量$x$范数$\|x\|$的定义

$$\|x\|\triangleq\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}$$

则这一距离可表示为向量$(x-x^*)$的范数$\|x-x^*\|$。

若对于所有$x\neq x^*$且与x^*的距离小于ε的$x\in D$，满足$f(x)>f(x^*)$，则称x^*为$f(x)$在D上的严格局部极小点，$f(x^*)$称为严格局部极小值。

如果点$x^*\in D$对于所有点$x\in D$都满足$f(x)\geqslant f(x^*)$，

则称x^*为$f(x)$在域D上的全局极小点，$f(x^*)$为全局极小值。若对于所有$x\in D$，但$x\neq x^*$，都有$f(x)>f(x^*)$，则称x^*为$f(x)$在D上的严格全局极小点，$f(x^*)$为严格全局极小值。

对于极大点和极大值的定义，可以将上述定义中的不等式经反向而得。

下面介绍关于极值存在的条件。

1．必要条件

对于定义在域$D\subset R^n$上的定值函数$f(x)$，若$f(x)$在点$x^*\in D$处可微，则$f(x)$在x^*点上取局部极小（或极大）值的必要条件是

$$\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_1}=\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_2}=\cdots=\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_n}=0 \qquad (1-11)$$

这一条件在高等数学课程中已经证明过。将它写成向量形式

$$\nabla f(x^*)=0 \qquad (1-12)$$

即如果x^*为$f(x)$在D上的局部极小（或极大）点，则$f(x)$在x^*点处的梯度$\nabla f(x^*)$必须等于零。注意，满足式（1-11）或（1-12）条件的点常称为驻点，因此在区域内部，极值点必为驻点，但驻点不一定是极值点。

实际上，梯度方向$\nabla f(x)$是函数$f(x)$在x点处的最陡上升方向。或者说，它是在R^n中由等$f(x)$值形成的超曲面在x点处的法线方向，沿这一方向$f(x)$的函数值增加最快。在x为二维的情况下，梯度方向如图1-1所示。由此可见，如果在x^*点的梯度向量$\nabla f(x^*)$为零，说明在x^*点附近的充

分小邻域中，$f(\boldsymbol{x})$的取值并不发生变化，从而 $\boldsymbol{x}^*$ 点有可能成为局部极点。否则，在$\boldsymbol{x}^*$点的附近 $f(\boldsymbol{x})$ 的取值将可能增大或减小，这時，$\boldsymbol{x}^*$点就不可能成为局部极点。这就是必要条件（1-11）或（1-12）的几何解释。

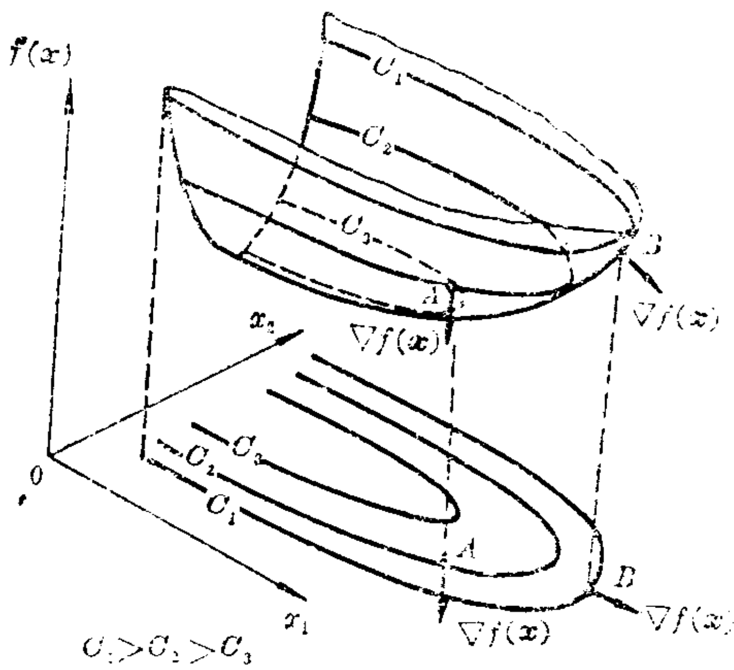


图 1-1　$f(\boldsymbol{x})$的梯度方向

2．充分条件

若$f(\boldsymbol{x})$在$\boldsymbol{x}^*\in$ D点上的梯度$\nabla f(\boldsymbol{x}^*)=0$，且在$\boldsymbol{x}^*$点上具有连续的二阶偏导数，则当海森矩阵H$(\boldsymbol{x}^*)$为正定矩阵時，$f(\boldsymbol{x})$在$\boldsymbol{x}^*$上取严格局部极小值。

所谓正定矩阵，例如A，是指一个对称方阵，它对于任一个非零向量$\boldsymbol{y}$，所组成的二次型恒取正值，即 $\boldsymbol{y}^T\mathrm{A}\boldsymbol{y}>0$，正定矩阵A常表为 A$>0$。矩阵的正定性可以由塞尔维斯脱（Sylvester）定理来进行判断：正定矩阵的充要条件是它的各阶对角线主子式均大于零。顺便说明一下，如果对于所

有的非零向量y，总有$y^TAy\geqslant 0$，则称A为正半定矩阵，A $\geqslant 0$。相似的，有负定矩阵$A<0$和负半定矩阵$A\leqslant 0$。

实际上，如果将x^*充分小邻域中的点x表为$x=x^*+\Delta x$，则应用式（1－7）可得

$$f(x)=f(x^*)+[\nabla f(x^*)]^T\Delta x+\frac{1}{2}\Delta x^T H(x^*)\Delta x$$

当在x^*点处$\nabla f(x^*)=0$且$H(x^*)>0$時，由上式可以推知

$$f(x)>f(x^*)$$

从而证明了x^*为$f(x)$的严格极小点。对于严格极大点的充分条件，可以将$H(x^*)>0$换成$H(x^*)<0$而得。

根据极值的定义可以看出：全局极点必然是一个局部极点，但是反过来则并不成立。实际上，我们感兴趣的是全局极值问题，而要判断一个局部极小点是否为全局极小点，这个问题与函数的凸性有密切的关系。

第三节　凸集和函数的凸性

1．凸集

设D为R^n中的一个集合，如果对于其中的任意两点x_1、x_2，其联线上的所有点都属于集合D，则称D为R^n中的一个凸集。x_1、x_2联线上的所有点，可以用数学式表示为

$$x=ax_1+(1-a)x_2 \quad 0\leqslant a\leqslant 1 \text{ 且取实数} \tag{1-13}$$

图1－2示出二维空间中的凸集[(a)、(b)]和非凸集[(c)]的一些例子。

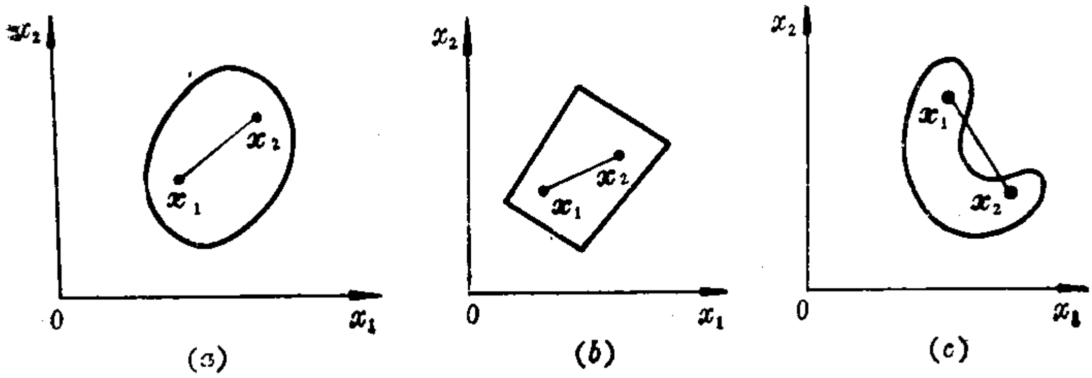


图1-2 二维空间中的凸集和非凸集示例

2. 凸函数

设$f(x)$为定义在R^n中某个凸集D上的函数，若对于任何实数a（$0<a<1$）以及D中任意两点x_1和x_2，均满足

$$f(ax_1+(1-a)x_2)\leqslant af(x_1)+(1-a)f(x_2) \tag{1-14}$$

则称$f(x)$为凸集D上的**凸函数**。更严格些，如果对任意实数a（$0<a<1$）及D中任意两个不同点x_1和x_2，恒有

$$f(ax_1+(1-a)x_2)<af(x_1)+(1-a)f(x_2)$$

则称$f(x)$为D上的**严格凸函数**。

兹以一维和二维空间为例，说明凸函数的几何意义，如图1-3及图1-4所示。如果$f(x)$的图形上，任意两点的联线处处都不在这个函数图形的下方，则它是一个凸函数。如果任意两点的联线处处都在这个函数图形的上方，则它便是一个严格的凸函数。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com