力学
解题教学法

主编 〔俄〕阿·依·马特维耶夫教授

翻译 黄宁庆 刘 旦

МЕТОДИКА
РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧ
МЕХАНИКИ

高等学校理工科参考书

力学解题教学法

主编〔俄〕阿·依·马特维耶夫教授
翻译 黄宁庆 刘 旦
校对 凌安荣

湖南科学技术出版社

高等学校理工科参考书

力学解题教学法

主编　〔俄〕阿·依·马特维耶夫教授

翻译　黄宁庆　刘　旦

校对　凌安荣

责任编辑：曾平安

*

湖南科学技术出版社出版

（长沙市展览馆路14号）

湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷

*

1984年5月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米 1/32　印张：5.875　字数：130,000

印数：1——9,200

统一书号：13204·98　　定价：0.81元

内 容 提 要

本书是根据苏联莫斯科大学编委会决议，并于1980年由莫斯科大学出版社出版的物理习题课课外自学读本。

全书共十五章，对普通物理力学部分的各章节内容都进行了概括，并给出了大量配合理论内容的思考题、例题、检查性问题和自作题。

本书选材广泛、例题典型，解题方法简捷、新颖，并且将各章习题归并分类举例。本书既可作为大专院校、电视大学、职工大学学生学好物理学中力学的自学用书，也可作为有关教师和工程技术人员的参考书。

译 者 前 言

近年来，我国的科学技术和高等教育都有了很大的发展，高等教育的教学方法也有了很大的改进。然而，分析一下我国目前高等教育的状况，会使我们不难看出，现在的高等教育整体，许多还是在1952年全国高等院系调整以后，按照苏联的模式引进过来的。因此，我们有计划、有选择地翻译一些苏联高等教育读物，分析和鉴赏一下苏联当前的高等教育水平，这对于我国的高等教育工作者和大学学生来说，都将是有所补益的。

在苏联，随着科学技术的发展，许多教育工作者认为，高等教育应该由传授知识的教学转入从事科学活动、组织活动等方法的训练；以使学生有适应新知识、新科学、新技术的能力。随之而来的高等学校的教材、教学方法等方面都进行了一系列的改革。在教学法方面，从六十年代开始，先在中学里试行"问题式"的教学法，取得一定效果后逐渐推广，70年代已推行到高等学校中。所谓"问题式"教学法，即先由教师提出问题，以启发学生自己提出问题、解决问题和培养学生独立工作的能力。而本书的翻译出版，也正是为了使读者能从普通物理的力学部分这一小角度出发，了解苏联当前普通物理的教学内容和习题课的教学情况；并使读者初步掌握"问题式"的教和学的方法。

本书是莫斯科大学编辑出版委员会决议出版的普通物理习

题课课外自学丛书之一．乍看起来，该书似乎是一本题解书。但当你认真读完一章后，就会觉得它更主要的是一本指导学生解题方法，培养学生应用所学知识去独立解题的课外自学教材。这正是学生所特别需要的，也是一般理论教材所无法做到的。书中各章首先提醒学生该章所必须掌握的基础知识，尽管书中没有将这些基础知识的具体内容一一解说，但却给读者提出了重点，并促使读者去查阅一些参考读物，取到了“纲举目张”的作用；其次，又根据这些基础知识重点地提出问题，让读者去思索求答，进一步将理论知识融会贯通；再次，将习题归并分为几个基本类型，对各类习题举例解答，以求取到“举一反三”的指导作用．将习题归并分类是本书一个突出的优点，它有助于培养读者归纳问题和分析问题的能力，同时也使解题条理化，增强读者解题的能力；尔后，各章再提出检查性问题和习题，以使学生进一步巩固所学的知识。本书的这种程序安排，有益于学生能力的培养，也有别于一般的题解书。

力学是物理学的基础，是物理学重要的部门．但普通物理中力学教学的趋势将是在教学内容增加的情况下，减少课堂学时，因此课堂示范解题势将减少，而习题的深度、广度、难度却有所增加．为此，翻译出版这本比习题课内容较广泛的力学解题自学教材，相信将有益于读者。

学物理不能不做题，做题能检查自己对基础理论掌握的情况，能培养自己理解、综合、分析问题的能力．然而，不少学生都在解题时遇到一个共同的难题：题目还是勉强做出来了，但实感自己思路不明确、方法不简捷．如果是这样的话，建议您借鉴一下此书的解题方法．本书例题的求解，即使是较复杂的习题，一般只需很少的几行字就把问题解答了，这一点是值得我们深究和学习的。

最后还需向读者说明的是，本书在翻译、编辑和印刷过程中，难免有不妥之处，欢迎广大读者赐教。

译　者

1983.12.

目　录

第 一 章　质点运动学……………………………………（ 1 ）
第 二 章　牛顿定律及其应用…………………………（ 13 ）
第 三 章　力矩和动量矩　动量矩守恒定律…………（ 32 ）
第 四 章　经典情况下的碰撞…………………………（ 46 ）
第 五 章　非惯性坐标系………………………………（ 64 ）
第 六 章　刚体运动学…………………………………（ 76 ）
第 七 章　刚体动力学…………………………………（ 86 ）
第 八 章　洛伦兹变换…………………………………（104）
第 九 章　相对论动力学的简单问题…………………（121）
第 十 章　弹性力和固体形变…………………………（129）
第十一章　质点的简谐振动……………………………（141）
第十二章　质点的自由阻尼振动………………………（150）
第十三章　质点的强迫振动……………………………（156）
第十四章　扭转振动……………………………………（163）
第十五章　流体静力学…………………………………（171）

第一章　质点运动学

1.必要的理论知识

运动的相对性、参照物、参照系、物体空间位置的表示方法：半径——矢量法、坐标法、选择运动和时间计算起点的任意性；位移矢量的定义、轨迹、元位移；运动定律、运动图形；运动的独立性原理；平均速度、瞬时速度、速度分量；平均加速度、瞬时加速度、加速度分量；切向和法向加速度；轨迹给定点的曲率圆、轨迹给定点的曲率半径；给定点的向心加速度、速度和曲率半径之间的关系；总加速度大小和方向的定义；角位移、角速度和线速度之间的关系；角速度矢量和角加速度矢量；总线速度、角加速度、角速度与角加速度之间的关系；质点的复杂运动、绝对速度、相对速度和牵连速度、绝对速度、相对速度、牵连速度之间的关系；绝对加速度、相对加速度、牵连加速度。

2.配合理论知识的问题

2.1.　给出物体在空间位置的表示方法。

2.2.　怎样实际地记录一定的时刻？

2.3.　如果已知质点所经过的位移分量，怎样求合位移？

2.4.　你能提出多少种将已知位移矢量分解为任意分量之

和的方法？在这种情况下，单值分解由什么决定？

2.5. 你知道给出运动定律的哪些方法？

2.6. 给出质点瞬时线速度的大小和方向的定义，以及线速度的矢量分量。

2.7. 说明测量瞬时速度的方法。

2.8. 解释测量速度的精确度决定于什么？

2.9. 质点瞬时加速度的数值等于什么？它的方向怎样？

2.10. 速度矢量的分量等于什么？

2.11. 写出测量加速度的步骤。

2.12. 加速度测量的精确度由什么决定？

2.13. 说明在速度变化时法向加速度和切向加速度的作用。

2.14. 写出作圆周运动的质点的线加速度、角速度和角加速度的关系式。

2.15. 写出沿任意平面的轨迹曲线运动的质点的线加速度、角速度和角加速度的关系式。

3.基本类型题和它们的解法

a）题目类型及其解法

3.1. 根据给定的轨迹和运动规律，确定速度。

解：将坐标对时间的函数进行微商可求得速度。

3.2. 根据给定的轨迹和运动规律确定加速度。

解：加速度矢量的分量以及矢量的数值和方向可以用质点的坐标对时间的函数的二次微商求得。

3.3. 已知质点的速度分量对时间的关系，确定质点运动的

轨迹和运动规律。

解：由速度分量对时间的积分可求得质点的坐标对时间的函数形式（运动规律）。为了确定积分时所出现的常数，必须知道质点在某一确定瞬时的坐标。

3.4. 已知质点的加速度分量对时间的关系，确定质点运动的轨迹和运动规律。

解：为了确定运动规律，必需将加速度对时间的关系式进行二次积分。如果已知质点在某一时刻的坐标和速度分量，由于积分而出现的任意常数也就确定了。

3.5. 在质点的复杂运动研究方面的问题。

解：应用运动迭加原理。

3.6. 关于几个质点的相对运动的问题。

解：根据以下的步骤解：1）选参照系；2）分析可能的运动特点；3）选择坐标系的原点和时间的起点；4）确定初始条件；5）写出对于每一质点的运动规律；6）列出适合于问题特殊条件的方程。

b）举　例

第一种类型题(3.1)

3.1.1. 长 $l=10$ 厘米的细棒 AB 运动时，它的两端沿互为直角的两条准线 ox 和 oy 滑动，棒的 A 端以 $v=5$ 厘米/秒的速度自 0 点开始沿 ox 线作匀速运动。

求　棒的 B 端的运动规律以及运动开始后经过 $t=1.7$ 秒时的速度。

解：细棒 A 端的运动方程为 $x=vt$，B 端运动方程为 $y=\sqrt{l^2-v^2t^2}$。B 端的速度由 y 对 t 的微商求得：

$$u=\frac{dy}{dt}=-\frac{v^2t}{\sqrt{l^2-v^2t^2}}\simeq-8.1\text{厘米/秒}.$$

3.1.2. 一石块从铅直的高岸上沿水平方向以速度 $v_0=20$ 米/秒抛出。求石块到达水面那一瞬时的速度（岸高 $h=11.25$ 米）。

解：取直角坐标系 ox 轴的方向与 v_0 的方向相同，oy 轴的方向取为垂直向上。坐标原点置于水平面上，以便起始时刻石块处在 oy 轴上。

石块的运动方程为 $x=v_0t$；$y=h-\frac{1}{2}gt^2$，由坐标 x 和 y 对时间 t 微商，求得石块的速度分量：

$$v_x=\frac{dx}{dt}=v_0,\quad v_y=\frac{dy}{dt}=-gt.$$

速度的数值从下式可求得：

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}.$$

速度方向相对于水平方向有

$$\operatorname{tg}\alpha=v_y/v_x=-gt/v_0.$$

当石块到达水面的瞬时 $y=h-\frac{1}{2}gt^2=0$，从而 $t=\sqrt{2h/g}$．因而，在水面上石块的速度的数值和方向有：

$$v=\sqrt{v_0^2+2gh}=25\text{米/秒},\quad \operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{v_0}\sqrt{2gh}$$
$$\simeq-\frac{1}{2}.$$

3.1.3. 已知质点运动方程（$r=at$；$\varphi=bt$），求它的速度。

解：如果用极坐标给出质点运动方程式，那么，它的速度的数值和方向决定于等式：

$$v=\sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2}$$

$$\mathrm{tg}(\boldsymbol{v},\ \boldsymbol{r})=\frac{r\dot{\varphi}}{\dot{r}}=r\frac{d\varphi}{dr},$$

其中$\frac{dr}{dt}$是速度在半径矢量方向上的投影（径向速度），$r\frac{d\varphi}{dt}$是速度在垂直于半径矢量方向上的投影（切向速度）。

从题中所给条件得：

$$v=\sqrt{a^2+a^2t^2b^2}=a\sqrt{1+b^2t^2},$$

$$\mathrm{tg}\ (\boldsymbol{v},\ \boldsymbol{r})=r\frac{d(rb/a)}{dr}=bt。$$

第二种类型题(3.2)

3.2. 1尺AB两端A和B沿两条直的准线ox和oy滑动，ox和oy固定成直角，并且尺的端点B从0点开始以恒定速度沿oy运动。尺上一点M，若$MA=a$，$MB=b$，求M点的加速度。

解：端点B的运动方程$y_B=ct$，端点A的运动方程：$x_A=\sqrt{(a+b)^2-c^2t^2}$。点$M$的运动方程从简单的几何道理很容易求得：

$$x_M=\frac{b}{a+b}\sqrt{(a+b)^2-c^2t^2},\quad y_M=\frac{a}{a+b}ct。$$

M点的坐标对时间t的微商得M点的速度分量：

$$v_{xM}=-\frac{b}{a+b}\frac{c^2t}{\sqrt{(a+b)^2-c^2t^2}}$$

$$v_{yM}=\frac{a}{a+b}c。$$

M点的速度分量对时间t的微商得M点的加速度分量：

$$a_{xM}=-\frac{bc^2(a+b)}{[(a+b)^2-c^2t^2]^{3/2}};\quad a_{yM}=0。$$

第三种类型题(3.3)

3.3.1. 质点从坐标原点开始运动，要求在极坐标内它的速

度分量随时间按下面的规律变化：

$$v_r=\frac{dr}{dt}=ae^{kt},\quad v_t=r\frac{d\varphi}{dt}=br.$$

a,b,k均为常数。试确定质点的运动方程和轨迹。

解：由速度分量对时间的积分得

$$r=\int ae^{kt}dt=\frac{a}{k}e^{kt}+c_1,$$

$$\varphi=\int bdt=bt+c_2.$$

这里c_1、c_2是积分常数，它们的数值我们能从条件$t=0$时，$r=0$，$\varphi=0$（质点由坐标原点开始运动）求出。

因而质点运动方程：

$$\begin{cases}r=\dfrac{a}{k}(e^{kt}-1),\\ \varphi=bt.\end{cases}$$

质点轨迹$r=\dfrac{a}{k}(e^{\frac{k}{b}\varphi}-1)$是对数螺旋线。

第四种类型题（3.4）

3.4.1. 由水平轴ox和垂直轴oy构成直角坐标系，质点在xy平面上从坐标原点开始运动，初速v_0的方向和水平轴成α角。质点加速度分量随时间按如下方程变化：

$$\frac{d^2x}{dt^2}=0;\qquad\qquad \frac{d^2y}{dt^2}=-g.$$

g为常数。试确定质点运动方程和它的轨迹。

解：作为时间函数的质点坐标可由加速度分量对时间二次积分求得。

考虑到初始条件（在$t=0$时，$v_x=\dfrac{dx}{dt}=v_0\cos\alpha$；$v_y=v_0\sin\alpha$），

第一次积分给出

$$\frac{dx}{dt}=v_0\cos\alpha; \qquad \frac{dy}{dt}=v_0\sin\alpha-gt.$$

利用初始条件（在$t=0$时，$x=0$，$y=0$）再次积分，得质点运动方程

$$x=v_0\cos\alpha t, \qquad y=v_0\sin\alpha t-\frac{1}{2}gt^2.$$

从运动方程消去时间t，确定了质点运动轨迹：

$$y=x\operatorname{tg}\alpha-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2.$$

第五种类型题（3.5）

3.5.1. 一铅直平板以匀速u 水平运动，求自由落体相对于该平板的运动方程和轨迹。在起始时刻，自由落体处在坐标原点，没有初速度。

解：将坐标轴ox与oy固连在平板上，轴ox取水平方向指向平板的运动方向，轴oy垂直向上。

相对于平板，物体参与两个运动，水平方向和铅直方向的运动。根据运动迭加的独立原理，能够认为，这两个运动都各自按照它自己的规律进行，物体运动规律：

$$x=-ut; \qquad y=-\frac{1}{2}gt^2.$$

物体相对于平板的轨迹为抛物线：

$$y=-\frac{g}{2\mu^2}x^2.$$

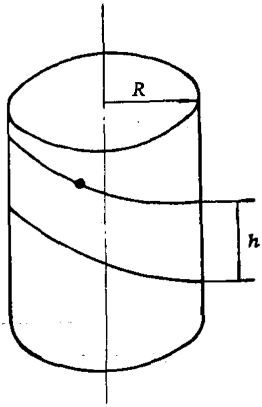

图1

3.5.2. 金属丝绕铅垂轴弯曲成螺旋线，螺距$h=2$厘米，半径$R=3$厘米，在金属丝上穿上珠子（图1），珠子沿金属丝无初

速地下滑，摩擦力忽略。试确定珠子在第一条螺旋线末端的加速度。

解：在每一瞬刻珠子的运动能看作两个运动的和：在水平面上沿半径为R的圆转动和垂直落下的运动。相应地珠子速度也能看作是水平方向速度$v_1=v\cos\alpha$和垂直方向速度$v_2=v\sin\alpha$的几何和（α是螺旋线和水平方向的夹角）。在圆周运动情况下，法线加速度等于

$$a_{1n}=\frac{v^2x}{R}=\frac{v^2\cos^2\alpha}{R}.$$

在沿垂直运动情况下，法线加速度$a_{2n}=0$，珠子总加速度

$$a=\sqrt{a_{1\tau}^2+a_{1n}^2+a_{2\tau}^2}.$$

这里$a_{1\tau}$和$a_{2\tau}$分别是沿圆周运动和垂直运动的切向加速度，珠子切向总加速度a_τ

$$a_\tau=\sqrt{a_{1\tau}^2+a_{2\tau}^2}.$$

从简单的几何学道理得

$$a_\tau=g\sin\alpha=g\frac{h}{\sqrt{h^2+4\pi^2R^2}}.$$

为了确定a_{1n}，从能量守恒定律求得v：

$$v=\sqrt{2gh}$$

因而

$$a_{1n}=\frac{8\pi^2hgR}{h^2+4\pi^2R^2}.$$

于是，珠子总加速度

$$a=\frac{gh\sqrt{h^2+4\pi^2R^2+64\pi^4R^2}}{h^2+4\pi^2R^2}\simeq 13\text{米/秒}^2.$$

3.5.3. 半径为r的球安置在水平轴上，以速度v在平面上滚动，画半径为R的圆，确定球的总角速度的大小和方向。

解： 球绕水平轴以角速度ω_1旋转，$\omega_1=v/r$，同时球又绕垂直轴以角速度ω_2旋转，$\omega_2=v/R$。

球总角速度大小是：

$$\omega=\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}=\sqrt{\left(\frac{v}{r}\right)^2+\left(\frac{v}{R}\right)^2}.$$

球总角速度与水平夹角的正切等于：

$$\operatorname{tg}\alpha=\omega_2/\omega_1=r/R.$$

第六种类型题(3.6)

3.6.1. 从离地面足够高的台上，以相同大小的速度$v_0=10$米/秒抛出两石块，第一个石块垂直抛出，第二个石块在相隔$\Delta t=1$秒以后也垂直向下抛出。

试确定第一个石块抛出后$t=5$秒，两石块的距离.

解：作为计算系，我们取x轴的方向垂直向上。以石块抛出处作为坐标原点，且以第一石块抛出的瞬时作为计算时间的起点。

第一个和第二个石块运动方程能够写为以下的形式：

$$x_1=v_0t-\frac{1}{2}gt^2,$$

$$x_2=-v_0(t-\Delta t)-g(t-\Delta t)^2/2.$$

两物体间的距离等于

$$S=x_1-x_2=(2v_0-g\Delta t)t-v_0t+\frac{1}{2}g\Delta t^2=45\text{米}.$$

4.检查性问题

4.1. 轨迹形状依赖于计算系统的选择吗?举例说明你的答案。

4.2. 半径矢量和位移矢量在坐标轴上的投影都是矢量，怎