

7N01-43
2

高等学校教材

阴极电子学

承欢 江剑平 编

西北电讯工程学院出版社

1986

内 容 简 介

本书比较系统地介绍了各种电子发射（热电子发射、场致电子发射、光电子发射、次级电子发射）的物理过程和基础理论，以及各类电子发射体（阴极）的工艺、性能、测试原理和应用。

本书是在原《阴极电子学和气体放电原理》一书基础上修编而成。为适应专业名称的改变，对内容作了修改和更新。另外增编入了适量的习题。

本书为高等学校物理电子技术专业教材，也可供从事电子物理、电真空器件、电子与离子束仪器等方面工作的研究人员和工程技术人员参考。

高等学校教材

阴 极 电 子 学

承 欢 江剑平 编

责任编辑 王绍菊

西北电讯工程学院出版社出版

空军地空导弹学院印刷厂印刷

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本787×1092 1/16 印张13 8/16 字数323千字

1986年6月第一版 1986年6月第一次印刷 印数1—3000

统一书号：15322·50

定价：2.30元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初，由于各有关院校，特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合，共编审出版了教材159种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映国内外电子科学技术水平，达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求，在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上，电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》，中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会，作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构，并制定了一九八二~一九八五年教材编审工作规划，列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共217种选题。在努力提高教材质量，适当增加教材品种的思想指导下，这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿，主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者，各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材，分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验，这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本书由《电子物理与器件》教材编审委员会《电子物理与器件》编审小组评选审定，并推荐出版。

按照编审小组1983年6月制定的《阴极电子学》教材编写大纲，本书对1980年12月由国防工业出版社出版的《阴极电子学与气体放电原理》(第一篇)进行了改编。主要的修改有：第一，删去了与《固体物理》和《半导体物理》课程相重复的章节。第二，删去了与热阴极测试有关的两章，把其中主要内容归入附录。第三，补充和加强了一些必要的内容，如热电子初速对 $3/2$ 次方定律的影响，半导体的场致发射，光电子能谱和俄歇电子能谱，负电子亲和势光电阴极，以及通道式电子倍增器和微通道板等，以适应专业名称改变、专业知识更新和知识面扩大的要求。第四，编入了习题(主要是计算题，未包括思考题)，供选择参考。

本课程的参考教学时数为50学时，附录的内容可结合实验课讲授或自学。各章之间的学时比例，以及每章中物理内容与应用内容之间的学时比例，各院校可根据专业方向和课程设置情况进行调整。

本书所用公式及数据主要采用国际单位制，但由于某些数据来源于较早些的书籍和文献，故个别物理量(如压强)的单位存在不统一的现象。

本书第一、二、三章由江剑平编写，第四、五、六、七章及附录由承欢编写。主审人为浙江大学陈曾济同志。在本书编写与评审过程中，得到了编审小组和科学院电子所张恩虬、卞彭先生的指导与帮助，收到了兄弟院校许多宝贵的意见，对此表示诚挚的感谢。

编 者

目 录

引 言

第一章 纯金属阴极的热电子发射	3
§ 1.1 纯金属的热电子发射现象	3
§ 1.2 金属的自由电子模型	4
1.2.1 金属的索末菲自由电子模型	5
1.2.2 金属中自由电子的状态密度	5
1.2.3 金属中自由电子的统计分布	8
1.2.4 金属中电子的费米能级	10
§ 1.3 金属的内电位、表面势垒和逸出功	13
§ 1.4 金属的接触电位差	15
§ 1.5 纯金属的热电子发射方程	18
§ 1.6 热发射电子的初速及冷却效应	20
§ 1.7 实用纯金属阴极	23
§ 1.8 电场作用下热发射电流的流通规律	25
1.8.1 “理想”二极管的全伏安特性和极间电位分布	25
1.8.2 拒斥场下的阳极电流	27
1.8.3 加速场下的阳极电流——肖特基效应	29
1.8.4 空间电荷限制下的阳极电流—— $3/2$ 次方定律	31
1.8.5 热电子初速对 $3/2$ 次方定律的影响	33
参考资料.....	38
第二章 原子薄膜阴极	39
§ 2.1 敷钍钨阴极的热发射现象	39
§ 2.2 发射机理的探讨	40
§ 2.3 蒸发与扩散的平衡	44
§ 2.4 非正常肖特基效应与“斑点场”	45
§ 2.5 碳化敷钍钨阴极	46
§ 2.6 钍铯钨阴极和铯钨阴极	48
§ 2.7 镧(La)-钨(W)(或La-Mo)和钇(Y)-钽(Ta)阴极	49
参考资料.....	51
第三章 氧化物阴极	52
§ 3.1 氧化物阴极的材料和工艺	52
3.1.1 涂层材料	52

3.1.2	基金属	54
3.1.3	分解和激活	54
§ 3.2	氧化物阴极的发射模型	56
3.2.1	氧化物阴极的半导体模型	57
3.2.2	氧化物阴极的热电子发射公式	58
3.2.3	氧化物阴极的其它发射模型	60
§ 3.3	氧化物阴极的涂层电导率	61
§ 3.4	氧化物阴极的运用特性	64
3.4.1	发射特性	64
3.4.2	脉冲发射衰减	64
3.4.3	火花现象	67
3.4.4	抗气体中毒性能	68
3.4.5	蒸发与寿命	70
§ 3.5	氧化物阴极的改进型式	72
参考资料	75
第四章	其它类型的热阴极	76
§ 4.1	储备式阴极	76
4.1.1	L 阴极	76
4.1.2	钽钨阴极	77
4.1.3	储备式阴极的改进型式	82
4.1.4	储备式阴极的表面研究	83
§ 4.2	其它类型的热阴极	84
4.2.1	硼化物阴极	84
4.2.2	氧化钍及稀土氧化物阴极	87
4.2.3	碳化物阴极	88
参考资料	88
第五章	场致电子发射	90
§ 5.1	金属场致发射理论	90
5.1.1	经典理论的矛盾	90
5.1.2	量子理论的解释	91
5.1.3	场致发射方程——福勒-诺德海姆公式	92
5.1.4	温度对场致发射的影响	99
5.1.5	场致发射电子的能量分布	100
§ 5.2	金属场致发射的实验研究	102
5.2.1	发射方程的实验验证	102
5.2.2	空间电荷效应和真空电弧	104
5.2.3	场致发射的稳定性	106

5.2.4 “热”场致发射	108
§ 5.3 半导体的场致发射	109
§ 5.4 场致发射的应用	112
5.4.1 单尖场致发射阴极	112
5.4.2 多尖大电流场致发射阴极	113
5.4.3 等离子体场致发射阴极	114
5.4.4 其它小功率场致发射阴极	115
5.4.5 场发射显微镜、场离子显微镜和扫描隧道显微镜	117
5.4.6 液态金属离子源(LMIS)	121
参考资料	123
第六章 光电子发射	125
§ 6.1 金属光电子发射的规律	125
§ 6.2 金属光电子发射的理论	128
§ 6.3 半导体的光电子发射	130
6.3.1 半导体的光吸收	131
6.3.2 半导体光电子发射的物理过程	132
6.3.3 半导体光电阴极的量子效率	136
6.3.4 获得高量子产额光电阴极的措施	138
§ 6.4 实用光电阴极	140
6.4.1 铯铯光电阴极	141
6.4.2 多碱铯化物光电阴极	143
6.4.3 银氧铯光电阴极	144
6.4.4 紫外光电阴极	146
§ 6.5 负电子亲和势(NEA)光电阴极	148
6.5.1 NEA光电阴极的工作原理	148
6.5.2 NEA光电阴极的表面模型	150
6.5.3 NEA光电阴极的量子效率	152
6.5.4 NEA光电阴极的材料工艺	154
6.5.5 实用NEA光电阴极	155
§ 6.6 光电阴极灵敏度的测量	157
§ 6.7 光电子能谱	159
6.7.1 光电子能谱的基本原理	159
6.7.2 四种主要的光电子能谱	161
参考资料	162
第七章 次级电子发射	164
§ 7.1 次级电子发射现象	164
7.1.1 金属的次级电子发射	164

7.1.2 半导体、绝缘体的次级电子发射	168
§ 7.2 次级电子发射的理论	171
7.2.1 次级电子发射的物理过程	171
7.2.2 次级电子发射系数的定量计算	173
§ 7.3 次级电子的能量分布	176
7.3.1 次级电子能量分布曲线	176
7.3.2 俄歇电子能谱	178
§ 7.4 实用次级电子发射体	181
7.4.1 合金次级发射体	182
7.4.2 银氧铯和铯铯次级发射体	183
7.4.3 氧化物型次级发射体	183
7.4.4 负电子亲和势次级发射体	184
7.4.5 通道式电子倍增器和微通道板	185
§ 7.5 次级电子发射系数的测量	188
参考资料	189
附录 I 热阴极的测试方法	191
I-1 热阴极温度的测量	191
I-2 热阴极发射本领的测量	196
I-3 逸出功的测量	200
附录 II 常用基本物理常数	203
附录 III 几个物理量的单位换算	204
习题	205

引 言

阴极电子学是从本世纪初发展起来的一门学科，四十年代以后逐渐成为电子物理学的一个重要分支。它主要研究电子和离子从固体的发射以及粒子同固体表面相互作用的物理过程。

各种电真空器件，各种应用电子束和离子束的分析仪器和加工设备，都需要一个满足特定要求的电子源或离子源。固体内部含有大量的电子，但这些电子在正常情况下是不能逸出固体的。为了使电子从固体中释放出来，就必须给以激励，赋予它们以额外的能量，或设法削弱阻碍它们逸出的力的作用。所以，无论从学科内容的系统性来看，还是从实际应用的方式来看，阴极电子学的内容通常是按照电子获得额外能量和克服阻碍它们逸出的力的方式进行分类的。它包括以下几个方面：

(1) 热电子发射。把物体加热到足够高的温度，物体内部电子的能量随着温度的升高而增大，其中一部分电子的能量大到足以克服阻碍它们逸出的障碍而由体内进入真空。这样得到的电子发射叫热电子发射。它是最简便、最稳定、应用得非常广泛的一种发射方式。

(2) 场致电子(离子)发射。在物体表面上施加一个很强的电场，可以有效地削弱阻碍电子逸出物体的力而获得电流密度很大的电子发射。这种发射叫场致电子发射。场致发射不仅可用来做成各种有效的电子源和离子源，而且可用来做成场电子显微镜和场离子显微镜，作为研究固体表面状态和结构的有力工具。

(3) 光电子发射。以光辐射作用于物体，使物体内的电子吸收了光量子能量后得到激励并逸入真空。这种电子发射叫光电子发射。光电子发射不仅有许多重要的技术应用，而且已成为“光电子学”的一个组成部分，在对微观粒子的相互作用和表面物质结构的研究方面显示出广阔的前景。

(4) 次级电子(或离子)发射。用一定能量的电子(或离子)轰击物体，引起物体发射电子(或离子)。这种发射方式叫次级发射。次级发射体不仅应用于众多的电真空器件中，而且以次级电子(或离子)发射为基础的各种表面分析仪器近年来得到了迅速的发展，有力地促进了对固体表面的分析和对材料的理化研究。

除了上述几个方面之外，当固体表面进行机械加工、相变、氧化等过程时，或固体表面经紫外线、X射线照射后，也会产生电子发射现象，称为自释电子发射。还有，当某些原子与炽热金属表面接触时产生的离化现象，加热物体时产生的正、负离子发射现象等，也都属于“阴极电子学”的研究范畴。限于篇幅，本书中未列入这方面的内容。

几种电子发射方式有着内在的联系。它们都与电子在固体中的运动状态有关；在电子逸出固体时，它们都受到固体-真空界面的作用。因此，固体物理、半导体物理以及新兴的表面物理是阴极电子学的理论基础，而统计力学、量子力学、化学热力学和化学动力学

以及各种表面分析技术则是阴极电子学理论与应用研究的主要方法。随着科学技术的发展，阴极电子学正在与其它学科互相结合，互相渗透，造成新的理论与应用成果的不断涌现。本书中对阴极电子学领域中的发展动向(如热阴极的表面研究、负电子亲和势光电阴极、微通道板次级发射体等)作了适当的反映，但作为教学用书，没有试图编入各种最新成果的综述。本书总的侧重于电子物理的基础内容，今后从事阴极电子学研究和工作的科技人员，则需在此基础上作进一步的学习和探讨。

第一章 纯金属阴极的热电子发射

热电子发射就是利用加热的方法使固体内部电子的动能增加，以致有一部分电子的动能大到足以克服表面势垒而逸出体外，形成电子发射。热发射体中，研究和应用得最早的是纯金属材料，其发射机理较为简单，这是一切热发射体的共同理论基础。由于各种新型发射材料的出现，纯金属阴极的应用大为减少，但在大功率电子管、大型分析仪器中仍被采用。

本章首先介绍热电子发射现象，然后讲述由索末菲(A. Sommerfeld)提出的金属的自由电子模型，并从量子统计观点推导发射电流密度与阴极温度和阴极材料的一个特征参数——逸出功的关系式。最后讨论外电场对发射电流的影响。

§ 1.1 纯金属的热电子发射现象

1883年爱迪生(T. A. Edison)在白炽灯泡中加进另一个电极便第一次在真空中观察到了热电子发射现象。后来用纯金属，例如钨丝作阴极和另一金属板作集电极，做成一个二极管，对热电子发射现象作了进一步的实验研究。图1-1为热电子发射测试原理线路。D为真空二极管，当电源 E_f 加热纯金属阴极到一定温度，阳极电压 U_a 为正时，就发现有电流 I_a 通过，方向如箭头所示。这表示有电子从阴极发射出来流向阳极。当增加阳极电压时，发射电流最初随电压 U_a 很快地上升，继而变慢，最后几乎不变，这时的电流称为饱和电流，用 I_s 表示（以后会看到，它实际上仍然随 U_a 的增加缓慢上升）。电流 I_a 和 U_a 的关系曲线如图1-2所示。

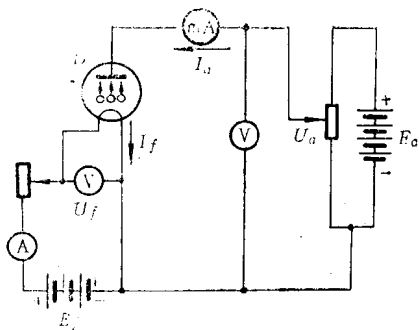


图1-1 热电子发射测试原理线路图

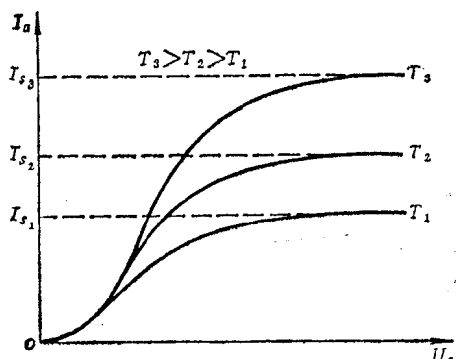


图1-2 纯金属阴极二极管的伏安特性

若改变阴极温度，测出不同阴极温度下的饱和发射电流 I_s ，并把 I_s 和对应的阴极温度 T 的关系作成曲线，则如图1-3所示。由图可见，当温度增高时，发射电流上升很快。例如，当阴极温度从2400K增加到2600K(增加7.7%)，饱和发射电流却从不到50mA上升到约

140mA，即增加了1.5倍以上。

实验结果表明，饱和发射电流密度 j_s 随阴极温度 T 的变化规律在很大的温度范围内可用下式近似表示：

$$j_s = ae^{-b/T} \quad (1-1)$$

a ， b 是两个实验常数。对不同金属， a 的数值很接近，但 b 的值则很不相同。

理查生(O.W.Richardson)从热力学观点推导了热发射电流密度与温度的关系，其表达式为

$$j_s = A'T^{1/2}e^{-b'/T} \quad (1-2)$$

其中 A' ， b' 也是两个常数。嗣后德施曼(S.Dushman)进一步考虑了金属里自由电子的比热近似地等于零，又推导得热电子发射公式为

$$j_s = AT^2e^{-b/T} \quad (1-3)$$

在以上三个式子中，虽然 T 的方次不同，分别为0，1/2，2，但实际上都能与实验结果很好符合，因为对于 j_s 起决定作用的是指数项里的温度 T 。近代更精确的测量表明，式(1-3)更接近实验值，而且从量子统计观点也可推导出。所以(1-3)式就是目前采用的热电子发射公式——理查生-德施曼公式。该式的适用温度范围是很宽的，从低温时的最小可以测量得出的电流到接近金属熔点高温时的很大电流，共约十几个数量级，该式都很好地符合，说明此式的正确性。

为了从金属自由电子模型出发，用量子统计理论来推导纯金属的热电子发射公式，下面先介绍金属的自由电子模型及有关基本概念。

§ 1.2 金属的自由电子模型

我们知道，金属里有大量的所谓“自由电子”，它们具有相当大的速度，可是在室温下测不出电子发射，这是基本实验事实。可见，这些“自由电子”并不象在真空中存在的电子那样真正地自由。那么金属里的电子处于什么状态呢？对它的认识有一个逐步深化的过程。

1900年，德鲁特(P.Drude)首先提出了金属的自由电子理论。他认为金属内部有许多同金属原子处于热平衡的“自由电子”，它们可以在金属内部自由运动。用这个模型能够解释金属的导电性和导热性。后来洛仑茨(H.A.Lorentz)在1905年进一步提出，金属内“自由电子”的速度分布符合麦克斯韦-玻尔兹曼(J.C.Maxwell-L.Boltzman)统计规律，并假定电子和金属原子的碰撞是弹性的，确立了“电子气”概念，由此可求出热导率和电导率的数值，并推导出热电子发射与温度的定量关系。

1928年，索末菲从量子力学的观点提出了金属的自由电子模型。他认为金属内势能恒定，电子可以在其中自由运动，其速度分布则满足费米-狄拉克(E.Fermi-P.A.M.Dirac)统计。但当电子运动到金属表面时就受到一个把它们拉回的力，即在金属表面存在一个足

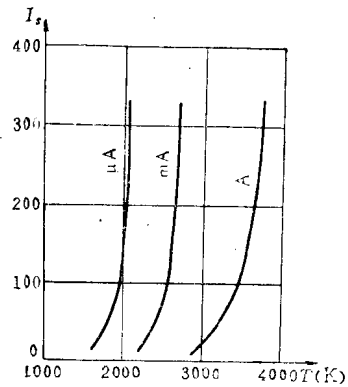


图1-3 阴极饱和发射电流与阴极温度的关系

够高的势垒。如果要把电子从金属内部移到金属外部，还必须作相当的功。从这个模型出发，用量子力学的方法求解电子在金属中的运动规律，以此来说明金属的电子发射问题，可以得到满意的结果。

1.2.1 金属的索末菲自由电子模型

下面将进一步讨论，为什么根据索末菲模型，可以把金属中的电子认为是处于等势能的场中，这些电子的状态如何呢？

我们知道，对于孤立原子，有四个量子数决定其电子状态(主量子数 n ，角量子数或辅量子数 l ，磁量子数 m 和自旋量子数 s)。又根据泡利(W. Pauli)不相容原理，决定了各种不同原子的电子壳层结构。稳态原子的电子首先从允许的最低能态填起，然后按主量子数和辅量子数决定的能级依次填充。如图1-4中的K层、L层和M层。对于一些金属，如钠、钡、钨等，它们的原子结构都是在最外层有一、二或三个电子，这些最外层电子叫价电子。价电子与原子核(正离子)的结合较松。

孤立原子中电子所处的势场近似地如图1-4中虚线所示，它具有库仑场的性质。随着远离原子核，势场逐渐减弱。当许多相同的原子聚积在一起形成固体时，原子内层电子处的势场受到的影响很小。而对于最外层电子，它们所处的势场可以近似地看作单个原子势场叠加的结果，如图1-4中粗实线所示。由图可见，由于两个原子之间的空间电势变化很小，故可近似看作是等势的，只是在每个正离子的位置有一个势阱。所以严格来讲，固体内的势场是周期性的场。但对于最外层电子而言，势场的起伏很小，它对电子运动的影响不大，因此就认为金属中的自由电子处在一个近似均匀的势场中“自由”运动了。

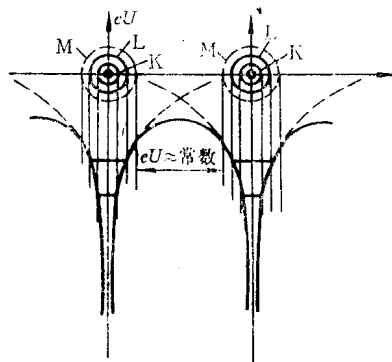


图1-4 金属中电子的势能图

1.2.2 金属中自由电子的状态密度

根据索末菲模型，可认为金属内自由电子的势能恒定并可以令它等于零，金属表面有一个足够高的势垒。这样一个金属块就可看作是一个“平底势垒箱”，如图1-5所示。要确定电子在金属内的状态可以用薛定谔(E. Schrödinger)方程求解。

我们首先写出薛定谔方程：

$$\nabla^2 \psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - eU) \psi = 0 \quad (1-4)$$

式中， ψ 为描述电子运动状态的波函数； m 为自由电子的质量； h 为普朗克常数。

假设电子的总能量 E 和势能 eU 都是常数，并令

$$\frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - eU) = 4\pi^2 k^2 \quad (1-5)$$

其中 k 称为波数。则式(1-4)可简写为

$$\nabla^2\psi + 4\pi^2k^2\psi = 0$$

该方程的解为

$$\psi = A \exp[i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}] = A \exp[i2\pi(k_x\cdot x + k_y\cdot y + k_z\cdot z)] \quad (1-6)$$

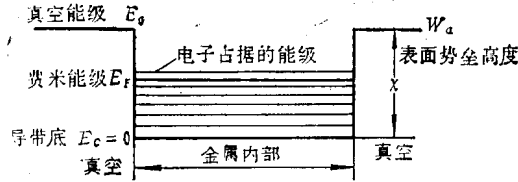


图 1-5 金属块的“平底势垒箱”模型

这与在真空中自由电子的波函数是一样的，即 ψ 是沿矢量 \mathbf{r} 方向的一个平面波。 \mathbf{k} 是波数矢量，它是式(1-5)中波数 k 的矢量形式，与动量 \mathbf{p} 之间有以下关系：

$$|\mathbf{k}| = |\mathbf{p}|/h \quad (1-7)$$

对于一块有限大的金属，边界处有高度为 W_s 的势垒，当电子的能量 $E < W_s$ 时，金属里自由电子的波函数在边界处就很快下降并趋于零，即自由电子要受到边界条件的限制。为了克服数学上的困难，卡尔曼-玻恩(Von Karman-Born)提出一个假设：在有限晶体边界之外仍然有无穷多个相同的晶体(如果立方晶体的边长为 L ，则可分成无数个体积为 L^3 的立方体)。自由电子可以看成是在这无限大的周期场里运动，仍然可用周期性的平面波来描述电子的运动状态。这时每当 x, y, z 各增加 L 时，波函数 ψ 的值与在 x, y, z 处的 ψ 值相同，即

$$\left. \begin{aligned} \psi(x+L) &= \psi(x) \\ \psi(y+L) &= \psi(y) \\ \psi(z+L) &= \psi(z) \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

这就是著名的周期性边界条件。

根据式(1-6)和(1-8)，在 x 方向可写出

$$\begin{aligned} \exp[2\pi i k_x x] &= \exp[2\pi i k_x (x+L)] \\ \text{即} \quad \exp[2\pi i k_x L] &= 1 \end{aligned} \quad (1-9)$$

只要 $k_x L = \pm n_x$ (n_x 为任何正整数)，式(1-9)就可成立。对 y, z 方向同理成立，因此可得

$$k_x \cdot L = \pm n_x; \quad k_y \cdot L = \pm n_y; \quad k_z \cdot L = \pm n_z \quad (1-10)$$

由式(1-7)可以把(1-10)改写为

$$p_x = \pm n_x h/L; \quad p_y = \pm n_y h/L; \quad p_z = \pm n_z h/L \quad (1-11)$$

同时，因为我们假设了金属内的势能为零，由式(1-5)可得

$$E = \frac{h^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \quad (1-12)$$

从式(1-11)、式(1-12)可见,金属里自由电子的动量及对应于这个动量的能量是量子化的,它们只能取分立的不连续的数值。 E 同 k 的关系是用分立的点连成的抛物线。但因为总是考虑电子数很多的情况,这些电子的能量或动量虽然是量子化的,可是相邻能值之间的差别非常小,在处理问题时往往可以把 $E-k$ 关系看作是连续变化的。

由式(1-6)、(1-7)、(1-12)可以看出,只要 k 一定,金属内自由电子的波函数、动量、能量等也就确定了。所以波矢 k 能够完全地确定一个自由电子在金属内部的状态。我们可以用状态空间,即用 k_x 、 k_y 、 k_z 为坐标所组成的空间(简称 k 空间)来描绘电子。图1-6(a)就是这样—个状态空间。同样也可以在动量空间中来讨论电子状态,可画出如图1-6(b)所示的动量空间坐标系。在动量空间中每一动量矢量的终端就对应自旋不同的两个量子态,它构成一个立方点阵,点阵常数为 h/L ,它的元体积为 h^3/L^3 ,因此动量空间里单位体积内的状态数为 $2/\frac{h^3}{L^3}$,即为 $2L^3/h^3$ 。对应于动量间隔为 $dp_x dp_y dp_z$ 的可能量子态数 dZ_p 为

$$dZ_p = \frac{2L^3}{h^3} dp_x dp_y dp_z \quad (1-13)$$

称 $2L^3/h^3$ 为动量空间中的态密度。

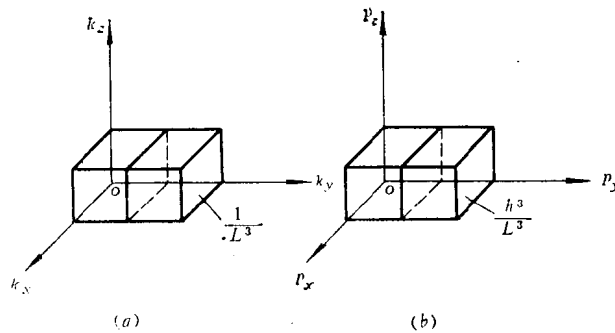


图1-6 描写电子状态的 k 空间和动量空间

(a) k 空间; (b) 动量空间

对应于能量从 E 到 $E+dE$ 的量子态数 dZ_E 是由动量空间中动量半径为 $p = (2mE)^{1/2}$ 和 $p+d p$ 的两个球面之间的体积来决定的,这一球壳层的体积 dV 如图1-7所示,可求出

$$\begin{aligned} dV &= 4\pi p^2 dp \\ &= 2\pi(2m)^{3/2} E^{1/2} dE \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} dZ_E &= \frac{2L^3}{h^3} dV \\ &= \frac{2L^3}{h^3} \cdot 2\pi(2m)^{3/2} E^{1/2} dE \end{aligned}$$

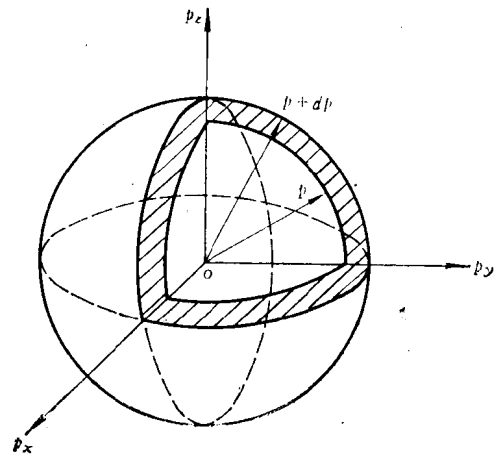


图1-7 动量从 p 到 $p+dp$ 所对应的球壳体积示意图

$$= \frac{8\pi mL^3}{h^3} \sqrt{2mE} dE \quad (1-14)$$

$$\frac{dZ_E}{dE} = \frac{8\pi mL^3}{h^3} \sqrt{2mE} \quad (1-15)$$

称函数 dZ_E/dE 为态密度按能量的分布函数。

由式(1-13)、式(1-14)可见，不论是按动量或是按能量来计算，可能有的态数都同晶体的大小成正比。同时，一个均匀晶体里的电子数也必定同晶体的大小成正比。所以电子不论按哪种物理量分布，都同晶体的大小无关。

1.2.3 金属中自由电子的统计分布

以上讨论了金属中自由电子可能有的各种状态的分布，但这些状态并不一定都占有电子。在建立固体电子发射理论时，还必须知道在单位体积内对应于能量 E 到 $E + dE$ 间隔中的电子数 dn_E 。由于 E 到 $E + dE$ 中的量子态数为 dZ_E ，若电子占据能量为 E 的状态的几率为 $f(E)$ ，则有

$$dn_E = f(E)dZ_E/L^3 \quad (1-16)$$

由统计物理可知， $f(E)$ 就是费米-狄拉克分布函数

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left[\frac{E - E_F}{kT}\right] + 1} \quad (1-17)$$

式中 k 为玻尔兹曼常数， T 为体系所处的绝对温度， E_F 是费米能级。

把式(1-15)、(1-17)代入式(1-16)，则可得到单位体积内能量在 E 到 $E + dE$ 之间的电子数 dn_E

$$dn_E = \frac{4\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{E^{1/2}}{\exp\left[\frac{E - E_F}{kT}\right] + 1} dE \quad (1-18)$$

按式(1-18)可以画出 dn_E/dE 与能量 E 的关系曲线，如图1-8所示。图中，曲线1是绝对零度时的情形，2是高于零度时的情形，3为更高温度时的情形。由图可见，不论在什么温度下，低能量部分的电子分布没有变化，只有在 E_F 附近几个 kT 的小范围内，电子的分布受到了扰动。关于费米能级的问题下一节还将详细讨论。

金属里单位体积内自由电子按动量的分布可以用类似的办法求得

$$dn_p = \frac{2}{h^3} \cdot \frac{dp_x dp_y dp_z}{\exp\left[\frac{E(p_x, p_y, p_z) - E_F}{kT}\right] + 1} \quad (1-19)$$

其中 $E(p_x, p_y, p_z) = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$ 。

下面讨论单位时间里，打在单位面积上的电子数。这一问题在分析接触电位差和推导热电子发射公式时是有用的。

设金属内部每秒钟内、打在单位面积上、动量在 p_x 到 $p_x + dp_x$ 之间(p_y 、 p_z 任意)的电子数为 dv_{p_x} 。

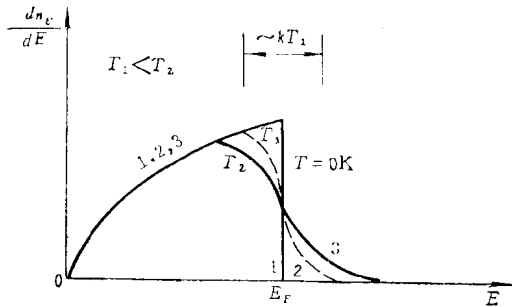


图1-8 金属里自由电子的能量配分函数 dn_e/dE 与能量 E 的关系

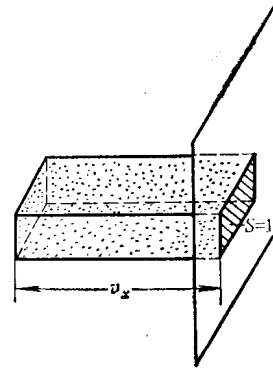


图1-9

单位体积内动量在 p_x 到 $p_x + dp_x$ 、 p_y 、 p_z 为任意值的电子数为

$$dn_{p_x} = \frac{2dp_x}{h^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_y dp_z}{\exp\left[\frac{1}{kT} \left(\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} - E_F\right)\right] + 1} \quad (1-20)$$

因 $E_x = \frac{1}{2m} p_x^2$ ，换用极坐标完成上述积分，可得

$$dn_{p_x} = \frac{2\pi m}{h^3} \left(\frac{2m}{E_x}\right)^{1/2} kT \ln \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{E_x - E_F}{kT}\right] \right\} dE_x \quad (1-21)$$

由图1-9可见，在 $v_x \times 1$ 的长方体中，凡是具有速度分量为 v_x 的电子，在单位时间内一定能到达右端平面。所以单位时间内打到该单位面积上的、速度分量为 v_x 的电子数 dv_{p_x} 就等于该长方体中所包含的速度为 v_x 的电子数

$$dv_{p_x} = v_x \cdot dn_{p_x} = \left(\frac{2E_x}{m}\right)^{1/2} \cdot dn_{p_x}$$

将式(1-21)代入得

$$dv_{p_x} = \frac{4\pi m}{h^3} kT \ln \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{E_x - E_F}{kT}\right] \right\} dE_x \quad (1-22)$$

式(1-22)在两种情况下可以得到简化

(1) $E_F - E_x \gg kT$ 时，即 $\exp\left[-\frac{E_x - E_F}{kT}\right] \gg 1$ ，这时

$$dv_{p_x} = \frac{4\pi m}{h^3} (E_F - E_x) dE_x$$

(2) $E_x - E_F \gg kT$ ，这正对应于热电子发射的情况，这时 $\exp\left[-\frac{E_x - E_F}{kT}\right] \ll 1$ ，

考虑到 $\ln(1+B) \approx B$ (当 $B \ll 1$ 时)，可得