

新版

全国各类成人高等学校招生考试丛书

数学

SHUXUE
JI
JIETI
ZHIDAO

(理工农医类)

及解题指导

人民教育出版社

全国各类成人高等学校招生考试丛书

数学及解题指导

(理工农医类)

人民教育出版社中学数学室 编

人民教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

全国各类成人高等学校招生考试丛书. 数学及解题指导 (理科) / 人民教育出版社中学数学室编. — 北京: 人民教育出版社, 2000. 6

ISBN 7-107-13748-4

I. 全…

II. 人…

III. 数学课-成人教育: 中等教育-升学参考资料

IV. G723. 46

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 63226 号

*

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

北京市房山印刷厂印装 全国新华书店经销

2000 年 6 月第 1 版 2000 年 7 月第 1 次印刷

开本: 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张: 21.25 字数: 450 千字

定价: 23.00 元

说 明

根据教育部2000年颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》，我们出版了新的《全国各类成人高等学校招生考试丛书》。与原有的《丛书》相比，这套丛书紧扣新大纲、实用性更强。全套丛书包括政治、语文、数学（分文、理科考生用书）、物理、化学、历史、地理、英语、俄语、日语10科，共11本。内容包括学科的基础知识及解题指导，是考生系统复习中学课程的好教材。供参加各类成人高等学校（包括广播电视大学、职工高等学校、农民高等学校、管理干部学院、教育学院和教师进修学院、独立设置的函授学院、普通高等学校举办的成人高等学历教育等）招生考试的考生使用。

本丛书是全国各类成人高等学校招生考试丛书《数学及解题指导（理工农医类用）》分册。内容按照新修订的全国各类成人高等学校招生《复习考试大纲》数学（理工农医类）复习考试范围分十七章。每一章包括“内容提要”、“复习要求”、“例题”、“习题”、“习题答案、提示”五项。内容提要概括地介绍了本章的基础知识。复习要求根据《复习考试大纲》规定的要求，结合具体内容详细地说明应达到的程度。例题为基础知识的运用作出了示范，并通过解题前的“分析”和解题后的“注意”，帮助读者掌握解题思路和解题中应注意的问题。习题供复习时选用。全书还附有两份测试卷（理工农医类）及其参考答案。各类题目较多地增加了选择题、填空题等题型，以适应当前标准化考试改革的需要。全书注意贯彻使用有关量和单位的国家标准。

本书经教育部学生司、考试中心组织部分大纲编写、审定专家和例题研究人员审定，并提出修改意见。

本书由我社中学数学室编写。由高存明任主编，参加编写的有康合太、蔡上鹤、高存明、高尚华、于琛、方明一、薛彬、贾云山、袁明德、杨万里、许纛阁、俞求是、李慧君、田载今。责任编辑是高存明、颜其鹏。

为了把本书写得更好，对本书存在的不足之处，欢迎读者批评指正。

人民教育出版社中学数学室

2000年6月

前 言

《成人复习考试大纲》使用说明

现行《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲》是原国家教育委员会 1994 年组织编写的, 1997 年进行了局部修订, 到 2000 年使用期限已满, 必须进行修订。本次成人复习考试大纲修订是在新的历史条件下进行的, 面临着许多新的形势和新的要求。自各类成人高等学校实行统一考试制度以来, 因其制定了严格的教育测量标准和招生考试制度, 保证了招生考试的公开、公正、公平, 为各类成人高校选拔了大批合格的新生, 使成人高等教育的社会声誉不断提高。其次未来社会对人们的文化素质和学历水平的要求越来越高, 终身教育和继续学习的观念日益为广大社会成员接受, 越来越多的人迫切要求更新知识提高文化水平, 提高自己的竞争能力。第三次全国教育工作会议以后, 全社会形成了重视教育接受教育的良好局面。成人教育蓬勃发展, 报名人数大幅度增长, 招生人数逐年增加。为促进成人高等教育的发展, 保证成人考生的质量, 本次修订的原则是促进素质教育, 符合成人特点, 富有时代气息, 体现改革方向。数学科考试大纲在修订过程中认真贯彻了修订要求, 是历次修订修改幅度最大的一次。

一、增加了计算器的要求, 考生可以使用计算器

本次修改大纲的一个重要举措就是增加计算器的要求, 允许考生使用计算器。现代科学技术日新月异高速发展, 随之而来的是现代化的教学技术和手段层出不穷, 这些现代技术的应用, 带来了教育工作者在观念上的转变。关于“心算”、“竖式运算”, “心算”、“竖式运算”确是学好数学的基础, 并对逻辑思维能力、细心谨慎的作风的培养有非常大的作用。过去我们是用数值计算培养人的逻辑思维能力, 但在实际生活中我们很少进行整千整百的加、减、乘、除, 用到的心算也多是估算, 估计一个大概的范围即可, 因此数值计算在实际生活中用处并不多。再从培养能力的角度看, 除了数值计算我们还可以应用其他材料培养学生的能力, 如问题解决、统计、抽样、数据整理分析、线性规划、图论、运筹、空间和图形等, 利用一些在现实生活中有着广泛应用、同时又具有方法论意义的材料去培养学生的能力, 岂不是可以发挥一举多得的作用? 因此技术手段的更新必然带来观念的革命。

以前我们一直强调要打好基础, 但是有些“基础”是随着时代的发展而改变的。如掌握计算尺的能力对一个从事科学研究的人来说是基本的要求, 但计算机的发展已使计算尺变得完全不需要了。再比如, 笔算开平方曾是中学数学的基本要求, 但现在也已不再要求。从世界数学教育发展的潮流看, 由于计算器、计算机的出现, 已使中小学数学课程发生了很大的变化: 对计算的要求降低了, 对数据的收集、整理归纳、分析、解释、判断的要求提高了; 对逻辑推理的要求降低了, 对归纳推理、类比推理、合情推理的要求提高了; 对

问题解决过程中的逻辑演算的要求降低了,对实际问题模型化以及应用模型解释生活现象、解决实际问题的要求提高了;等等。实际上,不同的时代有不同的计算工具,不同的计算工具形成了与之相应的数学。现行中小学数学中相当多的内容是建立在珠算或数学用表的这些较为原始的计算工具基础上,作为面向新世纪的数学课程,应以计算器和计算机为计算工具,建立起新的课程体系,修正我们的教育目标,优化教育效果。现代科学技术日新月异高速发展,随之而来的是现代化的教学技术和手段层出不穷,因此计算机、计算器这些新时代的高科技产品进入课堂、考试是历史的必然。

计算器的一个基本特点是计算迅速准确。在考试中使用计算器,可使学生从烦琐的数字计算中解脱出来,减少计算所用的时间,将考试重点放在思考和推理上,同时可以使学生避免由于计算错误而造成全题的错误,加强对思维能力的考查。允许考生使用计算器还可以促进应用问题的考查,因为实际问题中的数据一般不是整数,而且还需要一些复杂的运算,学生处理时比较困难。计算器的使用正好轻而易举地克服这一困难,使应用问题更加真实,切合实际。同时使用计算器有助于促进中学的数学教学朝着教“有用的数学”的方向发展。使用计算器还将有助于开发学生的数学灵感,提高数学学习的兴趣。

在义务教育阶段的教学大纲中已有“会用科学计算器求样本平均数与标准差”的要求,而现在已有使用义务教育大纲毕业的学生,因此允许考生使用计算器对已经经过训练的考生不会产生困难。美国 SAT (Scholastic Assessment Test) 考试数学 IC 中有 40% 的题目可能用到计算器,而在数学 II 则有 60% 的题目可能要用到计算器。从例题可以看出,计算器主要应用在计算指数、对数、三角函数值,平方根,几何体的面积和体积等题目中。但更为引人注目的是图形计算器,在一些求数值的题目中,图形计算器被运用得出神入化,灵活自然,在动感图形中体现了数形的关系和结合。这使我们进一步思考计算器的特点和计算器在我国中小学教育中的应用。

当然一些计算器具有存储功能,考生可将一些公式等存入计算器,带入考场。但这并不成为问题,因为随考试科学研究的逐步深入,命题技术已日臻完善,数学科考试强调的是对考生能力的考查,而非单纯的记忆。题目靠机械记忆、凭直觉和印象能够作答的几乎没有,总要求考生具备一定的观察、分析和推理能力才能解决。在 1998、1999 年的普通高考试卷就在题目中给出了数学公式,目的是不强调对知识的记忆,而是把重点放在灵活地运用公式解决问题。因此使用计算器将有助于考试目的的实现,有利于检测考生的真实水平。

计算器在普通高考中的使用由于社会、技术原因还没有开始,而成人高考考生绝大多数是在职人员,具备经济实力购买计算器,因此不会产生竞争中的不公平。

二、明确能力考核要求

在 1997 年修订大纲时,根据我国中等职业教育、普通高中的教学要求,增加了数学科考核的能力要求,即“数学科考试旨在测试中学数学基础知识、基本技能、基本思想和方法、运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,以及运用所学数学知识和方法,分析和解

决实际问题能力。”经过几年的命题实践，成人高考在考查能力的努力中，对成人高考应当考查的能力有了更加深入的理解，同时在考查能力的实践中积累了一定的经验。参照普通高考的要求，结合成人高考的特点，在本次修改中进一步明确了数学科的能力要求。

(1) 逻辑思维能力：会对问题进行观察、比较、分析、综合、抽象与概括；会用演绎、归纳和类比进行判理；能合乎逻辑地、准确地进行表述。

(2) 运算能力：理解算理，会根据法则、公式、概念进行数、式、方程的正确运算和变形；能分析条件，寻找与设计合理、简捷的运算途径；能根据要求对数据进行估计，能运用计算器进行数值计算。

(3) 空间想象能力：能根据条件画出正确的图形，根据图形想象出直观形象；能正确地分析出图形中基本元素及其相互关系；能对图形进行分解、组合与变形。

(4) 分析和解决实际问题的能力：能阅读、理解对问题进行陈述的材料；能综合应用所学数学知识、思想和方法解决问题，包括解决在相关学科、生产、生活中的数学问题，并能用数学语言正确地加以表述。

在数学教学中，发展思维能力是培养能力的核心。因此在本次修订中，为了强调对逻辑思维能力的考查，将逻辑思维能力放在能力考查的第一条。与普通高考相比，能力要求有所调整，删除了“会对问题或资料进行观察、比较、……”中的“资料”。在“运算能力”中强调“理解算理”，增加了“能运用计算器进行数值计算”的要求。

数学科对能力的考查，以逻辑思维能力为核心，全面考查各种能力，强调综合性、应用性，切合考生实际。运算能力是思维能力和运算技能的结合，它不仅包括数的运算，还包括式的运算，对考生运算能力的考查主要是以含字母的式的运算为主，同时要兼顾算理和逻辑推理的考察。空间想象能力是对空间形式的观察、分析、抽象的能力，图形的处理与图形的变换都要注意与推理相结合。分析问题和解决问题的能力是上述三种基本数学能力的综合体现，对数学能力的考查要以数学基础知识、数学思想和方法为基础，加强思维品质的考查。对数学应用问题，要把握好提出问题所涉及的数学知识和方法的深度和广度，要切合成人考生的实际。

通过本次修订，使数学科的能力考核要求更加明确具体，使能力考核更加规范科学，同时也使考生的复习备考更为有的放矢。这是数学科成人高考逐步实现科学化、标准化的一个重要步骤。

三、删减了一些繁难复杂的内容和要求

为了适应现代社会发展的要求，在保证为继续学习提供必要的基础知识的前提下，本次修订中，删除传统初等数学中一些次要的、用处不大的、繁难复杂的内容，实行了基础知识的更新。删除的内容包括：函数部分中的“幂函数，会解简单的指数方程和对数方程”。在复数部分删除了在复数集中解实系数的“二项方程”的要求。在三角部分删除了“半角”的正弦、余弦、正切的公式要求，删除了“了解三角函数的积化和差与和差化积”，删除了“余切函数的图象和性质”。关于“反三角函数和简单三角方程”，将过去的四个反

三角函数和简单三角方程的要求简化为“会由已知的三角函数求角，并会用符号 $\arcsin x$ 、 $\arccos x$ 、 $\arctan x$ 表示”。

在立体几何部分，对直线和直线、直线和平面垂直和平行的判定定理和性质定理以及三垂线定理，删去了应用定理“解决有关问题的”的要求，其要求层次也分别降低为理解和了解。对多面体和旋转体，只要求会计算柱、锥和球的表面积和体积，删去了“会用公式进行有关计算”的要求。

在理工医农类的解析几何部分，删去了极坐标的要求，对参数方程只要求“了解参数方程的概念，理解圆和椭圆的参数方程”。

四、增加了一些应用性和工具性内容

在删减传统内容的同时增加了一些现代数学内容，理科增加了概率和统计初步，平面向量和空间向量，文科增加概率和统计初步，平面向量等内容。首先这些内容都是重要的现代数学的基础知识。在生产和科学技术飞速发展的当今社会，概率统计的应用已渗透到整个社会的方方面面，从而使概率统计的基础知识成为一个普通公民的必备常识。在日常生活中天天离不开的天气预报，每天都要预报降水概率，而我们的高中生还没有接触概率统计，不能不说是个缺憾。其次是一些重要的处理问题的方法和重要的数学工具。概率统计在研究对象和方法上与以前学习的确定数学有所不同，是一种处理或然的或随机事件的方法。对过去的必然的因果关系的处理方法是一种完善和补充。向量由于具有几何形式和代数形式的“双重身份”，使它成为中学数学知识的一个交汇点，成为联系多项内容的媒介。由于平面向量作为一种有向线段本身就是直线上的一段，其向量的坐标可用其起点、终点的坐标表示，因此向量与平面解析几何，特别是其中直线部分保持着天然的联系。而空间向量是处理空间问题的重要方法，通过将空间因素间的位置关系转化为数量关系，将过去的形式逻辑证明转化为数值计算，化复杂为简易。同时，考生复习备考的过程是一个再学习的过程，也应是一个有意义学习的过程，如何有效利用考生有限的复习备考时间，学习掌握更为有用的数学知识，不但对能上大学继续学习的考生至关重要，对那些没能上大学的考生更有实际意义。这也是自己新的数学内容的一个重要考量因素。增加现在数学内容也是顺应中等职业教育和普通中等教育的改革方向，配合有关的课程改革。同时有利于降低试题的难度，符合成人高考的特点。

五、调整试卷内容比例

因为三角部分删减了一些内容，而立体几何增加了空间向量，为了加大新增加内容的考核力度，三角的内容比例减少了5个百分点，立体几何增加了5个百分点。

六、调整题型比例

成人高考数学科有三种题型：选择题、填空题和解答题。选择题的备选项有四个，为单选题。单选题在每个小题的给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。考生在答题时要注意题目的指导语所提出的题目答题要求。解答时不必说明理由，只要把自己认为正确的选项选出即可。填空题可将答案直接填在题中的横线上，不必写出推证过程或阐明

理由。解答题包括计算题、证明题，不但要写出结果还要写出计算或推证过程，阐明观点，说明理由，严密论述。

为减少题量，增加考生的思考时间，本次修改将填空题的比例减少了10个百分点，而将解答题的比例增加了10个百分点。

七、增加试题示例

为考生更加具体深入地了解大纲的各项要求，对试卷结构形成整体印象，对试题的难易程度有真实的体会。本次修改大纲增加了《样题》部分，在这部分中精选了1997年统考以来比较充分体现考查目标并且各项测量指标较好、反映良好的试题组成试卷，目的是帮助考生更加直观了解试卷结构。特别是在新增加部分内容，都编拟了试题，有利于考生和辅导教师对新增加内容要求的理解。当然，实际试题肯定与样题不同，但考生可以通过样题检验自己的水平，确定努力的方向。

目 录

第一章 数、式、方程和方程组	1
第二章 集合	29
第三章 不等式和不等式组	38
第四章 指数和对数	57
第五章 函数	70
第六章 数列	104
第七章 排列、组合与二项式定理	120
第八章 概率与统计初步	146
第九章 三角函数及其有关概念	159
第十章 三角函数式的变换	167
第十一章 三角函数的图象和性质	186
第十二章 解三角形	200
第十三章 平面向量	211
第十四章 直线	225
第十五章 圆锥曲线	245
第十六章 复数	270
第十七章 立体几何	291
附录 测试卷 I	318
测试卷 I 参考答案及评分标准	320
测试卷 II	323
测试卷 II 参考答案及评分标准	325

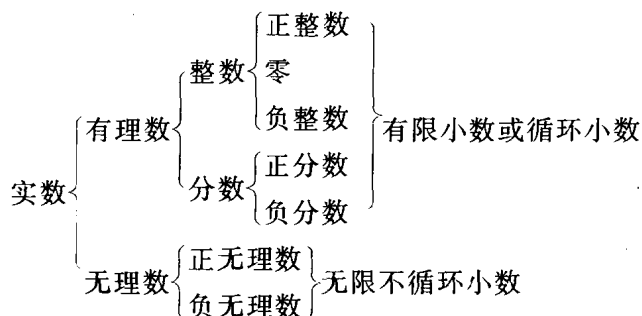
第一章 数、式、方程和方程组

【内容提要】

一、数

1. 有关数的基本概念

(1) 实数系表



注意 实数系可以进一步扩展, 成为复数系. 参见本书第十六章.

(2) 数轴: 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

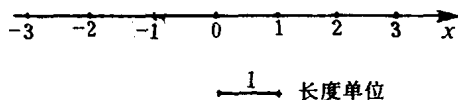


图 1-1

实数集合和数轴上点的集合是一一对应的. 数轴上任一点所对应的数总大于该点左边任一点所对应的数.

(3) 相反数和倒数: 只有符号不同的两个数, 叫做互为相反数, 零的相反数是零. 1 除以某数的商叫做这个数的倒数, 零没有倒数.

(4) 绝对值: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 零的绝对值是零. 即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

从数轴上看, 一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离.

2. 实数的运算

(1) 基本运算: 实数可进行加、减、乘、除、乘方等运算, 对非负实数还可进行开方运算. 实数加、减、乘、除 (除数不为零)、乘方的结果仍是实数. 任何实数都可以开奇次

方，结果仍是实数，只有非负实数，才能开偶次方，其结果仍是实数.

(2) 运算法则

加法：同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加. 异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值. 任何数与零相加等于原数.

减法：减去一个数，等于加上这个数的相反数.

乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘. 零乘以任何数都得零. 任何数乘以 1 都等于原数.

除法：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除. 零除以任何一个不为零的数等于零. 任何数除以一个不为零的数，等于乘以这个数的倒数. 零不能作除数.

乘方：正数的任何次幂是正数；负数的偶次幂是正数，奇次幂是负数；零的正数次幂等于 0.

开方：正数的奇次方根是一个正数，正数的偶次方根有两个，这两个方根互为相反数，零的 n 次方根都是零. 负数的奇次方根是一个负数，在实数范围内，负数没有偶次方根.

(3) 运算律：设 a 、 b 、 c 为任意实数，则有：

运 算 律	加 法	乘 法
交 换 律	$a+b=b+a$	$a \cdot b=b \cdot a$
结 合 律	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c=a \cdot (b \cdot c)$
分 配 律	$a \cdot (b+c)=a \cdot b+a \cdot c$	

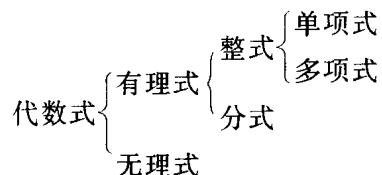
(4) 运算顺序：在同一个式子里，先乘方、开方，然后乘、除，最后加、减. 有括号时，由最里层的括号算起，逐层去掉括号. 有时根据运算律可改变上述顺序.

二、式

1. 代数式及其分类

代数式是由运算符号（加、减、乘、除、乘方、开方）把数或表示数的字母连结而成的式子. 单独的一个数或者一个字母也是代数式. 用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做代数式的值.

代数式分类如下：



2. 整式

(1) 整式的有关概念：由数与字母相乘形成的代数式，叫做单项式；几个单项式的和叫做多项式；单项式和多项式统称整式.

(2) 整式的运算：整式能进行加、减、乘的运算。整式加、减、乘的结果仍是整式。整式可以进行带余除法的运算。整式的运算符合交换律、结合律、分配律。

幂的运算法则：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m > n),$$

$$(a^m)^n = a^{mn},$$

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

常用的乘法公式：

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2,$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3,$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3.$$

(3) 多项式的因式分解：就是把一个多项式化为几个整式的积。常用的方法有：提公因式法；公式法；分组分解法；十字相乘法；求根公式法等。

3. 分式

设 A 、 B 表示两个整式，如果 B 中含有字母，式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式（注意分母 B 的值不能为零，否则分式没有意义）。分子与分母没有公因式的分式，叫做最简分式。

(1) 分式的基本性质：

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \quad \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \text{ 为不等于零的整式}).$$

(2) 分式的符号法则：分式的分子、分母与分式本身的符号，改变其中的任何两个，分式的值不变。

(3) 分式的运算：

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc};$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

4. 二次根式

(1) 二次根式的有关概念：正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根。零的平方根是零。式子 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 叫做二次根式。

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0);$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

被开方数的每一个因式的指数都小于根指数 2, 被开方数不含分母的二次根式, 叫做最简二次根式; 几个二次根式化成最简二次根式以后, 如果被开方数相同, 这几个二次根式就叫做同类二次根式.

(2) 二次根式的运算:

二次根式的加减: 先把各根式化为最简根式, 再合并同类根式;

二次根式的乘除: 按下列性质进行

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0),$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0).$$

(3) 分母有理化: 如果被开方数是一个分式(或分数), 用一个适当的代数式同乘分子与分母, 使分母成为完全平方式, 再开方, 移到根号外从而化去根号内的分母的过程, 叫做分母有理化.

三、方程和方程组

1. 方程

含有未知数的等式叫做方程. 能使方程左右两边相等的未知数的值, 叫做方程的解. 求方程的解或说明方程无解的过程, 叫做解方程.

(1) 同解原理:

(i) 方程的两边都加上(或都减去)同一个数或同一个整式, 所得方程与原方程是同解方程.

(ii) 方程的两边都乘以(或都除以)不等于零的同一个数, 所得方程与原方程是同解方程.

(2) 一元一次方程: 形如 $ax + b = 0 (a \neq 0)$ 的方程, 叫做一元一次方程. 它的解为 $x = -\frac{b}{a}$.

注意 当 $a = 0$ 时, $ax + b = 0$ 不是一元一次方程. 这时, 如果 $b \neq 0$, 方程无解, 如果 $b = 0$, 则方程有无穷多个解.

(3) 一元二次方程: 方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 叫做一元二次方程.

(i) 求根公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

(ii) 判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$.

当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根;

当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根;

当 $\Delta < 0$ 时, 方程没有实数根.

(iii) 根与系数的关系

如果 α, β 是方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两个根, 则有 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$. 反过来, 如果有 $\alpha+\beta=p$, $\alpha\beta=q$, 则

$x^2-px+q=0$ 是以 α, β 为根的一元二次方程.

2. 方程组

(1) 一次方程组: 由几个一次方程组成并含有两 (三) 个未知数的方程组, 叫做二 (三) 元一次方程组.

二元一次方程组的解法有: 代入消元法; 加减消元法等.

三元一次方程组的解法是用代入消元法或加减消元法, 通过“消元”使其转化为二元一次方程组来解.

(2) 简单的二元二次方程组: 形如 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ 的方程叫做二元二次方程.

由一个二元二次方程和一个二元一次方程, 或由两个二元二次方程组成的方程组, 叫做二元二次方程组.

由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的二元二次方程组, 可用代入法来解; 由两个二元二次方程组成的方程组只限于解几种特殊的类型的方程组.

【复习要求】

一、理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念, 会进行有关计算.

1. 理解什么叫有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、算术平方根. 知道有理数、实数之间的关系; 会进行实数大小的比较; 会求一个数的相反数; 会求一个数的绝对值. 知道算术平方根一定是非负数.

2. 会熟练地进行实数的加、减、乘、除、乘方的运算. 会进行非负实数的开方的运算.

二、理解有关整式、分式、二次根式的概念, 掌握它们的一些性质和运算法则.

1. 理解什么叫单项式、多项式、整式、分式. 对给定的有理式会判断它是整式还是分式.

2. 能熟练地进行整式的四则运算, 灵活运用幂的运算法则及乘法公式.

3. 掌握常用的多项式因式分解的方法.

4. 能熟练运用分式的基本性质, 对分式进行四则运算.

5. 理解二次根式的定义, 在运算时能灵活运用有关的性质.

6. 在对根式进行化简与运算时, 会将一个二次根式化成最简根式; 会对二次根式进行四则运算; 会利用分母有理化进行除法运算.

三、掌握一元一次方程、一元二次方程的解法, 能灵活运用一元二次方程根的判别式以

及根与系数的关系解决有关问题.

1. 会用方程的同解原理,熟练地解一元一次方程.

2. 会熟练运用一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的求根公式并会用因式分解法和配方法求一元二次方程的解. 会根据判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值判断方程实根的个数;会灵活运用根与系数的关系解有关问题.

四、会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组;会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组;会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组.

1. 掌握代入消元法和加减消元法,通过“消元”来求二元一次方程组、三元一次方程组的唯一解.

2. 会用代入消元法解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组;会解某几种特殊类型的由两个二元二次方程组成的方程组(用加减消元法可以消去某个未知数的,可以消去二次项的,以及至少有一个方程可以分解成两个一次方程的).

【例题】

例 1 选择题(每小题中只有一个结论是正确的,把正确结论的代号写在题中的括号内).

(1) 两个无理数的和()

(A) 一定是无理数. (B) 可能为有理数. (C) 一定是有理数. (D) 不会为零.

分析:不妨设 a 为无理数,那么 $b=-a$ 也是无理数. 因为 $a+b=a+(-b)=0$,所以 A、D 不正确. 又因为 $a+a=2a$ 仍是无理数,所以 C 也不正确. 因此正确答案为 B.

答:B.

(2) 下列命题错误的是()

- (A) 每一个整数都对应着数轴上的一个点.
(B) 每一个无理数都对应着数轴上的一个点.
(C) 数轴上每一个点都对应着一个实数.
(D) 有理数和数轴上的点一一对应.

分析:因为实数与数轴上的点是一一对应的,所以 A、B、C 都是正确命题. 因此正确答案为 D.

答:D.

(3) 如果 $|x|+|y|=0$,那么 x 和 y 的值是()

(A) 互为相反数. (B) 互为倒数. (C) $x=0, y=0$. (D) $x>0, y<0$.

分析:因为 $|x|\geq 0, |y|\geq 0$,所以要使 $|x|+|y|=0$,必有 $|x|=0$ 和 $|y|=0$. 因此 C 正确.

答:C.

(4) $\sqrt{a}-1$ 的绝对值()

(A) 等于 $\sqrt{a}-1$. (B) 等于 $1-\sqrt{a}$. (C) 等于 0.

(D) 当 $a \geq 1$ 时, 等于 $\sqrt{a}-1$; 当 $0 \leq a < 1$ 时, 等于 $1-\sqrt{a}$.

分析: 因为 $a \geq 1$ 时, $\sqrt{a} \geq 1$, 而 $0 \leq a < 1$ 时, $\sqrt{a} < 1$, 所以正确答案为 D.

答: D.

(5) 如果 $|-a| > -a$, 那么 ()

(A) $a > 0$. (B) $a < 0$. (C) $a < -1$. (D) $-1 < a < 0$.

分析: 因为 $a > 0$ 时, $|-a| > 0$, $-a < 0$. 所以正确答案为 A.

答: A.

(6) 化简 $|a-3|+a-3$, 结果是 ()

(A) $2a-6$. (B) 0. (C) $2a-6$ 或 0. (D) $6-2a$.

分析: 因为 $a \geq 3$ 时, $|a-3|+a-3=a-3+a-3=2a-6$; $a < 3$ 时, $|a-3|+a-3=3-a+a-3=0$, 所以正确答案为 C.

答: C.

(7) 已知 $y=ax^5+bx^3+cx-6$, 且当 $x=2$ 时, $y=6$. 当 $x=-2$ 时, y 的值等于 ()

(A) -18 . (B) -12 . (C) 18 . (D) 12 .

分析: 因为 $a(-x)^5+b(-x)^3+c(-x)=- (ax^5+bx^3+cx)$, 所以 $y=a(-2)^5+b(-2)^3+c(-2)-6=- (ax^5+bx^3+cx)-6$. 因为当 $x=2$ 时, $y=6$, 所以 $ax^5+bx^3+cx=12$. 因此当 $x=-2$ 时, $y=-12-6=-18$.

答: A.

(8) 已知 $a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0-(2x-1)^5=0$, 那么 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$ 的值等于 ()

(A) 0. (B) 1. (C) 32. (D) 16.

分析: 因为 $a_5 \times 1^5 + a_4 \times 1^4 + a_3 \times 1^3 + a_2 \times 1^2 + a_1 \times 1 + a_0 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$, 所以在原式中取 $x=1$, 可得 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=1$. 因此正确答案为 B.

答: B.

例 2 填空题.

(1) 如果 $-|a|=-a$, 那么 a ____ 0; 如果 $-|a|=a$, 那么 a ____ 0; 如果 $|a|>a$, 那么 a ____ 0.

分析: 因为 $-|a| \leq 0$, 所以要使 $-|a|=-a$, 必有 $a \geq 0$. 要使 $-|a|=a$, 必有 $a \leq 0$. 因为当 $a \geq 0$ 时, $|a|=a$, 所以要使 $|a|>a$, 必有 $a < 0$.

答: $\geq$; $\leq$; $<$.

(2) 如果 x, y 为实数, 且 $|x+1|+(y-1)^2=0$, 那么 $x=$ ____, $y=$ ____.

分析: 因为 $|x+1| \geq 0$, $(y-1)^2 \geq 0$, 所以要使 $|x+1|+(y-1)^2=0$, 必有 $|x+1|=0$, $(y-1)^2=0$, 解得 $x=-1, y=1$.

答: $-1, 1$.

(3) 当 $1 \leq a < 5$ 时, $\sqrt{(a-1)^2}+|5-a|=$ ____.