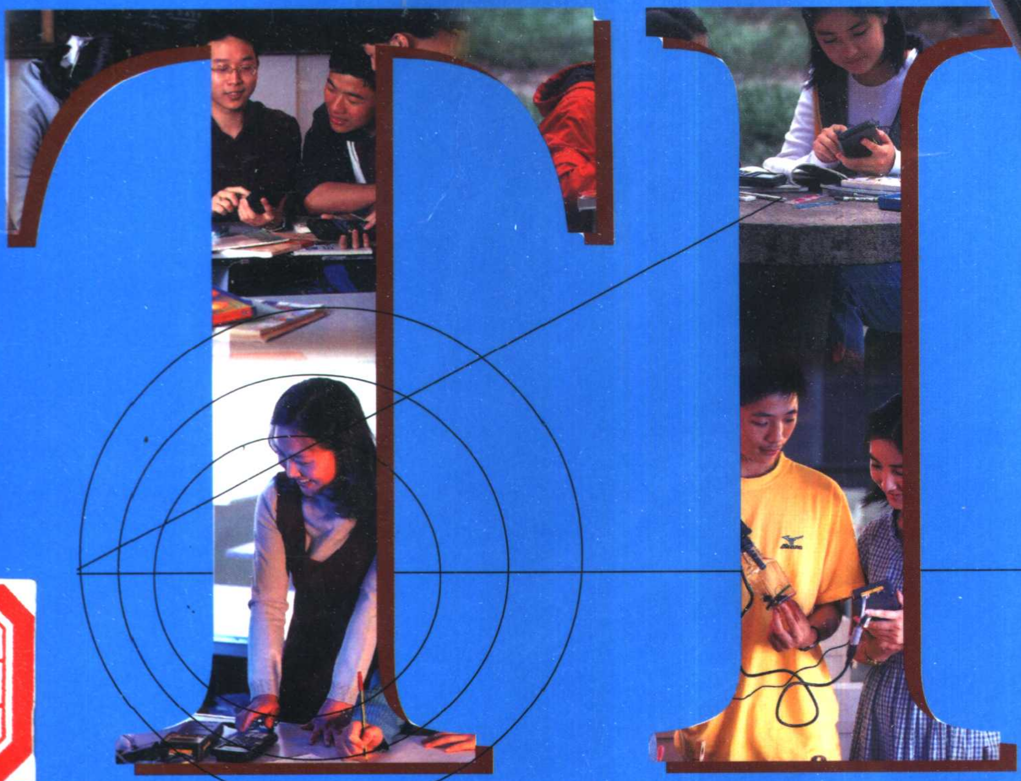
华东师范大学数学教育技术中心 编

探究性课题设计

——TI图形计算器的应用

唐瑞芬 忻重义 主编



华东师范大学出版社

华东师范大学数学教育技术中心 编

探究性课题设计

——TI 图形计算器的应用

唐瑞芬　忻重义　主编

华东师范大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

探究性课题设计：TI 图形计算器的应用 / 唐瑞芬，忻重义主编. 一上海：华东师范大学出版社, 2000.8
ISBN 7-5617-2356-3

Ⅰ. 探…　Ⅱ. ①唐… ②忻…　Ⅲ. 图形计算器一应用　Ⅳ.G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2000）第 67256 号

责任编辑　倪　明

封面设计　黄惠敏

探究性课题设计

——TI 图形计算器的应用

华东师范大学数学教育技术中心　编
唐瑞芬　忻重义　主编

华东师范大学出版社出版发行
(上海中山北路 3663 号　　邮政编码 200062)
新华书店上海发行所经销
江苏省句容市排印厂印刷
开本 890×1 240　1/16　印张 12.5　字数 266 千字
2000 年 8 月第一版　2000 年 8 月第一次印刷
印数：1～5 500

ISBN 7-5617-2356-3/O・086
定价：20.00 元

序

时代的列车飞驰前进。记得在 1992 年，我们曾在宁波举行的数学教育高级研讨班上呼吁："让计算器进入课堂！"当时，总觉得这是相当遥远的事情。8 年过去了，2000 年上海高考，已要求学生携带科学型计算器进考场了。图形计算器的应用也在北京、上海、广州、江苏等地迅速发展。上海的一些中学，相继决定装备高性能的 TI-92 图形计算器，以及 CBL、CBR（可以用来采集物理、化学、生物学实验数据的装置），成为一时潮流。

"发展才是硬道理"。数学课堂上使用高新技术的势头，还会继续下去。时代的要求是挡也挡不住的。

华东师范大学数学系的一些同事以及不少中学教师，较早地在教学中使用各种类型的计算器，写成了这本"案例"书，其中大多是自己运用计算器所做的创造性工作。许多课题都是新的、原创的。我以为这一成果已达到同类工作的国际水平，可以认为是"中国数学教育发展"历程中的一块里程碑。

反对新技术的历史教训应当记取。1876 年，英商怡和洋行擅建了中国土地上的第一条铁路：从上海到吴淞的淞沪铁路。帝国主义擅建要反对，但第二年，慈禧下令拆除，并赔偿英商损失，那就是反对新技术了。颟顸昏庸至此，大清帝国岂有不亡之理？今天的中国上海，断不会再有此等令人汗颜之事发生了。

现在，也还有一些同志反对在数学课堂上使用计算器。一些同志认为使用不当会削弱学生的基本计算能力，建议慎重。这是很对的。不分年龄段，无节制地使用计算器，确实会影响青少年的运算能力，需要认真研究加以防止。但我们总要先开始用，在使用中立规矩，积累经验。老是按兵不动，因噎废食，恐怕是不可取的。另有一些同志以"使用计算器与国情不合"，"老百姓买不起贵重的计算器"，"这会在高考中带来不平等"……等为由，断然拒绝。国情不是掩护"落后"的理由。解放前，受三座大山压迫是中国的国情，所以我们要革命。现在，经济上相对落后是我们的国情，所以我们要改革开放。我们的教育要现代化也是中国国情，所以我们要不断努力，适时地、逐步地在数学教育中使用现代技术，包括计算器。

科学技术是第一生产力。高新技术产品的出现，往往会改变人们的思想，正如一列火车开进山村，人们的生活状态、思想观念很快就变了。商品流通代替自给自足，市场观念取代小农意识，改革开放战胜了封闭守旧。计算机和计算器的使用，在某种程度上也是如此。

有的老师担心，升学考试不用计算器，那么计算器进课堂就是一句空话。我们不否

认考试指挥棒的作用，但也不能无所作为。上海市教委按照素质教育的要求，正在全市推广“研究性”课程，主要目的是培养学生的创新意识和实践能力。图形计算器的使用便是其中的一项重要课题。研究性课程的评价方法正在制订之中。我们的一些优秀学生，除了会做“考题”之外，是否应当具备到世界上去搏击竞争的能力？未来国际上各行各业领导新潮流的领袖式人才中，中国人应当占据怎样的地位？我们的好学生只会“考试”，能够在激烈的竞争中取胜吗？

有人认为，个人计算机的功能很强，计算器是淘汰产品，不必装备。这是似是而非的看法。汽车的功能比自行车强，是不是自行车就必须淘汰呢？没有公路，汽车就无法通行。至少在中国，自行车仍有它的存在价值。同样，计算机功能虽强，但由于是通用机型，不灵活，不能放在书包、口袋里。计算器则是一种教育专用器具，轻巧灵便，针对性强。在可见的将来，恐怕没有被取代的可能。

信息技术的发展一日千里，大家都有一种紧迫感。本书的作者，在 38 度的高温天气，连续作战，希望能为中国数学教育的发展奉献一份绵力。他们的执着精神感染了我，并受唐瑞芬教授之托，遂为之序，并就教于方家。

张奠宙

2000 年盛夏于华东师范大学

前　言

华东师范大学数学教育技术中心成立的宗旨，就是想借助于现代技术的巨大威力，推动数学教育的发展，更新数学教育的观念，以适应当前信息时代的要求。

中心成立两年多来，在有关领导的关心支持下，中心全体成员与处于教学第一线的许多中学教师一起，共同努力，协同作战；在不断地学习、实验、探索、研究、交流、讨论的过程中，取得了一些实践经验，也有了不少亲身的经历与体会，于是就有了本书的诞生。我们愿意将它奉献给广大的中学教师，让他们一起分享成功的欢乐与失败的遗憾，更希望有愈来愈多的教师参加我们的探索活动，为实现我们的共同目标——现代技术与数学教育结合以使我们的数学教育更富于时代性而奋斗。

素质教育的核心是德育，而素质教育的重点则是培养学生的创新精神与实践能力。要真正实现素质教育的目标，必须贯彻“以学生发展为本”的原则，要让学生成为学习的主体，要让学生能有自己动手的机会，才有可能训练实践能力，进而形成创新意识，培养创造能力。于是就有了活动课的想法，或者说是开展学生研究性活动的建议与要求。实际上，不论是必修课还是活动课，不论是课内还是课外，只要有条件、有可能，就应该让学生可以“调动所有的感觉器官”，让学生参与活动；也只有通过这样的方式与过程，才能真正发挥学生的积极作用，主动地建构知识，不仅“学会”而且“会学”，不仅获得了知识，还培养了能力。

“数学是科学，数学也是技术”，随着现代科学技术的飞跃发展，尤其是现代计算技术的突飞猛进，“数字信息”、“数字化经济”、……各种各样的计算器、计算机的迅速出现，技术与数学科学成了难以分离的伙伴，现代技术已经成为数学的重要内涵。而物理、化学、生物学这些原本与实际问题和技术相关的科学，随着现代技术的发展，如虎添翼，更为生气勃勃。因此，我们的数理化各学科的教育也必须适应这一时代潮流，要让我们的学生在课堂上就能掌握先进的技术，将来才能适应未来社会中生活、学习与工作的高度技术化环境。

TI 图形计算器当然只是现代计算技术中的一种工具，但却以它的灵活、简便和多样化功能显示出作为一种数学教育技术手段的潜在力量。除了科学计算器的各种数学运算以外，它还具备符号代数系统、几何操作系统、数据分析系统等，因而它可以直观形象地绘制各种图形，并进行动态演示、跟踪轨迹；可以运用逻辑推理进行微积分、代数方面的符号运算；也可以与有关设备结合（如 CBR、CBL 等），进行各种探索性的物理、化学、生物学的实践活动，采集数据、进行分析与回归、模拟，完成各种统计运算；最新的技术、最新的软件，更能通过图形计算器的 flash 功能，从网上下载，以更新图形

计算器已有的功能。

很多教师在他们的课堂里，进行了不少试验与实践，借助 TI 图形计算器这一工具，让他们的课堂教学“活”了起来，学生不仅可以自己动手运算、画图，也可以尝试猜测，或是观察验证，师生之间、同学之间可以交流协作，可以各辟蹊径，另觅新法。学生对学习产生了兴趣，刺激了求知的欲望，形成了探究的意识，也就为创新意识、实践能力的形成与培养，打下了扎实的基础。本书之所以名为《探究性课题设计》，正是在于它汇总了不少教师探索与研究的成果。

本书的多数课题设计出自与我们长期合作的一线的中学教师之手；还有一部分课题设计由我们中心的同仁完成。初稿形成后，中心的唐瑞芬、忻重义、赵小平、杨昌利、王继延、林磊老师进行了全面的加工，时值盛夏酷暑，历尽艰辛。最后由本书主编唐瑞芬、忻重义定稿。

全书分“常规教学”与“探索活动”两大部分。前者贴近教学，大多可以直接用于教学实践；后者作为课堂教学的延拓，为探索研究性活动提供了各种有意义的课题。本书所涉及到的用 TI 图形计算器制作的有关课件均已被放入国际互联网，网址为 WWW.ti.com.cn/calc/resource/teacher.asp。可供读者免费下载使用。

第一次编写这样类型的书，时间紧，实践经验不足，虽然我们尽了最大的努力，但毕竟还不够成熟，恐怕还是存在一些错误与问题，欢迎广大读者提出宝贵意见与批评，更希望我们这一工作会继续下去，会有更多的课题、活动设计，更多的实践经验，为我们数理化各学科的教育的现代化、科学化、技术化起一点推动力量与促进作用。

最后，必须提到的是，本书的出版是华东师范大学数学系与美国德州仪器公司多年来共同合作的结果。美国德州仪器公司从设备、资料等多方面，给我们提供了有力的支持，在此特表衷心感谢。

也要感谢华东师范大学出版社的倪明同志，在他的热忱帮助与努力下，才使这本书得以在短时间内问世。

华东师范大学数学教育技术中心　唐瑞芬

2000 年 7 月

目 录

常规教学

探索活动

常规教学

有理函数的性质

一、教学目的

（1）理解函数的零点、截距、渐近线等概念。

（2）掌握有理函数渐近线的类型及其出现的规律。

（3）通过对有理函数性质的研究，使学生能直观地理解极限的意义，学会用极限方法研究函数性质。

二、教学重点

（1）有理函数的分子、分母多项式的次数与其渐近线的关系。

（2）用极限研究函数性质的方法。

三、教学难点

渐近线、极限等概念的意义。

四、教学用具

TI-92 图形计算器、投影屏。

五、教学过程

1．知识准备

有理函数是可以表示为形如 $f(x)=\dfrac{h(x)}{g(x)}$ 的函数，其中 $g(x)$、$h(x)$ 是多项式，且 $g(x)$ 为非零多项式。在本活动中，我们假设 $g(x)$、$h(x)$ 没有公因式。

由函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 的图象知，当 x 的值沿 x 轴正方向无限增大、或沿 x 轴负方向无限减小时，y 的值趋向于 0，我们说 x 轴是函数的渐近线；当 x 的值沿 x 轴正半轴趋向于 0 时，y 的值趋向于 $+\infty$，或沿 x 轴负半轴趋向于 0 时，y 的值趋向于 $-\infty$，我们说 y 轴也是函数的渐近线。

在这个活动中，我们将探讨这两种类型的渐近线，并且概括出它们何时存在或不存在。

2．活动指导

用 TI-92 图形计算器探索函数 $f(x)=\dfrac{2x^2-8}{x^2-16}$ 的渐近线。

（1）求出分子、分母的因式。

输入 factor ((2 x^2−8) / (x^2−16)， x)，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，如图 1。

（2）确定分子、分母的零点。

输入 zeros((2 x^2−8), x)，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，输入 zeros((x^2−16), x)，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，分别求得分子的零点为−2 和 2，分母的零点为−4 和 4，如图 2。

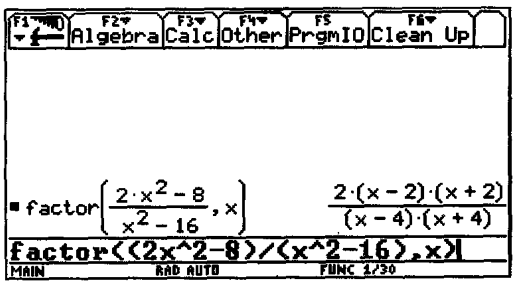


图 1

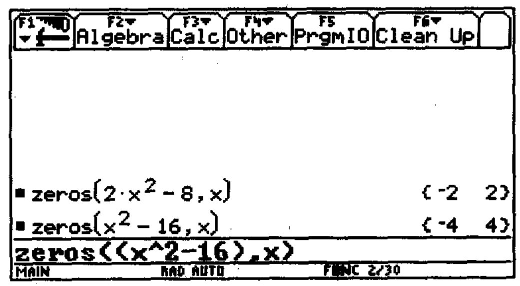


图 2

（3）求出函数在 y 轴上的截距。

输入(2 x^2−8) / (x^2−16) | x = 0，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，得函数在 y 轴上的截距为 $\dfrac{1}{2}$，如图 3。

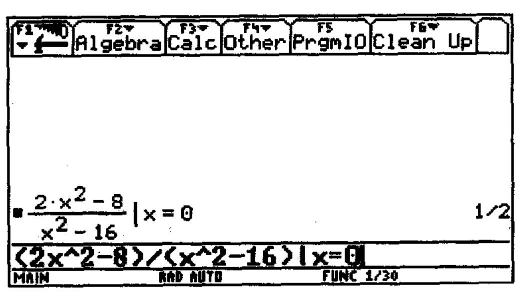


图 3

（4）确定函数在分母零点附近的取值情况。

输入 limit((2 x^2−8) / (x^2−16)， x， 4， 1)，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，得图 4；

输入 limit((2 x^2−8) / (x^2−16)， x， 4， −1)，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，得图 5。

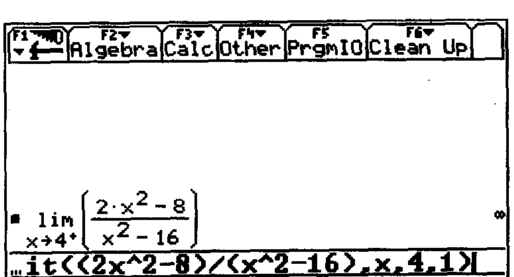


图 4

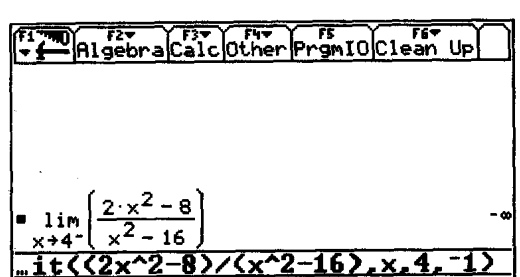


图 5

同样，输入 limit((2 x^2−8) / (x^2−16)， x， −4， 1)，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，得图 6；

输入 limit((2 x^2-8) / (x^2-16)，x，-4，-1)，并按 ENTER ，得图 7。

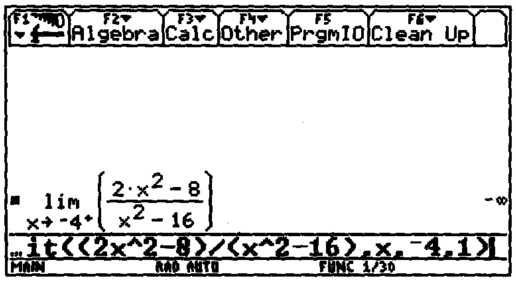


图 6

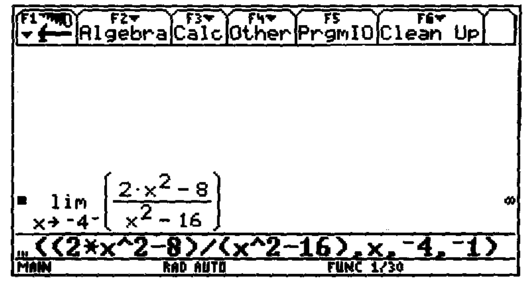


图 7

① 当 x 从 4 的右边趋向于 4 时，描述 $f(x)$ 的取值情况：∞；当 x 从 4 的左边趋向于 4 时，描述 $f(x)$ 的取值情况：$-\infty$。

② 当 x 从-4 的右边趋向于-4 时，描述 $f(x)$ 的取值情况：$-\infty$；当 x 从-4 的左边趋向于-4 时，描述 $f(x)$ 的取值情况：∞。

③ 函数 $f(x)$ 的垂直渐近线是：$x=4$ 和 $x=-4$。

（5）当 x 无限增大或无限减小时，$f(x)$ 的取值情况。

当 x 趋向于 $+\infty$ 时，函数 $f(x)$ 的值趋向于 2；当 x 趋向于 $-\infty$ 时，函数 $f(x)$ 的值趋向于 2。如图 8、9。

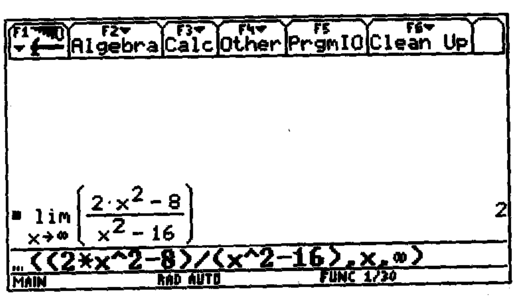


图 8

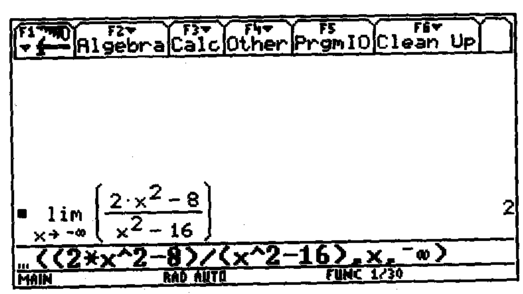


图 9

函数 $f(x)$ 的水平渐近线是 $y=2$。

（6）用 TI-92 图形计算器画出函数 $f(x)$ 的图象（如图 10）。

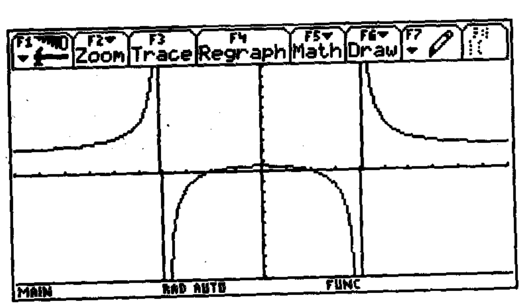


图 10

3．活动过程

（1）根据活动指导，研究下列函数，将研究结果填写在下列表格中。

$f(x)=\dfrac{4x-4}{2x+2}$		在 y 轴上的截距	
分子的零点		分母的零点	
当 x 趋向于分母零点时，$f(x)$ 的取值情况		垂直渐近线	
当 x 趋向于 $\pm\infty$ 时，$f(x)$ 的取值情况		水平渐近线	
图象			

$f(x)=\dfrac{5x-10}{x^2-3x-10}$		在 y 轴上的截距	
分子的零点		分母的零点	
当 x 趋向于分母零点时，$f(x)$ 的取值情况		垂直渐近线	
当 x 趋向于 $\pm\infty$ 时，$f(x)$ 的取值情况		水平渐近线	
图象			

$f(x)=\dfrac{-2x^2+8}{x^2+4}$		在 y 轴上的截距	
分子的零点		分母的零点	
当 x 趋向于分母零点时，$f(x)$ 的取值情况		垂直渐近线	
当 x 趋向于 $\pm\infty$ 时，$f(x)$ 的取值情况		水平渐近线	
图象			

$f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{3x+6}$		在 y 轴上的截距	
分子的零点		分母的零点	
当 x 趋向于分母零点时，$f(x)$ 的取值情况		垂直渐近线	
当 x 趋向于 $\pm\infty$ 时，$f(x)$ 的取值情况		水平渐近线	
图象			

$f(x)=\dfrac{3x^2-9}{x^3-2x^2-24x}$		在 y 轴上的截距	
分子的零点		分母的零点	
当 x 趋向于分母零点时，$f(x)$ 的取值情况		垂直渐近线	
当 x 趋向于 $\pm\infty$ 时，$f(x)$ 的取值情况		水平渐近线	
图象			

（2）根据研究结果回答下列问题：

① 在上述函数中，哪些函数的图象有垂直渐近线？为什么？这些函数图象在分母零点附近取值情况怎样？

② 在上述函数中，哪些函数的图象有水平渐近线 $y=0$？比较这些函数的分子与分母的次数，你发现有什么规律？

③ 在上述函数中，哪些函数的图象有水平渐近线 $y=a(a\neq 0)$？比较这些函数的分子与分母的次数，你发现有什么规律？确定分子、分母的最高次项系数的比值，你又发现什么？

④ 在上述函数中，哪些函数的图象没有水平渐近线？比较这些函数的分子与分母的次数，你发现有什么规律？

⑤ 总结：如果分子的次数大于分母的次数，则水平渐近线是________；如果分子的次数小于分母的次数，则水平渐近线是________；如果分子的次数等于分母的次数，则

水平渐近线是________。

4. 进一步的研究

正如你所发现的，当分子的次数大于分母的次数时，有理函数没有水平渐近线。对这种特殊情况，你可以研究当x无限增大或减小时，函数的变化趋势。

命令 propFrac 可将有理函数$f(x)=\dfrac{h(x)}{g(x)}$变成$f(x)=\dfrac{r(x)}{g(x)}+q(x)$形式，其中$r(x)$的次数小于$g(x)$的次数。例如，已知函数$f(x)=\dfrac{2x^3+6x-14}{x-2}$，输入 propFrac((2x^3+6x−14) / (x−2))，并按 $\boxed{\text{ENTER}}$ ，得图 11 所示答案。

用计算器画出$y_1=f(x)$, $y_2=q(x)$的图象，并适当地调整 Window，（Xmin = −10，Xmax = 10，Xscl = 1，Ymin = -20，Ymax = 80，Yscl = 10，Xres = 2），使你能够看到较“完整”的图象（如图 12），你发现了什么？

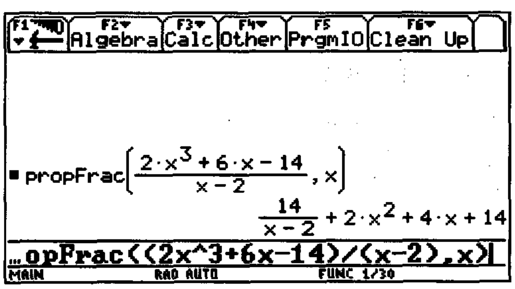


图 11

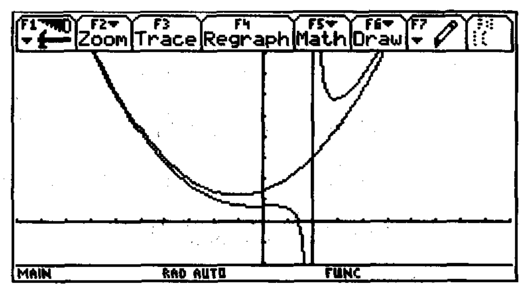


图 12

用同样的方法研究下列函数，并概括你的发现，你认为可以给$q(x)$起一个什么样的名字？

① $f(x)=\dfrac{x^2-2}{x}$；② $f(x)=\dfrac{x^3-2x}{x+2}$；③ $f(x)=\dfrac{-x^4+3x^2+4}{x^2-16}$。

六、小结

（1）在学生掌握了函数的单调性、奇偶性、周期性、最大（小）值等基本性质的基础上，引导学生用极限的方法去认识有理函数的性质，不仅可以拓宽学生的视野，使学生能够从不同的角度认识函数的性质，而且可以将初等数学与高等数学有机地衔接起来，为学生进一步学习数学奠定基础。

（2）在本课例中，图形计算器简便的作图功能，使学生能够从函数的数与形两个方面认识函数的性质；强大的代数运算功能，使学生能够更深刻地认识由图象所反映出的函数性质，促进学生对函数的认识由数到形或由形到数的转化。

上海市进才中学　卢明

浅谈函数图象

一、教学目的

介绍基本初等函数的图象及其性质，函数图象的变换规律，函数图象的作法与应用。

二、教学用具

TI-83 图形计算器、实物投影仪、电脑。

三、教学过程

函数图象能够直观地反映函数性质，是研究函数的重要工具。一切复杂的函数图象都是由最基本的函数图象变换而来。因此，为了更进一步研究函数，我们有必要先来研究一下基本初等函数的图象，掌握它的变换方法。

1. 基本初等函数的图象及其性质

（1）二次函数

函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）叫做二次函数，经过配方可得：

$$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}。$$

它的图象是一条抛物线（图 1)。

主要性质有：

① 开口方向：当 $a>0$ 时，开口向上，当 $a<0$ 时，开口向下。

② 抛物线顶点为 $\left(-\frac{b}{2a},\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$，对称轴是直线 $x=-\frac{b}{2a}$。

③ 当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，函数有最值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$。

④ 当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴交于两点 $(x_1,0)$、$(x_2,0)$。其中

$$x_1、x_2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}；$$

当 $\Delta=0$ 时，抛物线与 x 轴交于一点 $\left(-\frac{b}{2a},0\right)$；当 $\Delta<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点。

（2）幂函数

函数 $y=x^{\alpha}$（α 是常量）叫做幂函数，它的图象见图 2。