10省市名师全程助学、助考新兵法

冲刺·名牌高中

初三数学

欢迎关注并参与本丛书『学有一得』

有奖反馈暨『冲刺之星』评选大行动

总主编 何 舟

本册主编 林昌贵

(奥林匹克教练员)

面向中等和中等以上学生
实现考场成功的世纪梦想

吉林教育出版社

10省市名师全程助学、助考新兵法

冲刺名牌高中

初三数学

总主编　何　舟

本册主编　林昌贵（奥林匹克教练员）

撰　　稿　林昌贵　傅晋玖　康　萍

曾映秋　余孔命

吉林教育出版社

(吉)新登字 02 号

封面设计:龚道德
尾花设计:崔 兵 李 明
责任编辑:王世斌 李建军

NBAB56/07

10 省市名师全程助学、助考新兵法

冲刺名牌高中

初三数学

总 主 编 何 舟
本册主编 林昌贵(奥林匹克教练员)

吉林教育出版社 出版 发行

新华书店经销 山东汶上新华印刷有限公司印刷

开本:880×1230 毫米 1/32 印张:14.125
本次印数:25000 册 字数:418 千字

2002 年 6 月第 3 版第 3 次印刷

ISBN 7-5383-3854-3/G·3504
定价:16.80 元

结识名师

冲刺名牌高中

主编简介

林昌贵

数学高级教师，奥林匹克数学一级教练。

早年以优异的成绩毕业于福建师大，在久负盛名的福州第一中学任教20年，取得丰富的实践经验和教学成果后，被选拔到福建省教学研究室进行十多年的教学研究工作，取得一系列的研究成果，发表了几十篇数学教学论文。

其中，《应用题的通性和列方程的通法》一文在福建师大编辑的《中学数学教学》上发表，后来又被上海教育出版社收入《中学数学教学论文集》；另一文《圆锥曲线的共性和解题的多种方法》发表在华南师大出版的《中学数学教学研究》上，并被天津教育出版社收入《高中数学论文集》，而且论证了《余新何数学题》与《哥德巴赫猜想》之间的等价关系。

为了指导中学生学习和青年教师教学，他还特编撰了几十本数学助学、助考读物及素质教育丛书，其特点是深入浅出、通俗易懂、联系实际、生动有趣，立意新颖、解法多样，把丰富的教学经验和研究成果融入书中，与读者共享。

十省市名师全程助学、助考新兵法

冲刺 外国语学校 名牌高中 北大清华 丛书

编委会

在冲刺与成功之间架设桥梁

——各抒己见说"冲刺"

撰稿人说

本丛书与各年级最新教材同步，将《大纲》和《考纲》中重点、热点内容分为若干"讲"，全面渗透最新教学理念，面向中等和中等以上学生，以奥林匹克培训的成功思路与方法，充分发掘学生的潜能，使其自强超越，实现考场夺魁的世纪梦想。

分册主编说

本丛书以"问题解决模式"来结构全书，在林林总总的助学、助考读物中无疑是独树一帜的。各讲从"热点聚焦""遭遇问号"开始，通过"领悟捷径""精彩小结""动手探索"等栏目，开展对典型题、典型情境的读与解，让学生在自主实践中实现奥林匹克式"更快、更高、更强"的全面发展目标。

总策划说

本丛书每"讲"首先锁定重、难点目标，接着点悟解决问题的方法与策略，继而通过典型例题的"解题快车道""思路巧点拨"，让学生体验"精彩小结"，最后精心设计具有探索性、开放性的训练题，进行加速、冲刺训练，让学生感受并认同名校名师学习与考试的主体性和开放性。

责任编辑说

这无疑是一套精彩纷呈的助学、助考读物，各分册主编均是京、津、江、浙等10个省市的特级教师与奥林匹克教练员。最强势的群体，推出的无疑是最权威、最实用的作品。

大学生说

作为在校的大学生、研究生，我们有幸参与了本丛书的校对与验题，各个典型题"学有一得"这个开放性的栏目使我们跃跃欲试：作者每"讲"只写一则以作示范，其余各题的"学有一得"均让读者完成，内容与写法不拘一格。写好了，不但可以在再版时署名发表，还有机会参加摇奖呐!你赶快试试呀!

ISBN 7-5383-3854-3

ISBN7-5383-3854-3/G·3504
定价：16.80元

冲刺名牌高中

10省市名师全程助学、助考新兵法

目　录

第一章　一元二次方程

第二章　函数及其图象

第三章 统计初步

第四章 解直角三角形

第五章 圆

附录 参考答案及提示

第一章 一元二次方程

第一讲 一元二次方程及其解法

热点聚焦 为响应国家关于绿化环境的号召，温岭乡准备建一个苗圃培育树苗．苗圃为长方形，长比宽多 10m，总面积为 $375m^2$．问苗圃的长与宽各多少 m？为了保护幼小的树苗，计划在苗圃的四周围上竹篱笆，那么要买多长的篱笆，才能做到既不多也不少呢？

在初一时已经学习了列方程解应用题．因而我们设苗圃的宽为 xm，则苗圃长为 $(x+10)$m，依题意，得

$$x(x+10)=375.$$

这个方程的两边都是关于未知数的整式，这样的方程可称整式方程．

在整式方程中，只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的方程，叫做一元二次方程．

欲知篱笆的长度，就必须研究一元二次方程的解法．研究的方法是从简单到复杂，特殊到一般，然后再回到特殊，共有四种方法：

1．直接开平方法．

这种方法适用于方程的一边为含有未知数的一次式的平方，另一边为非负数的方程．

例如：解方程 $(x+5)^2=400$．

两边开平方，得

$$x+5=\pm 20,$$

$$x_1=15, x_2=-25.$$

2．配方法．

方程的一边虽然不是完全平方，但可以根据两数和（或差）的完全平方公式，配

成完全平方．然后用直接开平方的方法来解．

例如：解方程 $x^2+10x=375$．

两边同加上 5^2，得

$$x^2+2\times5x+5^2=375+5^2.$$
$$(x+5)^2=400.$$

以下同 1．

3. 公式法．

对一般的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$进行配方，得求根公式：

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}(b^2-4ac\geqslant0).$$

只要满足 $b^2-4ac\geqslant0$ 的方程，都能用这个公式来求解．

例如： 解方程 $x^2+10x-375=0$．

由公式，得 $x=\dfrac{-10\pm\sqrt{10^2+4\times375}}{2}$．

$$x_1=15,x_2=-25.$$

4. 因式分解法．

一般来说，对于一元二次方程，都可用公式法来解．当方程的一边可进行因式分解，另一边为0时，用因式分解法更为简便．

例如：解方程 $x^2+10x-375=0$．

因式分解，得

$$(x-15)(x+25)=0.$$

解得 $x_1=15,x_2=-25$．

$\because$ $x_2=-25$ 不合题意，舍去，

$\therefore$ $x=15,x+15=25,2(2x+15)=90$．

答：苗圃的长 25m，宽 15m，篱笆长 90m．

从苗圃问题可以知道一般的一元二次方程都可以用上述四种方法来解，至于用哪一种方法解更简捷，那要具体问题，具体分析．

领悟捷径

例 1 解方程 $3x^2-5x+2=0$．

[illegible] **公式法．**

$\because$ $a=3,b=-5,c=2$,

$\therefore$ $b^2-4ac=(-5)^2-4\times3\times2=1>0$,

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2\times3}=\frac{5\pm1}{6}.$$

[illegible]

一般的一元二次方程都可以有三种解法．

公式法应

$$\therefore \quad x_1=1,x_2=\frac{2}{3}.$$

[illegible] **配方法.**

移项后,两边同除以 3,得

$$x^2-\frac{5}{3}x=-\frac{2}{3}.$$

两边都加上$\left(\frac{5}{6}\right)^2$,得

$$x^2-\frac{5}{3}x+\left(\frac{5}{6}\right)^2=-\frac{2}{3}+\left(\frac{5}{6}\right)^2.$$

整理,得

$$\left(x-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{1}{36}.$$

两边开平方,得

$$x-\frac{5}{6}=\pm\frac{1}{6}.$$

移项,得

$$x=\frac{5}{6}\pm\frac{1}{6}.$$

$$\therefore \quad x_1=1,x_2=\frac{2}{3}.$$

[illegible] **因式分解法.**

把左边因式分解,得

$$(3x-2)(x-1)=0.$$

$$\therefore \quad 3x-2=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

即

$$x_1=\frac{2}{3},x_2=1.$$

用较普遍,但必须牢记公式,配方法不必记公式但运算较繁.

因式分解法较简便,但则必须掌握分解的技巧.

[illegible] 1.(1)x 的系数包括前面的符号不能写成 $b=5$,应写成 $b=-5$;

(2)应用公式法求根时,可先计算 b^2-4ac 的值;

(3)注意判断,当 $b^2-4ac\geqslant 0$ 时算术根$\sqrt{b^2-4ac}$才有意义,然后再把 a,b,c 及 b^2-4ac 的值代入求根公式中相应的字母,即可求出方程的两根.

2.(1)应把二次项系数化成 1,并把常数项移到方程的右边;

(2)两边同时加上一次项系数一半的平方;

(3)左边配成含 x 的完全平方,如果右边计算出的是非负数就可以进一步通过直接开平方法来求出它的解.

3.(1)把二次项 $3x^2$ 分解成 $3x\cdot x$ 把常数项分解成$(-2)\times(-1)$,使得交叉相

乘等于一次项,即 $3x\cdot(-1)+x(-2)=-5x$;

(2)两个数相乘等于0,那么这两个数中,至少有一个数等于0.反之,如果两个因数中,有一个因数等于0,那么它们的乘积必定等于0.

例2 用适当的方法解下列方程:

[illegible]

(1) $(x+2)^2=(2x-3)^2$;

(2) $x^2+4x-5=0$;

(3) $\sqrt{2}x^2-\sqrt{5}x-\sqrt{2}=0$;

(4) $4(x+3)^2-5(x+3)=0$.

(1)[illegible] $(x+2)^2=(2x-3)^2$.

两边开平方,得

$$x+2=\pm(2x-3).$$

$$x+2=2x-3,$$

$$\therefore \quad x_1=5.$$

$$x+2=-2x+3,$$

$$\therefore \quad x_2=\frac{1}{3};$$

(2)[illegible] $x^2+4x-5=0$.

移项后两边都加上 2^2,得

$$x^2+4x+2^2=2^2+5,$$

$$(x+2)^2=9,$$

$$x+2=\pm 3,$$

$$x=-2\pm 3.$$

$$\therefore \quad x_1=1,x_2=-5.$$

[illegible] $x^2+4x-5=0$.

左边因式分解,得

$$(x-1)(x+5)=0.$$

$$\therefore \quad x-1=0 \text{ 或 } x+5=0,$$

即

$$x_1=1,x_2=-5;$$

(3)[illegible] $\sqrt{2}x^2-\sqrt{5}x-\sqrt{2}=0$.

$$\because \quad a=\sqrt{2},b=-\sqrt{5},c=-\sqrt{2},$$

$$\therefore \quad b^2-4ac=(-\sqrt{5})^2-4\times\sqrt{2}\times(-\sqrt{2})$$

$$=5+8=13>0.$$

$$\therefore \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{\sqrt{5}\pm\sqrt{13}}{2\times\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{10}\pm\sqrt{26}}{4},$$

即 $$x_1=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{26}}{4},x_2=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{26}}{4};$$

(4)[redacted] $4(x+3)^2-5(x+3)=0.$

整理成标准方程，得

$$4(x^2+6x+9)-5x-15=0,$$

即 $$4x^2+19x+21=0.$$

$$\because \quad a=4,b=19,c=21,$$

$$\therefore \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-19\pm\sqrt{19^2-4\times4\times21}}{2\times4}$$

$$=\frac{-19\pm5}{8}.$$

$$\therefore \quad x_1=-3,x_2=-\frac{7}{4}.$$

[redacted] $4(x+3)^2-5(x+3)=0.$

提取公因式，得

$$(x+3)(4x+7)=0.$$

$$\therefore \quad x+3=0 或 4x+7=0,$$

即 $$x_1=-3,x_2=-\frac{7}{4}.$$

[redacted] 1. 方程两边均为完全平方，采用直接开平方法比较简便. 一个正数有两个平方根，故开平方时，必须取"±"两个符号.

2. (1)当二次项系数为 1，并且一次项的系数是偶数时，采用配方法比较简便；

(2)二次项只能分解成 $x\cdot x$，常数项只能分解成$(-1)\times5$，交叉相乘的和恰好等于中间的一次项，即

$$5x-x=4x.$$

故用因式分解法也比较简便.

3. 本题不能直接开平方. 系数为无理数，又难以配方和因式分解，故最好的办法是采用求根公式来求根.

4. (1)化成标准方程后，虽然可以用公式法求解，但数据太大计算较繁；若把左边整理，得 $4x^2+19x+21=0$ 因式分解，得

$$(4x+7)(x+3)=0.$$

此法比求根公式简便些，但也不是最好的方法；

(2)左边的公因式 $(x+3)$ 是显而易见的，故用因式分解法最为简便，但要注意避免两边同除以 $x+3$，因为 $x+3$ 是否为0无法确定，若两边除以 $(x+3)$，则只得一个根 $x=-\dfrac{7}{4}$，事实上 $x=-3$ 也是方程的一个根.

例3 解方程 $x^2-6|x|+5=0$.

[illegible]

[illegible] 当 $x\geqslant 0$ 时，原方程为

$$x^2-6x+5=0.$$

分解因式，得

$$(x-1)(x-5)=0.$$

解得 $x_1=1,x_2=5$；

当 $x<0$ 时，有

$$x^2+6x+5=0.$$

分解因式，得

$$(x+1)(x+5)=0.$$

∴ $x_3=-1,x_4=-5$.

[illegible] $|x|^2-6|x|+5=0$.

分解因式，得

$$(|x|^2-1)(|x|-5)=0.$$

∴ $|x|=1,|x|=5$.

当 $x>0$ 时，原方程的根为

$$x_1=1,x_2=5;$$

当 $x<0$ 时，原方程的根为

$$x_3=-1,x_4=-5.$$

[illegible] 1. 当方程的未知数含有绝对值符号时，设法去掉绝对值符号，化成一般形式的标准方程；去掉绝对值符号要根据绝对值的定义进行分类讨论.

2. 因为 $x^2=|x|^2$，所以可以把 $|x|$ 看成一个未知数；而原方程的未知数是 x，不是 $|x|$，故求得 $|x|$ 的值之后还得分类讨论，去掉绝对值符号.

例4 当 $mn\neq 0$ 时，解关于 x 的方程：

[illegible]

$$mnx^2-(m^2+n^2)x+mn=0.$$

公式法.

$\because \quad a=mn, b=-(m^2+n^2), c=mn,$

$\therefore \quad b^2-4ac=[-(m^2+n^2)]^2-4m^2n^2=(m^2-n^2)^2\geqslant 0.$

$$\therefore \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{(m^2+n^2)\pm|m^2-n^2|}{2mn}=\frac{(m^2+n^2)\pm(m^2-n^2)}{2mn},$$

即
$$x_1=\frac{m}{n}, x_2=\frac{n}{m}.$$

分组分解法.

分组,得

$$mnx^2-m^2x-n^2x+mn=0.$$
$$mx(nx-m)-n(nx-m)=0,$$

即
$$(x-\frac{m}{n})(x-\frac{n}{m})=0(mn\neq 0).$$

$$\therefore \quad x_1=\frac{m}{n}, x_2=\frac{n}{m}.$$

1. 含有字母系数的一元二次方程,必须在 $b^2-4ac\geqslant 0$ 的前提条件下,才能用求根公式.

2. 对于 $|m^2-n^2|$ 本应分两类进行讨论,即

(1)当 $m^2\geqslant n^2$ 时 $|m^2-n^2|=(m^2-n^2)$;

(2)当 $m^2<n^2$ 时 $|m^2-n^2|=-(m^2-n^2)$.

但因绝对值符号前面已经有"±"号,其结果与讨论一致,故可省去讨论.

3. 分组分解法的关键是分组后,各组都有公因式.

例　是否存在实数 m,n,使得多项式 $m^2n^2+n^2-2mn-4n+6$ 的值为0.若存在,试求 m,n 的值.

设 $m^2n^2+n^2-2mn-4n+6=0$.

整理成关于 n 的一元二次方程,得

$$(m^2+1)n^2-(2m+4)n+6=0.$$

$\because \quad a=m^2+1, b=-(2m+4), c=6,$

$\therefore \quad b^2-4ac=[-(2m+4)]^2-4\cdot(m^2+1)\cdot 6$

$\qquad =4[(m+2)^2-(m^2+1)\cdot 6]$