



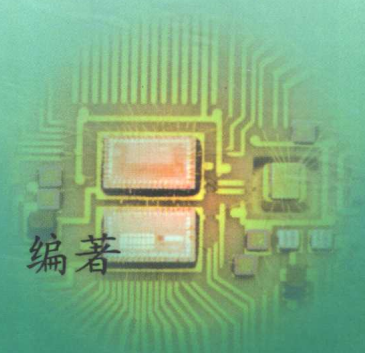
高等学校通信专业教材

数字电路与逻辑设计



邓元庆 主编

关宇 徐志军 贾山松 牛瑞萍 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

URL: <http://www.phei.com.cn>

高等学校通信专业教材

数字电路与逻辑设计

邓元庆 主编

关 宇 徐志军 编著
贾山松 牛瑞萍

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书主要介绍四个方面的内容:

一是数字逻辑基础,内容包括计算机等数字设备中常用的数制与代码、逻辑代数基础、逻辑函数的描述方法、逻辑函数的化简方法;二是数字电路的分析与设计方法及常用逻辑器件应用,内容包括组合逻辑电路分析与设计、时序逻辑电路分析与设计、标准逻辑模块应用、可编程逻辑器件原理与应用;三是数字-模拟接口电路,内容包括数字/模拟转换电路和模拟/数字转换电路;四是数字系统,内容包括数字系统设计、数字系统CAD与可测试性设计。

本书不仅介绍了数字电路与逻辑设计的一些经典内容,而且也介绍了数字电路与逻辑设计的一些现代的内容,选材新颖,结构合理,充满了时代感。既可作为电子工程、信息工程、计算机科学与技术等电类专业和机电一体化等非电类的专业基础课教材,也可作为相关专业工程技术人员的学习与参考用书。

本书建议学时为60~80学时。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,翻版必究。

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与逻辑设计/邓元庆主编. - 北京:电子工业出版社,2001.1

高等学校通信专业教材

ISBN 7-5053-6252-6

I. 数... II. 邓... III. ①数字电路-教材②逻辑电路-电路设计-教材 IV. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 55787 号

丛 书 名: 高等学校通信专业教材

书 名: 数字电路与逻辑设计

主 编: 邓元庆

编 著 者: 关 宇 徐志军 贾山松 牛瑞萍

责任编辑: 陈晓明

特约编辑: 李双庆

排版制作: 电子工业出版社计算机排版室

印 刷 者: 北京四季青印刷厂

装 订 者: 河北省涿州桃园装订厂

出版发行: 电子工业出版社 URL: <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销: 各地新华书店

开 本: 787×1092 1/16 印张: 19.5 字数: 499.2 千字

版 次: 2001 年 1 月第 1 版 2001 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-5053-6252-6
TN·1391

印 数: 7000 册 定价: 25.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页、所附磁盘或光盘有问题者,请向购买书店调换;

若书店售缺,请与本社发行部联系调换。电话 68279077

序

为培养适应信息时代需要的高素质人才,近年来,全军通信院校实施了面向 21 世纪教学改革计划,在教学内容和课程体系改革上取得了丰硕成果。为及时总结和推广改革成果,从 1999 年开始,我部启动了“撰名著”工程,力求编写出一批思想性、先进性、针对性、科学性、实践性较强的“精品”教材,为培养高素质人才创造条件。

列入首批“撰名著”工程建设的教材共有 21 本,其中《数字电路与逻辑设计》、《通信电子线路》、《电磁场与电磁波》、《现代通信原理》、《现代通信技术》、《现代通信系统》等 6 本为统编教材。为确保质量,通信部集中了通信系统的院士、博士生导师和部分优秀中青年教学骨干,在统编教材的过程中,对编写纲目进行了集体审定。与以往出版的同类教材相比,这套教材具有以下特点:

体现了时代性:充分吸收新理论、新技术、新装备成果,整个知识点建立在“高”、“新”平台上,反映了本学科的发展前沿和趋势。

突出了系统性:6 本统编教材自成系列,对现代通信技术基础、原理、技术和运用等做了全面、系统的介绍,各教材内容衔接比较紧密,分工比较合理,层次分明,重点突出。

加强了实践性:在阐述理论知识的同时,注重基本技能和基本方法的讲授,并紧密结合通信建设实际,培养学员解决实际问题的能力。

注重了通俗性:概念、原理以及新技术的阐述比较精炼,深入浅出,图文并茂,便于自学。

我们希望这套教材的出版,能够有助于现代通信技术的传播,为现代通信事业的发展做出应有的贡献。

本套教材可作为高等院校通信及相关专业本、专科生课程教材,也可作为通信工程技术人员学习的参考书。

衷心地感谢为这套教材编写付出辛勤劳动的全体作者;感谢为此提供支持的院校、部队、机关的领导和有关人员;感谢电子工业出版社为本套教材的出版所付出的努力。

总参谋部通信部

2000 年 12 月

前 言

《数字电路与逻辑设计》是电子工程、信息工程、计算机科学和技术等电类专业和机电一体化等非电类专业的一门重要的专业基础课。随着微电子技术和信息处理技术的飞速发展,其教学内容已有了很大的变化,原有的教学大纲和教材内容已很难适应新时代的发展要求,教学改革已经势在必行。为此,总参通信部提出了适应 21 世纪人才培养需要的一整套教学改革措施,其中包括确定“加强基础,拓宽专业,增加新技术,加强能力培养,提高学员综合素质”的教学改革宗旨和制定新的教学大纲、重新编写主干课程教材等重大举措。本书就是总参通信部确定的第一批统编重点教材之一。

为了贯彻落实总部的教学改革精神,我们先后到北京、上海、西安、长沙、南京等地军内外十余所知名院校调研,广泛听取专家们的意见和建议,并结合军队的实际,确定了《数字电路与逻辑设计》教材的改革思路,即:删除过时内容,压缩小规模电路内容,加强中、大规模电路内容,增加数字系统设计和 CAD、EDA 等反映数字电子技术新成果的内容,在保证总学时不变的前提下,拓展教学内容,努力提高学员的逻辑思维能力、系统设计能力、独立自学能力、实际动手能力和科学创新能力等综合素质。

为了实现上述目标,我们对《数字电路与逻辑设计》课程原来的体系结构进行了重大变革,对该课程的教学内容作了较大幅度的调整,删除了逻辑函数的代数化简、基于触发器的计数器和移位型计数器分析与设计等教学内容;压缩了集成逻辑门电路、卡诺图化简、基于逻辑门的组合逻辑电路的分析与设计、集成触发器等教学内容;加强了中大规模数字集成电路及超大规模数字集成电路(可编程逻辑器件)原理与应用的教学内容;增加了实用数字系统设计、数字系统 CAD 和电子设计自动化(EDA)及可测试性设计等反映当代数字电子技术发展水平的教学内容。新大纲对实验内容、教学手段、教学方法等也提出了新的要求,例如明确提出采用多媒体教学软件等现代化教学手段,提高授课的信息量和效果。与原大纲相比,新大纲教学内容的调整幅度约为 40%。

本书由解放军理工大学邓元庆教授主编,5 人参编,南京航空航天大学蒋璇教授和解放军理工大学荀殿栋教授主审。按编写内容多少及工作量大小排序,参编者及编写内容如下:

邓元庆编写第 1 章、第 7 章,并负责全书统稿和定稿;关宇编写第 4 章、第 5 章;徐志军编写第 6 章、第 9 章;贾山松编写第 2 章、第 3 章;牛瑞萍编写第 8 章。

本书在编写过程中,得到了总参通信部训练局领导和解放军理工大学通信工程学院领导及教保科许晔峰科长的大力支持,南京航空航天大学蒋璇教授和解放军理工大学荀殿栋教授在审稿过程中也提出了许多宝贵的意见和建议,为本书增色不少,在此一并致谢。

由于编者水平有限,书中难免还有不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者
2000 年 8 月

目 录

第 1 章 数字逻辑基础	(1)
1.1 绪论	(1)
1.1.1 数字电路的基本概念	(1)
1.1.2 数字集成电路的发展趋势	(3)
1.2 数制与代码	(4)
1.2.1 数制及其相互转换	(4)
1.2.2 带符号数表示法	(8)
1.2.3 代码	(10)
1.3 逻辑代数基础	(14)
1.3.1 逻辑代数的基本运算	(14)
1.3.2 逻辑代数的基本公式和运算规则	(17)
1.3.3 复合逻辑运算与常用逻辑门	(19)
1.3.4 正逻辑与负逻辑	(20)
1.4 逻辑函数的描述方法	(21)
1.4.1 真值表描述法	(21)
1.4.2 代数式描述法	(21)
1.4.3 卡诺图描述法	(25)
1.5 逻辑函数的化简	(27)
1.5.1 逻辑化简的意义	(27)
1.5.2 逻辑函数的卡诺图化简法	(29)
1.5.3 带有任意项逻辑函数的化简	(33)
习题 1	(35)
第 2 章 组合逻辑电路	(38)
2.1 集成逻辑门	(38)
2.1.1 TTL 逻辑门电路	(39)
2.1.2 CMOS 逻辑门电路	(43)
2.1.3 集成逻辑门电路的使用	(45)
2.2 组合逻辑电路分析	(49)
2.2.1 分析步骤	(49)
2.2.2 分析举例	(49)
2.3 组合逻辑电路设计	(50)
2.3.1 设计步骤	(50)
2.3.2 设计举例	(51)
2.4* 组合逻辑电路中的竞争与冒险	(52)
2.4.1 竞争与冒险现象	(53)

2.4.2 冒险现象的识别	(53)
2.4.3 冒险现象的消除方法	(55)
习题 2	(55)
第 3 章 组合逻辑模块及其应用	(59)
3.1 加法器	(59)
3.1.1 半加器和全加器	(59)
3.1.2 加法器典型模块及应用	(61)
3.2 数码比较器	(64)
3.2.1 MSI 比较器典型模块	(64)
3.2.2 MSI 比较器模块的应用	(65)
3.3 编码器与译码器	(67)
3.3.1 编码器	(67)
3.3.2 译码器及其应用	(72)
3.4 数据选择器和数据分配器	(82)
3.4.1 数据选择器及其应用	(82)
3.4.2 数据分配器及其实现	(87)
习题 3	(88)
第 4 章 时序逻辑电路	(91)
4.1 时序电路基础	(91)
4.1.1 时序电路的一般模型	(91)
4.1.2 状态表和状态图	(92)
4.1.3 时序电路的一般分类	(93)
4.2 触发器	(94)
4.2.1 基本 RS 触发器	(95)
4.2.2 同步 RS 触发器	(96)
4.2.3 集成触发器	(97)
4.3 同步时序电路分析	(101)
4.3.1 分析步骤	(101)
4.3.2 分析举例	(102)
4.4 同步时序电路设计	(104)
4.4.1 设计步骤	(105)
4.4.2 建立原始状态图(或状态表)	(105)
4.4.3 状态化简	(110)
4.4.4 状态分配	(114)
4.4.5 设计举例	(115)
4.5 异步时序电路	(118)
4.5.1 异步时序电路分类	(118)
4.5.2 脉冲型异步时序电路	(119)
4.5.3 电平型异步时序电路	(122)
习题 4	(124)

第 5 章 时序逻辑模块及其应用	(132)
5.1 移位寄存器及其应用	(132)
5.1.1 数码寄存器	(132)
5.1.2 移位寄存器	(133)
5.1.3 移位寄存器的应用	(140)
5.2 计数器及其应用	(144)
5.2.1 2^n 进制计数器	(145)
5.2.2 非 2^n 进制计数器	(151)
5.2.3 计数器模块的应用	(159)
5.3 随机存取存储器(RAM)	(166)
5.3.1 RAM 的存储原理	(167)
5.3.2 典型 RAM 模块及其使用方法	(169)
习题 5	(172)
第 6 章 数字电路的 PLD 实现	(181)
6.1 可编程逻辑器件 PLD 概述	(181)
6.1.1 可编程 ASIC 简介	(181)
6.1.2 PLD 的发展及分类	(182)
6.2 PLD 的基本结构	(185)
6.2.1 PLD 电路的表示方法及有关符号	(185)
6.2.2 与-或阵列	(186)
6.2.3 宏单元	(187)
6.2.4 GAL 器件的结构、性能与应用	(189)
6.3 高密度可编程逻辑器件 FPGA 和 CPLD	(192)
6.3.1 Xilinx 公司的 FPGA	(192)
6.3.2 Lattice 公司的 CPLD	(195)
6.4 数字电路的 PLD 实现	(200)
6.4.1 低密度可编程逻辑器件的设计实例	(200)
6.4.2 高密度可编程逻辑器件的设计实例	(203)
习题 6	(208)
第 7 章 数字系统设计	(210)
7.1 数字系统设计概述	(210)
7.1.1 数字系统的基本概念	(210)
7.1.2 数字系统设计的一般过程	(211)
7.1.3 数字系统设计的常用工具	(213)
7.1.4 分组-按序算法语言	(214)
7.2 数字系统的实现方法	(217)
7.2.1 数字系统的总体方案与逻辑划分	(217)
7.2.2 数据子系统的构造方法	(218)
7.2.3 数字系统的控制算法与控制状态图	(219)

7.2.4 控制子系统的实现方法	(221)
7.3 数字系统设计举例	(224)
7.3.1 8 位二进制数字密码锁系统	(225)
7.3.2 十字路口交通灯控制系统	(231)
习题 7	(237)
第 8 章 集成数/模和模/数转换器及其应用	(239)
8.1 集成数/模转换器	(239)
8.1.1 数/模转换的基本概念	(239)
8.1.2 常用数/模转换技术	(240)
8.1.3 集成 DAC 的主要参数	(245)
8.1.4 集成 DAC 芯片的选择与使用	(246)
8.2 集成模/数转换器	(251)
8.2.1 模/数转换的一般过程	(251)
8.2.2 常用模/数转换技术	(253)
8.2.3 集成 ADC 的主要参数	(256)
8.2.4 集成 ADC 芯片的选择与使用	(257)
8.3 数/模和模/数转换器的应用	(264)
8.3.1 数据采集与控制系统的功能	(264)
8.3.2 实际数据采集系统举例	(266)
8.3.3 计算机控制系统中的标准化 D/A、A/D 模板介绍	(269)
习题 8	(271)
第 9 章 数字系统 CAD 与可测试性设计	(275)
9.1 数字系统 CAD 与电子设计自动化	(275)
9.1.1 数字系统 CAD 的一般概念	(275)
9.1.2 EDA 技术的范畴和基本特征	(276)
9.1.3 EDA 的基本工具	(278)
9.2 逻辑综合	(279)
9.2.1 逻辑综合的作用	(280)
9.2.2 逻辑综合的内容	(280)
9.2.3 逻辑综合的基本方法	(284)
9.3 逻辑模拟	(285)
9.3.1 逻辑模拟的特点	(285)
9.3.2 逻辑模拟的模型	(286)
9.3.3 逻辑模拟的过程	(290)
9.3.4 逻辑模拟的算法	(291)
9.4 数字系统的可测试性设计	(292)
9.4.1 数字系统的测试生成	(292)
9.4.2 数字系统的可测试性设计	(295)
9.4.3 边界扫描测试技术	(297)
习题 9	(303)

第1章 数字逻辑基础

本章介绍数字逻辑的基本概念和数学工具,内容主要包括计算机等数字设备中的常用数制与代码、逻辑代数基础、逻辑函数的描述方法以及逻辑函数的卡诺图化简法。这些内容是分析和设计数字电路的基础,贯穿全书的始终。

1.1 绪论

随着电子计算机的普及和信息时代的到来,数字电子技术正以前所未有的速度在各个领域取代模拟电子技术,并迅速渗透进人们的日常生活。数字手表、数字相机、数字电视、数字影碟机、数字通信……这一切的一切,都向我们述说着这样一个事实,那就是数字化已经成为当今电子技术发展的潮流,人类已经进入了数字时代。从某种意义上讲,说数字时代就是信息时代的代名词并非言过其实。

作为数字电子技术的结晶,数字电路在数字通信和电子计算机中扮演着举足轻重的重要角色。数字通信中的编码器、译码器,计算机中的运算器、控制器、寄存器、存储器,无一不是采用的数字电路。即使是像调制解调器这类过去通常用模拟技术实现的器件,今天也越来越多地采用了数字技术来实现。可以毫不夸张地说,数字电路是数字通信和电子计算机的重要基石,它们构成了数字通信设备和电子计算机的硬件基础。

本节作为全书的绪论,将简要介绍数字电路的一些基本概念以及数字集成电路的发展趋势,使读者在学习数字电路分析与设计方法之前,首先建立起数字电路的整体概念。

1.1.1 数字电路的基本概念

(一) 什么是数字电路

1. 模拟量与数字量

为了说明什么是数字电路,首先从模拟量和数字量谈起。

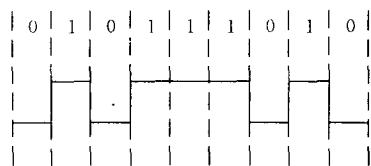
在自然界中,存在着各种各样的物理量,尽管它们的形式千差万别,但就其共性特征而言,可以归纳为两类,一类称为模拟量,一类称为数字量。模拟量的变化是连续的,可以取某一值域内的任意值,例如温度、压力、交流电压等就是典型的模拟量。数字量的变化是不连续的(不连续也称为离散),只能在某个离散的瞬间变化并按有限个阶梯或增量来取值,例如教室中的人数、货架上商品的个数等就是典型的数字量。

在实际生活中,许多物理量的测量值既可以用模拟形式来表示,也可以用数字形式来表示。例如电压,用指针式电压表来测量时它是模拟形式的,而用数字式电压表来测量时它是数字形式的。

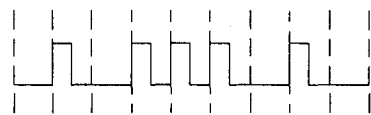
利用现代电子技术,可以实现模拟量与数字量之间的相互转换。

2. 模拟信号与数字信号

在电子设备中,常常将表示模拟量的电信号叫做模拟信号(Analog Signal),将表示数字量的电信号叫做数字信号(Digital Signal)。大家熟悉的正弦波信号和方波信号就是典型的模拟信号和数字信号。



(a) 电平型信号



(b) 脉冲型信号

图 1.1 数字信号的传输波形

数字信号是一种脉冲信号(Pulse Signal)。脉冲信号的基本特点就是边沿陡峭,持续时间短。广义地讲,凡是非正弦信号都称为脉冲信号。

数字信号有两种传输波形,一种称为电平型,另一种称为脉冲型。电平型数字信号是以一个时间节拍内信号是高电平还是低电平来表示“1”或“0”,而脉冲型数字信号是以一个时间节拍内有无脉冲来表示“1”或“0”,如图 1.1 所示。从图中可见,二者在波形上的显著差别是,电平型信号波形在一个节拍内不会归零,而脉冲型信号波形在一个节拍内会归零。

与模拟信号相比,数字信号具有抗干扰能力强、存储处理方便等优点。

3. 模拟电路与数字电路

与电路所采用的信号形式相对应,将传送、变换、处理模拟信号的电子电路叫做模拟电路(Analog Circuit),将传送、变换、处理数字信号的电子电路叫做数字电路(Digital Circuit)。大家熟悉的各种放大电路就是典型的模拟电路,而数字表、数字钟的定时电路就是典型的数字电路。

(二) 数字电路的主要优点

与模拟电路相比,数字电路具有抗干扰能力强、可靠性高、精确性和稳定性好、通用性广、便于集成、便于故障诊断和系统维护等突出优点。以抗干扰能力和可靠性为例,数字电路不仅可以通过整形去除叠加于传输信号上的噪声与干扰,而且还可以进一步利用差错控制技术对传输信号进行检错和纠错。

正是因为这些优点,才使得数字电路在众多领域取代模拟电路、数字通信取代模拟通信成为很长一段时期以来电子技术与电子通信领域的发展潮流。可以相信,这一发展趋势将继续进行下去。

(三) 数字电路中的操作

1. 算术操作

数字电路可以对各种数字量进行算术运算,完成加、减、乘、除等基本算术操作。电子计算机之所以称为计算机,就是因为其 CPU 中的运算器因采用数字电路而可以对各种数据进行快速的算术运算,使得“计算”成为电子计算机的一个重要特色。

2. 逻辑操作

数字电路不仅可以对各种数字量进行算术运算,而且可以对各种逻辑量进行逻辑运算。它具有根据逻辑变量取值进行逻辑推理和逻辑判断的能力。为了突出这一特点,有时也将数字电路称为数字逻辑电路甚至就叫做逻辑电路。电子计算机就因为这种逻辑思维能力而被称为“电脑”。

1. 1. 2 数字集成电路的发展趋势

当前,数字集成电路正向着大规模、低功耗、高速度、可编程、可测试和多值化方向发展。

1. 大规模

随着数字电子技术的发展,一块半导体硅片上已可集成上百万个数字逻辑门,即使是一个相当复杂的数字系统,也有可能用单片数字集成电路予以实现。可以预见,将来的数字集成电路的集成规模将越来越大。集成规模的提高将极大地提高数字系统的可靠性,减小系统的体积,降低系统的功耗与成本。

2. 低功耗

数字系统的功耗很大程度上取决于所使用的芯片或模块,人们通常总是希望功耗越低越好。因此,低功耗是数字集成电路的当然选择。现在,即使是包含上百万个逻辑门的超大规模数字集成电路芯片,其功耗也可低达 mW 级。

3. 高速度

随着社会的发展,需要处理的信息越来越多,这就要求所使用的集成电路速度越来越高。正是在这样的需求背景下,个人计算机才从当初的 PC 机快速发展到今天的奔腾计算机。据报道,2000 年 6 月底,计算机世界霸主美国相继传出消息,处理速度为 1.5GHz 的奔腾 4 处理器已由计算机芯片巨头 Intel 公司向全世界推出,用于核武器模拟试验的每秒运算速度为 12.3 万亿次的目前世界上运算速度最快的超级计算机“白色 ASCI”也已由 IBM 公司研制成功并将于年底安装在美国能源部设在加利福尼亚州的劳伦斯·利弗莫尔国家实验室。一种旨在帮助探明人体蛋白质结构、运算速度高达每秒 1000 万亿次的名叫“蓝色基因”的超级计算机,也早已列入了 IBM 公司的研究计划。虽然计算机的这种高速度在很大程度上依赖于并行处理技术,但集成电路芯片本身的高速度也不容置疑。

4. 可编程

早期出现的 MSI/LSI 数字集成电路,其功能是由生产厂家根据用户的一般需求而在生产时决定的。大多数情况下,用户使用这种通用型集成电路来实现各种逻辑功能还是非常方便的。但当数字系统比较复杂时,所需要的逻辑模块数量往往比较多,这不仅增大了系统的体积和功耗,也降低了系统的可靠性。此外,使用常规模块设计数字系统,也无法防止别人的分析和仿制,设计者的知识产权及合法利益无法得到有效保护。

为了解决这些问题,现在的许多 LSI/VLSI 数字集成电路具有“可编程”的特性。即厂家生

产这些模块时,只生产“半定制”的产品,模块的具体功能由用户根据实际需要进行现场“编程”来决定。这种可编程逻辑器件(Programmable Logic Device——PLD)大多数还具有“再编程”甚至可“在系统编程(In-System Programmable——ISP)”和“硬件保密”的能力,这不仅为用户研制开发产品带来了极大的方便和灵活性,而且也大大地提高了产品的可靠性和保密性。

5. 可测试

数字集成电路的规模越来越大,功能也越来越复杂。为了便于数字系统的使用和维护,要求所使用的逻辑模块具有“可测试性”,用户可方便地对其进行“故障诊断”。“可测试”已成为未来数字集成电路的一个重要的发展趋势。

6. 多值化

传统的数字电路使用 0、1 二值信号,虽然在信号的产生、传送、识别、处理等方面具有无可争议的优点,但同样不可否认的是,它也是信息量最少的一种信号形式。在要求处理的信息越来越多的今天,提高处理速度虽然也不失为一条解决之道,但如果使用三值、四值甚至更多值的多值信号形式,同样可以大大提高传输线路的信息密度和集成电路的信息处理能力。

正是基于这一认识,从 20 世纪 70 年代起,多值信号和多值逻辑电路的研究便一直受到世界各国的广泛关注。人们在对传统电路族进行研究的同时,对多值信号和多值逻辑理论也进行了深入研究,不仅提出了一些创新的多值逻辑电路设计理论,而且在多值逻辑器件实用化和多值计算机的研究方面也取得了可喜进展。1976 年,Signetics 公司率先研制成功四值 I²L 器件并将其投放市场;1981 年,Intel 公司在 Intel-8087 数字处理机中首次采用四值 ROM。美国、日本、加拿大等国还先后研制成功三值和四值计算机样机。所有这些都表明,多值逻辑技术已开始进入实用化阶段。

由此不难看出,多值化是数字集成电路的又一发展趋势。虽然多值集成电路要像二值集成电路那样获得广泛应用还有很长的一段路要走,但它毕竟已向人们展示出了勃勃的生机和诱人的前景。由于本书主要介绍二值逻辑,因此,这里仅简单介绍一下多值逻辑的基本概念及研究情况。对多值逻辑感兴趣的读者,可以阅读本章所列的有关参考书。

1.2 数制与代码

本节首先介绍常用数制及其相互转换方法,然后介绍带符号数的表示法,最后介绍几种常用的代码。

1.2.1 数制及其相互转换

(一) 数制

数制(Number System)是人类表示数值大小的各种方法的统称。迄今为止,人类都是按照进位方式来实现计数的,这种计数制度称为进位计数制,简称进位制。大家熟悉的十进制,就是一种典型的计数制度。

一种数制中允许使用的数符个数,称为这种数制的基数(Radix)或基(Base)。例如,十进制

中允许使用 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 十个数符,因此,十进制的基为 10。一般而言, r 进制的基就是 r ,允许使用的最大数符总是比 r 小 1。

1. 数的表示方法

在任何一种数制中,任何一个数都可以用位置记数法(Positional Notation)和多项式记数法(Polynomial Notation)来表示。

设一个 r 进制数 N_r (下标 r 表示数 N 的进制)包含 n 位整数和 m 位小数,则其位置记数法表示式为

$$N_r = (a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m})_r \quad (1.1)$$

其中, a_i 为第 i 位的有效数符,它为“1”时所表示的数值大小称为该位的“权(power)”,用 r^i 表示。“权”的概念表明,处于不同位置上的相同数符所代表的数值大小是不同的。例如十进制数 $(123.21)_{10}$,最高位和最低位均为 1,但它们代表的数值却分别为 $10^2 \times 1$ 和 $10^{-2} \times 1$;同样,次高位和次低位都为 2,但它们代表的数值却分别为 $10^1 \times 2$ 和 $10^{-1} \times 2$ 。

位置记数法实际上是下面多项式记数法(也称按权展开式)省略各位权值和运算符号并增加小数点(小数点也称为基点)后的简记形式

$$\begin{aligned} N_r &= r^{n-1} \times a_{n-1} + r^{n-2} \times a_{n-2} + \cdots + r^1 \times a_1 + r^0 \times a_0 \\ &\quad + r^{-1} \times a_{-1} + r^{-2} \times a_{-2} + \cdots + r^{-m+1} \times a_{-m+1} + r^{-m} \times a_{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} r^i \times a_i \end{aligned} \quad (1.2)$$

例如,十进制数 $(123.21)_{10}$ 的多项式表示式为

$$(123.21)_{10} = 10^2 \times 1 + 10^1 \times 2 + 10^0 \times 3 + 10^{-1} \times 2 + 10^{-2} \times 1$$

2. 常用数制

生活中人们最常用的是十进制数,但在计算机等数字设备中,用得最多的是二进制数和十六进制数。使用二进制数的原因是数字设备中所采用的数字电路通常只有两个状态(低电平状态和高电平状态),这两个状态正好用二进制数的两个符号(0 和 1)来表示。只是由于采用二进制来表示一个数时,往往因为数位太多而感觉书写不太方便,所以常用与二进制数有简单对应关系的十六进制数来表示。

十进制(Decimal)、二进制(Binary)和十六进制(Hexadecimal)的数符、权、运算规则及对应关系详见表 1.1。表中用以指明数位的 i 取值为整数。需要特别提醒大家注意的是,在十六进制数中,用英文字母 A、B、C、D、E、F 分别表示十进制数的 10、11、12、13、14 和 15。

(二) 数制转换

如前所述,人们熟悉的是十进制数,而计算机等数字设备中使用的却是二进制数或十六进制数。为了便于人机对话,因而有必要进行各种数制间的相互转换。

1. 任意进制数转换为十进制数

任意进制数转换为十进制数,其方法是完全相同的,这就是,首先写出待转换的 r 进制数的按权展开式,然后按十进制数的运算规则进行计算,即可得到转换后的十进制数。

例 1.1 将二进制数 $(101101.101)_2$ 和十六进制数 $(AF3.C)_{16}$ 转换为十进制数。

表 1.1 常用数制及其对应关系

项 目	十 进 制	二 进 制	十六进制
数 符	0,1,2,3,4, 5,6,7,8,9	0,1	0,1,2,3,4,5,6,7, 8,9,A,B,C,D,E,F
第 i 位的权	10^i	2^i	16^i
运算规则	逢 10 进 1, 借 1 为 10	逢 2 进 1, 借 1 为 2	逢 16 进 1, 借 1 为 16
对应关系	0	0	0
	1	1	1
	2	10	2
	3	11	3
	4	100	4
	5	101	5
	6	110	6
	7	111	7
	8	1000	8
	9	1001	9
	10	1010	A
	11	1011	B
	12	1100	C
	13	1101	D
	14	1110	E
	15	1111	F
	16	10000	10

解:

$$\begin{aligned}
 (101101.101)_2 &= 2^5 \times 1 + 2^4 \times 0 + 2^3 \times 1 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 1 \\
 &\quad + 2^{-1} \times 1 + 2^{-2} \times 0 + 2^{-3} \times 1 \\
 &= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0 + 0.125 \\
 &= (45.625)_{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (AF3.C)_{16} &= 16^2 \times A + 16^1 \times F + 16^0 \times 3 + 16^{-1} \times C \\
 &= 256 \times 10 + 16 \times 15 + 1 \times 3 + 16^{-1} \times 12 \\
 &= 2560 + 240 + 3 + 0.75 \\
 &= (2803.75)_{10}
 \end{aligned}$$

2. 二进制数与十六进制数的相互转换

从表 1.1 可见,二进制数与十六进制数之间的对应关系非常简单,即 1 位十六进制数对应于 4 位二进制数,反之亦然。因此,以小数点为基准,向左或向右将二进制数按 4 位 1 组进行分组(整数部分高位不足 4 位时,高位添 0;小数部分低位不足 4 位时,低位添 0),然后用相应的十六进制数代替各组二进制数,即可得到等值的十六进制数;反之,将十六进制数的每个数符用相应的 4 位二进制数代替(去除整数部分高位无效的 0 和小数部分末尾无效的 0),即可得到等值的二进制数。

例 1.2 将二进制数 $(101101.101)_2$ 转换为十六进制数,将十六进制数 $(5DA.2C)_{16}$ 转换为

二进制数。

解：

$$(101101.101)_2 = (0010\ 1101.1010)_2 = (2D.A)_{16}$$

$$(5DA.2C)_{16} = (0101\ 1101\ 1010.0010\ 1100)_2 = (10111011010.001011)_2$$

3. 十进制数转换为二进制数

十进制数转换为二进制数时,其整数部分和小数部分的转换方法是不同的,需要分别进行。

(1) 整数转换。十进制整数转换为二进制数时,其结果必然也是整数。利用转换前后数值相等的原理,有

$$N_{10} = N_2 = 2^{i-1} \times b_{i-1} + \dots + 2^1 \times b_1 + 2^0 \times b_0$$

将上式两端同时除以 2,所得的整数商应该相等,余数也应该相等。而右端的二进制按权展开式除以 2 后的余数是 b_0 ,因此,十进制数第 1 次除以 2 所得的余数就是等值二进制数的最低位 b_0 (最低位常用符号 LSB 表示);同理,将左端每次所得的整数商依次除以 2,所得的余数正好就是等值二进制数的 $b_1, b_2, \dots, b_{i-1}$ 。 b_{i-1} 是商为 0 时的余数,它是等值二进制数的最高位(最高位常用符号 MSB 表示)。这种转换方法称为除 2 取余法,它先得到的余数是等值二进制数的低位,后得到的余数是等值二进制数的高位。

例 1.3 将十进制数 $(234)_{10}$ 转换为二进制数。

解:采用竖式除法

$2 \overline{) 234}$	余数
$2 \overline{) 117}$	0(LSB)
$2 \overline{) 58}$	1
$2 \overline{) 29}$	0
$2 \overline{) 14}$	1
$2 \overline{) 7}$	0
$2 \overline{) 3}$	1
$2 \overline{) 1}$	1
0	1(MSB)

因此, $(234)_{10} = (11101010)_2$

(2) 小数转换。十进制小数转换为二进制数时,其结果也必然是小数。利用转换前后数值相等的原理,有:

$$N_{10} = N_2 = 2^{-1} \times b_{-1} + 2^{-2} \times b_{-2} + \dots + 2^{-j} \times b_{-j}$$

将上式两端同时乘以 2,显然左端乘积的整数部分就是右侧的 b_{-1} (即等值二进制小数的最高位)。然后把左端乘积的小数部分再乘以 2,所得整数部分便是 b_{-2} ,如此继续,直到乘积的小数部分是 0 或满足精度要求为止,得到等值二进制小数的最低位 b_{-j} 。这种转换方法称为乘 2 取整法,先得到的整数是二进制小数的高位,后得到的整数是二进制小数的低位。

例 1.4 将十进制数 0.6875 转换为二进制数。

解:采用乘 2 取整法

	整数
$0.6875 \times 2 = 1.3750$	1(MSB)
$0.3750 \times 2 = 0.7500$	0
$0.7500 \times 2 = 1.5000$	1
$0.5000 \times 2 = 1.0000$	1(LSB)

因此, $(0.6875)_{10} = (0.1011)_2$

如果一个十进制数既有整数部分又有小数部分,只要把它们分别进行转换即可,这里就不再举例了。

利用二进制数作桥梁,还可方便地将十进制数转换为十六进制数。

1.2.2 带符号数表示法

前面讨论各种进制数时,没有考虑数的正负问题。下面介绍带符号数的一些常用表示方法。

(一) 原码与补码表示法

1. 原码表示法

带符号数的原码(Sign Magnitude)表示法是,数值部分用二进制数表示,符号部分用0表示“+”,用1表示“-”,即采用符号位加绝对值的表示方法。这样形成的一组二进制数叫做原带符号数(也称真值)的原码。 n 位二进制原码所能表示的十进制数范围为 $-(2^{n-1}) \sim +(2^{n-1})$ 。

例 1.5 求出 $X = (+71)_{10}$ 和 $Y = (-71)_{10}$ 的八位二进制原码。

解: 由于 $(71)_{10} = (1000111)_2$, 因此, X 、 Y 的八位二进制原码分别为

$$X_{\text{原}} = (01000111)_2 \quad Y_{\text{原}} = (11000111)_2$$

2. 补码表示法

原码表示法虽然直观,数值的大小与符号可以一目了然,但由于原码的计算规则比较复杂,其电路实现时不太方便。因此,在计算机中很少采用原码表示法。

计算机中通常采用的带符号数表示法是补码(Complement)表示法,其规则是,对于正数,补码与原码相同;对于负数,符号位仍为1,但二进制数值部分要按位取反(此时称为反码),末位加1。这样得到的一组二进制数叫做原带符号数的补码。之所以将其称为补码,是因为真值为负数时所得到的补码与真值的数值部分满足互补关系,即它们的和为 2^n ,此处 n 为二进制补码的位数。利用这一特点,可以快速计算一个带符号二进制数或十六进制数的补码。

n 位二进制补码所能表示的十进制数范围为 $-2^n \sim +(2^n - 1)$ 。

例 1.6 求上例中 X 和 Y 的八位二进制补码。

解:

X 为正数,补码与原码相同,因此, $X_{\text{补}} = X_{\text{原}} = (01000111)_2$;

Y 为负数,数值部分要在原码的基础上按位取反,末位加1,因此, $Y_{\text{补}} = (10111001)_2$

利用互补特性,也可以求得 Y 的补码

$$Y_{\text{补}} = 2^8 - (1000111)_2 = (100000000)_2 - (1000111)_2 = (10111001)_2$$