高等学校
工科电子类 规划教材

电磁场理论

冯亚伯

DIAN ZI
KE JI DA XUE CHU
BAN SHE

电子科技大学出版社

高等学校教材

电 磁 场 理 论

冯 亚 伯

电子科技大学出版社

· 1995 ·

责任编辑 赵宝如 张 琴
封面设计 陈先明
版式设计 赵宝如

ISBN 7-81043-263-X/TN·31
定价:13.80元

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作的规定，我部承担了全国高等学校和中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从 1978～1990 年，已编审、出版了三个轮次教材，及时供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻国家教委《高等教育“八五”期间教材建设规划纲要》的精神，“以全国提高教材质量水平为中心，保证重点教材，保持教材相对稳定，适当扩大教材品种，逐步完善教材配套”，作为“八五”期间工科电子类专业教材建设工作的指导思想，组织我部所属的九个高等学校教材编审委员会和四个中等专业学校专业教学指导委员会，在总结前三轮教材工作的基础上，根据教育形势的发展和教学改革的需要，制订了 1991～1995 年的“八五”（第四轮）教材编审出版规划。列入规划的，以主要专业主干课程教材及其辅助教材为主的教材约 300 多种。这批教材的评选推荐和编审工作，由各编委会或教学指导委员会组织进行。

这批教材的书稿，其一是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的，其二是在认真遴选主编人的条件下进行约编的，其三是经过质量调查在前几轮组织编写出版的教材中修编的。广大编审者、各编审委员会（小组）、教学指导委员会和有关出版社，为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还可能有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评和建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

机械电子工业部电子类专业教材办公室

前　言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材 1991～1995 年编审出版规划，由电磁场与微波技术教材编审委员会电磁场理论编审小组征稿并推荐出版。责任编委为饶克谨教授。

本教材由西安电子科技大学冯亚伯编写，电子科技大学教授饶克谨主审。

使用本教材的课程的参考学时为 90 学时。

这本教材从麦克斯韦方程出发讨论宏观电磁理论。对内容这样安排似有助于避免与普通物理的过多重复；也可比较方便地把更多的注意力用于静态场的求解及对电磁波的讨论。但为和普通物理更好地衔接，前两章简要归纳并适度扩展了物理学中的电磁学知识以承前启后。其中第 1 章应用矢量分析重新表述了真空中的静电、静磁场的基本方程及电磁感应等定律，从而引至麦克斯韦方程。第 2 章回顾并稍为深化了对媒质的传导、极化和磁化的认识，并由此得到媒质中的电磁场方程与边界条件。

第 3 章起，以麦克斯韦方程为基础分别讨论静态场与电磁波。其中第 3～5 章是静态场，除了静电、磁场，静态场边值问题外，还包含了恒定电流场与似稳电磁场。这一部分有些内容虽然在物理学中出现过，但书中对之作了较严格、深入的阐述。第 6 章讨论了电磁能与功率流的概念及电磁能从源的辐射，从而开始了对电磁波的论述。第 7 章论述了无界的简单无耗及导电媒质中的平面波；扼要讨论了磁化等离子体及铁氧体中的平面波。第 8 章是平面波垂直及斜射到各种媒质时的反射与透（折）射问题。本章还简略介绍了解电磁波绕射问题的近似及严格方法。最后的第 9 章则是导波的基本原理，其中以矩形波导中的导波为主。

书中有较多的例题与习题。例题除用以说明解题方法外，有些或验证、扩展正文的内容，或简单介绍一些有实用意义的问题，或为后续内容作准备。习题中的计算题均有答案，部分题目还作了详略不等的提示，列于答案后的方括号中。书中最后有一个关于矢量分析的附录，以备使用者参考。

本书使用国际单位制。但为了简便，往往只在涉及数字时才列出单位。此外，书中物理量的名称与符号，均按国家标准 GB3102.5－82 的规定。偶有用同一符号（字母）表示不同量或同一量用不同符号表示的情况。为便于阅读，已将本书使用的主要符号列于卷首。

西安电子科技大学电磁场理论教研室朱满座主任审阅了本书初稿、提出了重要的修改建议。特志之以示谢忱。

笔者欢迎对本书的批评。

冯亚伯

1994.5.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

符　号　表

电荷	Q, q
电荷体密度	$\rho(\eta)$
电荷面密度	σ
电荷线密度	λ
电流	I, i
电流体密度	$\vec{J}$
电流面密度	$\vec{a}(\vec{J}_s)$
力	$\vec{F}$
力矩	$\vec{T}$
电场强度	$\vec{E}$
电通密度	$\vec{D}$
磁感应强度	$\vec{B}$
磁场强度	$\vec{H}$
电动势	$\mathscr{E}$
电位(标位)	φ
电位差,电压	U, u
磁标位	φ_m
磁矢位(矢位)	$\vec{A}$
电通量	Ψ
磁通量	Φ
电偶极矩	$\vec{p}$
电极化强度	$\vec{P}$
磁偶极矩	$\vec{m}$
磁化强度	$\vec{M}$
电导率	γ
电阻率	ρ
电极化率	χ_e
磁化率	χ_m
介电常数	ε
真空介电常数	ε_0
相对介电常数	ε_r
直角坐标系单位矢	$\hat{x}$、$\hat{y}$、$\hat{z}$
圆柱坐标系单位矢	$\hat{\rho}$、$\hat{\phi}$、$\hat{z}$

复介电常数	$\tilde{\varepsilon}$
磁导率	μ
真空磁导率	μ_0
相对磁导率	μ_r
电阻	R
电容	C
自感	L
互感	M
电磁能	W
电磁能密度	w
坡印亭矢量	$\vec{S}$
功率	P
功率密度	p
功率通量密度	$\vec{S}$
波长	λ
波数(相移常数)	k
波矢量	$\vec{k}$
复波数	$K=\beta-j\alpha$
相移常数	β
衰减常数	α
反射系数	Γ
透射系数	T
频率	f
角频率	ω
速度	v
相速	v_p
真空中光速	c
折射率	n
波阻抗	η
时间	t

圆球坐标系单位矢	$\hat{r}$、$\hat{\theta}$、$\hat{\phi}$
法向单位矢	$\hat{n}$
切向单位矢	$\hat{t}(\hat{l})$
指数 e^x	$\exp x$
反正切	$\mathrm{arctg}x$
自然对数	$\ln x$
平均值	$\langle x \rangle$
E 的幅值	E_m
复数	$Z=x+jy$
长度(曲线)	$L(C)$
面积(曲面)	$S(\Sigma)$
体积	V
立体角	Ω
Z 的实部	ReZ
Z 的虚部	ImZ

目　录

1 真空中的基本电磁定律

本章将归纳在普通物理教科书* 中已经出现过的基本电磁定律。并藉助矢量分析，以简洁的方式加以表述。产生电、磁场的最终的源是电荷(静止的及运动的电荷)，所以首先回顾与之有关的概念。

1.1 电荷密度及电流密度

1.1.1 电荷密度

自然界存在着正、负两类电荷。电荷的数值只能是电子电荷的整数倍，而电子电荷的绝对值 $e=1.6021\times10^{-19}$C(库仑)。从原子尺度看，电荷是离散分布的。但是，对大量基本带电粒子的宏观效应，可以认为电荷是连续分布在带电体中，并用电荷密度来定量地描述这种分布。

在电荷分布区域 V 中以点 $\vec{r}$ 为中心取体积元 Δv。设在时刻 t，Δv 中的电荷是 $\Delta q(\vec{r},t)$，则定义

$$\rho(\vec{r},t)=\lim_{\Delta v\to0}\frac{\Delta q(\vec{r},t)}{\Delta v}\tag{1.1-1}$$

为体电荷密度，其单位是库/米^3(C/m^3)。此处的 $\Delta v\to0$ 是所谓物理无限小，即对宏观尺度应是很小的体积，以能精确地表示 ρ 在空间的变化；但对微观尺度，它又足够大，能包含大量离散带电粒子，这样才能将 ρ 看成坐标的连续函数。此外，上述 $\Delta q(\vec{r},t)$严格说是 Δv 中电荷的时间平均值。它是在以 t 为中心的宏观甚小而微观甚大的时间间隔中计算的。

有时电荷分布区域是厚度为 h 的一个薄层，且在宏观尺度下 h 很小。为便于分析可将此情况理想化，认为电荷分布在几何曲面上，即 $h\to0$，并称为面电荷。此时用电荷面密度 σ 描述其分布。如果在以点 $\vec{r}$ 为中心的面元 Δs 上，时刻 t 的电荷为 $\Delta q(\vec{r},t)$，则

$$\sigma(\vec{r},t)=\lim_{\Delta s\to0}\frac{\Delta q(\vec{r},t)}{\Delta s}.\tag{1.1-2}$$

其单位是库/米^2。Δq 实际上是以体密度 ρ 分布于体元 $h\Delta s$ 中的，即 $\Delta q=\rho h\Delta s$。现将其看成面电荷而有 $\Delta q=\sigma\Delta s$。比较 Δq 的两种表示方法，并考虑到引入面电荷概念的条件是 $h\to0$，有

$$\sigma=\lim_{h\to0}h\rho.\tag{1.1-3}$$

显然，当把带电薄层看成面电荷时，电荷体密度变为无限大。

类似可引入线电荷的概念，其密度

$$\lambda(\vec{r},t)=\lim_{\Delta l\to0}\frac{\Delta q(\vec{r},t)}{\Delta l}.\tag{1.1-4}$$

---

* 例如，参看程守洙等，普通物理 2(1982 年修订本)，人民教育出版社，1983.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

单位是库/米。

如果电荷密度与时间无关，为静态分布；如与 $\vec{r}$ 无关，为均匀分布。已知电荷密度，某一区域中在时刻 t 的总电荷

$$Q(t)=\int dq(t). \tag{1.1-5}$$

其中

$$dq(t)=\begin{cases}\rho(\vec{r},t)dv & (\text{体电荷});\\ \sigma(\vec{r},t)ds & (\text{面电荷});\\ \lambda(\vec{r},t)dl & (\text{线电荷}).\end{cases} \tag{1.1-6}$$

积分遍及所考虑的区域。

点电荷的“密度”可以用 δ 函数表示。此函数的定义如下：

$$\delta(\vec{r}-\vec{r}')=\delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z')=0 \quad \vec{r}\neq\vec{r}';$$

$$\int_V\delta(\vec{r}-\vec{r}')dv=\begin{cases}1 & \vec{r}' \text{ 在 } V \text{ 中},\\ 0 & \vec{r}' \text{ 不在 } V \text{ 中}。\end{cases}$$

由此定义，又有

$$\int_V f(\vec{r})\delta(\vec{r}-\vec{r}')dv=\begin{cases}f(\vec{r}') & \vec{r}' \text{ 在 } V \text{ 中};\\ 0 & \vec{r}' \text{ 不在 } V \text{ 中}。\end{cases}$$

于是点 $\vec{r}'$ 处不随时间而变的点电荷 q 的密度可以写成

$$\rho(\vec{r})=q\delta(\vec{r}-\vec{r}'). \tag{1.1-7}$$

1.1.2 电流密度

作定向运动的电荷流称为电流。带电粒子在中性物体中漂移而形成的是传导电流，这时物体本身通常是静止的。带电体在空间运动则形成运流电流。电荷流的截面若很小而可认为它是沿一条几何曲线流动时，称为线电流。这时只需用电流强度（单位是安）及正电荷的运动方向即可表示其特性。如电流不是限于横截面可忽略的区域，称为体电流。为描述电荷流在空间的分布，需用电流密度的概念。以单位矢 $\hat{n}(\vec{r},t)$ 表示正电荷在点 $\vec{r}$、时刻 t 的运动方向，取垂直于 $\hat{n}$ 以 $\vec{r}$ 为中心的面元 Δs，如图 1.1-1。设通过 Δs 的电流强度是 $\Delta I(\vec{r},t)$，则定义

$$\vec{J}(\vec{r},t)=\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta I(\vec{r},t)}{\Delta s}\hat{n}(\vec{r},t) \tag{1.1-8}$$

为电流体密度。其单位是安/米²（A/m^2）。

如果电荷流只由一种带电粒子构成，每个粒子的电量是 q；且在时刻 t、点 $\vec{r}$ 处单位体积中的粒子数是 $n(\vec{r},t)$；粒子的平均速度是 $v(\vec{r},t)$。则电流密度又可写成

$$\vec{J}=nq\vec{v}. \tag{1.1-9}$$

若电荷流由几种不同的带电粒子组成，则有

$$\vec{J}=\sum_i n_iq_i\vec{v}_i. \tag{1.1-10}$$

对于运流电流，前式中 $nq=\rho$，于是

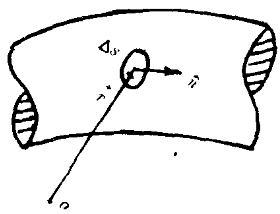

图 1.1-1　体电流

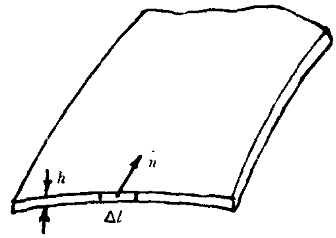

图 1.1-2　面电流

$$\vec{J}=\rho\vec{v}. \tag{1.1-11}$$

电流有时只分布在一个薄层内，如图 1.1-2。薄层厚度 h 很小时，可认为电流分布在几何曲面上，即 $h\to 0$，并称为面电流。若面上点 $\vec{r}$ 处正电荷在时刻 t 的运动方向以单位矢 $\hat{n}(\vec{r},t)$ 表示，取与 $\hat{n}$ 垂直以 $\vec{r}$ 为中心的线元 Δl。设通过 Δl 的电流是 $\Delta I(\vec{r},t)$，则定义

$$\vec{\alpha}(\vec{r},t)=\lim_{\Delta l\to 0}\frac{\Delta I(\vec{r},t)}{\Delta l}\hat{n}(\vec{r},t) \tag{1.1-12}$$

为电流面密度。其单位是安/米。类似于 ρ、σ 的关系，有

$$\vec{\alpha}=\lim_{h\to 0}h\vec{J}. \tag{1.1-13}$$

将薄层内的电流看成面电流时，J 变为无限大。

在电流分布区域内任一点，有一对应的电流密度，所以此区域中确定了一个电流（密度）场。$\vec{J}$（或 $\vec{\alpha}$）场是矢量场。如电流密度与时间无关，为恒定电流场。矢量场可以用矢线描述，电流场的矢线称为电流（密度）线。

例 1.1-1　已知 $\vec{J}=c(\hat{x}x+\hat{y}y+\hat{z}z)$　A/m²，式中 c 是常量。求从 $\hat{z}$ 方向通过与 z 轴垂直的平面 S 的电流，S 中心在点 $(0,0,b)$，边长是 a。

解：通过 S 的电流，$I=\int_S\vec{J}\cdot d\vec{s}$，其中 $d\vec{s}$ 的方向是指定的电流正方向。在所论平面上

$$\begin{aligned}I&=\int_{-a/2}^{a/2}\int_{-a/2}^{a/2}c(\hat{x}x+\hat{y}y+\hat{z}b)\cdot\hat{z}dxdy\\&=a^2bc\quad \text{A}.\end{aligned}$$

1.2　电流连续性方程

在电流分布的区域中任取一闭合面 S，其所围体积是 V。积分 $\oint_S\vec{J}\cdot d\vec{s}$ 表示流出 S 的净电流（流入与流出电流的代数和）。即单位时间内从 S 流出的净电荷。根据电荷守恒原理，此净电荷必等于 S 中总电荷的减少率，因此

$$\oint_s \vec{J}\cdot d\vec{s}=-\frac{dQ}{dt}. \qquad (1.2\text{-}1)$$

上式称为电流连续性方程。系电荷守恒原理的数学表述。

由散度定理，即式(A.3-9)，上式左边可化成$\nabla\cdot\vec{J}$的体积分；右边的Q则用ρ的体积分表示。于是有

$$\int_V \nabla\cdot\vec{J}dv=-\frac{d}{dt}\int_V \rho dv.$$

上式是对固定体积V的积分，即积分限与时间无关。所以式中的导数应对ρ计算，并可与积分交换次序。又因ρ通常是$\vec{r}$和t的函数，故应写成偏导数。这样上式就成为

$$\int_V \nabla\cdot\vec{J}\,dv=-\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}dv.$$

因为V是任意体积，要上式成立应有

$$\nabla\cdot\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}. \qquad (1.2\text{-}2)$$

这是微分形式的电流连续性方程。对于恒定电流场，任一点均不会有随时间变化的电荷分布，即$\partial\rho/\partial t=0$，所以上式变成

$$\nabla\cdot\vec{J}=0. \qquad (1.2\text{-}3)$$

而式(1.2-1)则简化成

$$\oint_s \vec{J}\cdot d\vec{s}=0. \qquad (1.2\text{-}4)$$

可见恒定电流场是管形场，电流线是闭合曲线。

例 1.2-1 已知某一区域中在给定瞬间的电流密度$\vec{J}=c(\hat{x}x^3+\hat{y}y^3+\hat{z}z^3)$，其中$c$是大于零的常量。($a$)在此瞬间，求点(1，−1，2)处电荷密度的时间变化率；(b)求此时以原点为球心、a为半径的球内总电荷的时变率。

解：由式(1.2-2)，对所给点

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\nabla\cdot\vec{J}=-3c(x^2+y^2+z^2)=-18c \quad \mathrm{C/m^3\cdot s}.$$

再由式(1.2-1)，并用散度定理，有

$$\frac{dQ}{dt}=-\int_V \nabla\cdot\vec{J}\,dv.$$

用球坐标系，$\nabla\cdot\vec{J}=3cr^2$。代入上式后得

$$\frac{dQ}{dt}=-2.4\pi ca^5 \quad \mathrm{C/s}.$$

因$c>0$，所以此时总电荷随时间减少。

1.3 电磁场

电荷(静止的和运动的)在其周围空间产生电、磁场。电磁场是力场，分别用电场强度$\vec{E}(\vec{r},t)$和磁感应强度$\vec{B}(\vec{r},t)$描述。$\vec{E}$的单位是伏/米(V/m)；$\vec{B}$的单位是特斯拉(T)。可以用试探点电荷检测电磁场的存在。在时刻t、点$\vec{r}$，电量是qC的试探点电荷的速度若等于$\vec{v}$m/s，则它将受到该点的电磁场的力

$$\vec{F}(\vec{r},t,\vec{v})=q[\vec{E}(\vec{r},t)+\vec{v}\times\vec{B}(\vec{r},t)].^{*} \tag{1.3-1}$$

$\vec{F}$称为洛仑兹力，单位是牛顿(N)。$\vec{E}$、$\vec{B}$分别是所论瞬间，q所在点的电场强度和磁感应强度。这里用上式作为它们的定义式。式(1.3-1)中，$q\vec{E}$是电力。它与试探电荷的速度无关，即使是静止的电荷，也受到电场力的作用。所以可以用试探电荷在$\vec{v}=0$时所受力来确定$\vec{E}$。$q\vec{v}\times\vec{B}$是磁力，只作用于运动电荷且与其速度有关。由以速度$\vec{v}$运动的电荷q在某点所受的力$\vec{F}$中，减去电力，即得磁力，由此可确定该点的$\vec{B}$。

电、磁场之间以及场和电荷、电流之间的关系，由以"麦克斯韦"命名的一组方程表达。在麦克斯韦(1831～1879)之前，已有许多人对电磁现象做了大量研究，发现了支配静电、静磁及电磁感应等现象的规律。麦克斯韦集其大成，加上他本人的巨大贡献，形成了以麦克斯韦方程为核心的宏观电磁理论。对此普通物理的电磁学中已有论述。下面几节，将作简要的回顾。还要用矢量分析，得出微分形式的基本电磁定律。亥姆霍兹定理(见附录)表明，任一矢量场均可由其散度与旋度决定。$\vec{E}$、$\vec{B}$也不例外，下面即将看到，基本电磁定律的微分形式，正是给出了$\vec{E}$、$\vec{B}$的散度与旋度。

例 1.3-1 在静态均匀电磁场中，有一个电量是1.5×10^{-6} C的点电荷。静止时所受力$\vec{F}_e=\hat{x}15\times10^{-6}$ N；以速度$\vec{v}=\hat{z}v_0$ m/s运动时，受力与静止时相同。又当$\vec{v}=\hat{y}2.5$ m/s时，$\vec{F}=0$。试确定$\vec{E}$、$\vec{B}$。

解：$\vec{v}=0$，$\vec{F}_e=q\vec{E}=\hat{x}15\times10^{-6}$ N，得$\vec{E}=\hat{x}10$ V/m。$\vec{v}=\hat{z}v_0$，$\vec{F}_m=0$，所以$\vec{B}$沿$\hat{z}$或$-\hat{z}$方向。$\vec{v}=\hat{y}2.5$ m/s，电、磁力大小相等方向相反。由于$\vec{v}$、$\vec{B}$相互垂直，故$F_m=qvB=15\times10^{-6}$ N；又$\vec{F}_m$应在$-\hat{x}$方向以平衡电力，所以$\vec{B}=-\hat{z}4$ T。

1.4 静电场的基本定律

由静止电荷产生的电场不随时间而变，称为静电场。静电场的基本定律有高斯定律和环路定律**。分述如下。

1.4.1 高斯定律

电场强度$\vec{E}$通过任一闭合面S的通量，等于该曲面所包围的净电荷Q与真空的介电常数ε_0($\varepsilon_0=8.8542\times10^{-12}$ F/m)之比，即

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{Q}{\varepsilon_0}. \tag{1.4-1a}$$

如果上式中的Q用S中的电荷密度的积分表示，并用散度定理将左边的面积分化成体积分，则有

$$\int_V \nabla\cdot\vec{E}\,dv=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dv.$$

* 参看程守洙等，普通物理 2，(1982年修订本)，人民教育出版社，1983. p. 168.

** 同上，p. 237

因为 S(及其所围体积 V)是任意的,所以式中的被积函数应相等,即

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}. \qquad (1.4\text{-}1b)$$

上式是高斯定律的微分形式。它表明,空间任一点$\vec{E}$的散度(通量源密度),等于该点的电荷密度与 ε_0 之比。即电荷是电场的通量源。$\rho>0$ 处,$\nabla \cdot \vec{E}>0$,电力线由此点发出,该点是正源;$\rho<0$ 处,$\nabla \cdot \vec{E}<0$,电力线在此汇聚,该点是负源(沟)。$\rho=0$ 处,电力线连续地通过该点而不断开。

1.4.2 环路定律

静电场$\vec{E}$沿任一闭合路径 L 的积分($\vec{E}$沿 L 的环量)恒为零,即

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \qquad (1.4\text{-}2a)$$

由斯托克斯定理,式(A.3-12),得其微分形式

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \qquad (1.4\text{-}2b)$$

可见静电场是无旋场(保守场)。在静电力作用下,电荷沿闭合路径移动一周,场力所作功等于零;或在两点间,场力的功与路径形状无关。

例 1.4-1 真空中有一个电量为 q 的点电荷,求其电场。

解:将球坐标系原点选在点电荷处。由对称性,$\vec{E}=\hat{r}E(r)$。在半径为 r 的球面上,用式(1.4-1a),得

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad 或 \quad \vec{E} = \hat{r}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (1.4\text{-}3)$$

如果 q 不在坐标原点而在点 $\vec{r}'$,如图 1.4-1,则点 $\vec{r}$ 处的电场

$$\vec{E} = \frac{q(\vec{r}-\vec{r}')}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}-\vec{r}'|^3}. \qquad (1.4\text{-}4)$$

这里 q 是产生场的源,其位置矢 $\vec{r}'$ 称源点。$\vec{r}$则为观察点或场点。

从上式及$\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$,并注意到现在只有电场,可得在点 $\vec{r}'$ 的点电荷 q' 对在点 $\vec{r}$ 的另一点电荷 q 的力

$$\vec{F}_t(\vec{r}) = \frac{qq'(\vec{r}-\vec{r}')}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}-\vec{r}'|^3}. \qquad (1.4\text{-}5)$$

上式就是库仑定律。

如上例,用高斯定律可以计算球、柱、平面对称分布的电荷所产生的场。这些电荷的密度依次只和球坐标 r、柱坐标 ρ、直角坐标的任一个有关。(例如,见习题 1.7。)

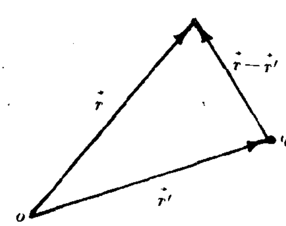

图 1.4-1 在点 $\vec{r}'$ 的点电荷

例 1.4-2 设在某一场域中任意点的$\vec{E}$均平行于 x 轴,证明$\vec{E}$与坐标 y、z 无关;又若此区域中没有电荷,证明$\vec{E}$也和 x 无关。

解:$\vec{E}$的旋度与散度表征场的空间变化率,故以此两方程为出发点。按题意,$\vec{E}=\hat{x}E_x$,将它代入$\nabla\times\vec{E}=0$,得

$$\hat{y}\frac{\partial E_x}{\partial z}-\hat{z}\frac{\partial E_x}{\partial y}=0.$$

上式的每一分量均应为零，即

$$\frac{\partial E_x}{\partial y}=\frac{\partial E_x}{\partial z}=0.$$

无电荷区域，$\nabla\cdot\vec{E}=0$，并由于$\vec{E}=\hat{x}E_x$，有

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}=0.$$

1.5 静磁场的基本定律

这里的静磁场是指由恒定电流产生的不随时间而变的磁场。静磁场的基本定律是磁高斯定律（磁通定律）和安培环路定律*。

1.5.1 磁高斯定律

磁感应强度$\vec{B}$通过任一闭合面 S 的通量恒等于零，即

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=0. \tag{1.5-1a}$$

由散度定理，得其微分形式

$$\nabla\cdot\vec{B}=0. \tag{1.5-1b}$$

与静电场不同，$\vec{B}$的散度恒为零。所以$\vec{B}$是管形场，$\vec{B}$线必定是闭合曲线。

1.5.2 安培环路定律

$\vec{B}$沿任一闭合路径 L 的积分（$\vec{B}$的环量）等于与此路径交链的总电流与真空磁导率 μ_0（$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m）之积，即

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I. \tag{1.5-2a}$$

式中 I 是 L 交链的总电流。其中与 L 环行方向成右旋关系的为正，反之为负。

将斯托克斯定理用于上式，并用$\vec{J}$的积分表示式中的 I，得

$$\int_S \nabla\times\vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0\int_S \vec{J}\cdot d\vec{s}.$$

因为 $L(S)$是任意的，由上式又有

$$\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}. \tag{1.5-2b}$$

这是安培环路定律的微分形式。它表明电流是$\vec{B}$场的旋涡源，这与静电场旋度恒为零不同。联系到式(1.5-1)，可见$\vec{B}$线是围绕电流的闭合曲线。

安培环路定律可用来计算对称分布电流的磁场。（例如，见习题 1.14。）

例 1.5-1 在直角坐标系原点附近的区域中$\vec{J}=0$。且已知 $B_y=m(x+y+z)$；$\partial B_x/\partial z=\partial B_z/\partial z=0$，其中 m 是常量。试求 B_x、B_z.

---

* 参看程守洙等，普通物理 2（1982 年修订本），人民教育出版社，1983. p. 237.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com